

## 論文要旨

近年、光周波数コムを生成させるための新たな手法として、微小光共振器を用いてマイクロコムと呼ばれる光周波数コムを生成する手法が注目されている。微小光共振器は高い Q 値と微小なモード体積から、光を共振器内に閉じ込めることができ、通常では起こらないような非線形光学現象を引き起こすことができる。マイクロコムは非線形光学効果の一つである四光波混合によって発生し、従来のモードロックレーザを用いた光周波数コムに比べ、高い繰り返し率、集積性、低消費電力といった特徴をもつ。現在、マイクロコムの原理は解明され、マイクロコムの応用が考案・実証されはじめている。本研究ではマイクロコムの多波長性という点に注目し、光通信への応用に向け研究を行った。光通信応用を見据えた場合、国際電気通信連合 (International Telecommunication Union; ITU) が定める通信波長 (周波数) を満たす必要がある。初めに、光通信の周波数間隔である 100 GHz のシリコンナイトライド微小光共振器を設計し、マイクロコムの生成を行った。発生したマイクロコムは定められた波長 (周波数) に合わせ込む必要がある。そこで、熱光学効果と呼ばれる共振器を温めることによる共振波長のシフトを応用し、波長 (周波数) の合わせ込みを行った。次に、シリコンナイトライド微小光共振器を用いて得られたマイクロコムを Back-to-Back と 40 km の 2 つの条件で、強度変調・直接検波 (Intensity modulation – Direct detection; IMDD) 方式による波長分割多重 (Wavelength division multiplexing; WDM) 伝送を行った。マイクロコムは、共振波長と励起波長の差であるデチューニングを変化させることで様々な状態に遷移するが、それぞれの状態で異なる伝送特性を示した。

第 1 章では、本研究に関する基礎知識として微小光共振器や光周波数コム、光コムの概要と関連研究について紹介し、本研究の目的を述べる。

第 2 章では、微小光共振器の基礎理論や共振器と外部導波路の結合の理論について説明する。

第 3 章では、非線形光学効果とマイクロコムについて述べる。

第 4 章では、シリコンナイトライド微小光共振器の評価、マイクロコムの発生について実験結果を示す。

第 5 章では、マイクロコムの伝送特性について実験結果を示す。

第 6 章では、本論文を統括して結論を述べる。

# Thesis Abstract

## Generation of microcomb using silicon nitride microresonator and experiments for transmission applications

In recent years, a new method of generating optical frequency comb, called microcombs, using microresonators has been attracting attention. Due to their high Q factor and small mode volumes, microresonators can confine light inside the resonator and induce nonlinear optics that would not normally occur. Microcomb is generated by four wave mixing, which is one of the nonlinear optical effects, and has higher repetition rate, higher integration, and lower power consumption than conventional optical frequency combs using mode-locked lasers. The principle of microcomb has been elucidated, and applications of microcomb have begun to be devised and demonstrated. In this study, I have focused on the multi-wavelength nature of microcomb and studied their application to optical communications. In order to apply microcomb to optical communications, it is necessary to meet the communication wavelengths (frequencies) specified by the International Telecommunication Union (ITU). First, I designed a silicon nitride microresonator with FSR of 100 GHz, which is the frequency interval for optical communications, and generated microcomb. The generated microcomb need to be tuned to the specified wavelength (frequency). The wavelength (frequency) of the microcomb was adjusted by applying the thermo-optical effect, which is a shift of the resonance wavelength by heating the resonator. Wavelength division multiplexing (WDM) transmission using intensity modulation - direct detection (IMDD) method was then performed for the microcombs obtained using silicon nitride microresonator under two conditions: back-to-back and 40 km. The microcomb transitions to various states by changing the detuning, which is the difference between the resonance wavelength and the pump wavelength, and shows different transmission characteristics in each state.

Chapter 1 describes the overview and related researches of optical microresonator, optical frequency comb and optical comb. On the basis of thesis, I also show the purpose of this thesis.

Chapter 2 describes the theories about microresonator and method of evanescent coupling.

Chapter 3 describes the theories about nonlinear optical effects and microcomb.

Chapter 4 shows the experimental results on the evaluation of silicon nitride microresonator and the generation of microcomb.

Chapter 5 shows the experimental results of the transmission characteristics of microcomb.

Chapter 6 summarizes this thesis.

# 目次

<b>第 1 章</b>	<b>序論</b>	<b>3</b>
1.1	微小光共振器 . . . . .	4
1.2	光周波数コム . . . . .	7
1.3	マイクロコム . . . . .	9
1.4	散逸性カーソリトン . . . . .	13
1.5	光通信 . . . . .	17
1.6	本研究の目的 . . . . .	20
<b>第 2 章</b>	<b>微小光共振器</b>	<b>21</b>
2.1	共振器理論 . . . . .	21
2.2	微小光共振器と導波路の結合 . . . . .	24
<b>第 3 章</b>	<b>非線形光学効果とマイクロコム</b>	<b>29</b>
3.1	非線形光学効果 . . . . .	29
3.2	三次の非線形光学効果 . . . . .	31
3.3	散逸性カーソリトンの理論 . . . . .	33
<b>第 4 章</b>	<b>非線形光学効果の観測</b>	<b>37</b>
4.1	シリコンナイトライド微小光共振器のデザイン . . . . .	37
4.2	$Q$ 値測定 . . . . .	39
4.3	マイクロコムの発生 . . . . .	39
4.4	ソリトンステップの観測 . . . . .	41
4.5	散逸性カーソリトンの発生 . . . . .	43
<b>第 5 章</b>	<b>マイクロコムの光通信応用</b>	<b>47</b>
5.1	ITU-T グリッドへの合わせ込み . . . . .	47
5.2	マイクロコムの線幅 . . . . .	52
5.3	マイクロコムの伝送特性評価 . . . . .	55
5.4	マイクロコムのノイズ . . . . .	62

5.5	散逸性カーソリトンの伝送特性 . . . . .	66
<b>第 6 章</b>	<b>結論</b>	<b>69</b>
Appendix A	共振器内部パワーとデチューニング	72
Appendix B	パワーキック法	74
Appendix C	ソリトンクリスタル	76
Appendix D	PDH ロック	80

# 第 1 章

## 序論

### はじめに

光というものは人間にとって極めて身近にある物理現象のひとつであり、人間は光のもたらす情報をもとに世界の姿を知ることができる。光の影響によって見えるものの色は変わる。このような色の変化を最も実感できるものは空の色だろう。昼から夕方にかけて、空の色が青色から赤色に変わることが光の基本的な性質によるものだと理解できる。これは光に関する研究が長い歴史を経て、大きく進展しているからである。光の研究の歴史は古く、古代ギリシアの数学・天文学者の Euclid (B.C. 330 – B.C. 275) による光の反射や散乱、直線性の発見にまで遡る。続いて Snell (1580-1626) が屈折の法則、Grimaldi (1618-1663) が光の回折、Newton (1642-1727) が光の分散を発見し、光の研究は大きく発展した。ここから、光の研究は光の本質・実体を探し始める。17世紀に Newton は光の直線性、反射などの性質は光を粒子と考えることで理解できることから、光の粒子説を唱えた。同時期にオランダの物理学者 Huygens (1629-1695) は、光には波動の性質があるという、光の波動説を唱えた。これは粒子として考える場合、光の回折といった特性を説明することができなかつたためである。このように光の粒子説、波動説は対立することとなる。以後、光の研究は進み、Young (1773-1829) による干渉実験から、光の干渉が確認された。他、多くの実験、実証により光は波動と考える学者が多くなり、Maxwell (1831-1879) が発表した電磁波理論により、光は波動であると結論づけられる。光が波動であるならば、それを伝える媒質があるとして、その媒質「エーテル」の検出実験が行われた。このような検証実験は多く行われたが、どれも失敗に終わり、光の波動説、エーテルの存在が疑われ始める。20世紀にドイツの物理学者である Einstein (1879-1955) が、光の性質を示した特殊相対性理論から、エーテル仮説は否定され、光は粒子と波動の2つの性質をもつということが一般的な理解となった。

現在、このような光の研究は幅広く行われており、光の性質を応用したのものも作られるようになってきた。光の性質を応用したものの最たる例として、様々な装置に利用されているものは、レーザー (light amplification by stimulated emission of radiation; LASER) だろう。CD・DVD 等の読み取り、書き込みやプリンターなどの汎用機器や通信・医療・計測など生活を豊かにする多くのものに利用されている。近年では、レーザーを利用し、非線形光学効果のような珍しい現象を発生さ

せ、応用する研究が盛んに行われている。本研究では、微小光共振器にレーザを入射することによって発生する非線形光学効果の応用について研究を行う。微小光共振器内で発生する非線形光学効果により、マイクロコムが生成される。マイクロコムは多数の周波数成分を持つスペクトルであることから、光通信応用への適応性が高く、将来的な応用が期待されている。本研究で得られた知見が今後の光通信応用の発展につながれば幸いである。

## 1.1 微小光共振器

### 1.1.1 光共振器とは

物体や波動などの振動系がある特定の周期で振動している際、そこに外部から同じ周期で刺激を与えると、その振動が呼応してより大きくなる。このような現象を共振 (resonance) という。共振現象は音波や電気回路など様々なものに利用されている。電気回路における共振現象は  $L$  と  $C$  を用いた回路において、誘導性と容量性のリアクタンスが等しいときに発生する。直列共振では共振周波数で回路に流れる電流が最大となり、並列回路では最小となる。このような共振現象は光に関しても同様に、発生することが知られている。光共振器 (optical resonator) と呼ばれる光学系は、光の共振を誘発し、特定波長の光のみを閉じ込め強め合う。

共振器は平面鏡共振器、球面鏡共振器、リング共振器、光ファイバ共振器と多くの種類がある。鏡を利用した共振器の代表的な例として、ファブリーペロー (Fabry-Perot) 型共振器がある [1]。この共振器は 2 つの高い反射率をもつ平面鏡とその間の空洞から構成される。共振器内に光が入射されると、共振条件を満たす場合は光が 2 つの平面鏡間を往復し、閉じ込められる。共振条件を満たさない場合、光はそのまま反射または透過する。共振条件は 2 つの平面鏡間の光路長が波長の整数倍となるような光であり、これは複数の波長の光が条件を満たす。共振条件を満たす複数波長の一連の光を共振器の縦モードと呼び、隣接する縦モード間の波長 (周波数) 間隔を自由スペクトル領域 (free spectral range; FSR) という。また、異なる周波数の光は異なる光路で共振器内部を往復するため、横モードと呼ばれるそれぞれの周波数に応じた定在波の強度分布が導波路の断面に形成される。

リング共振器は光を共振させるリング導波路構造と光の入出力を行うバス導波路構造を組み合わせた共振器である。以下に、リング共振器の代表例としてウィスパリングギャラリーモード (whispering gallery mode; WGM) 共振器を紹介する。

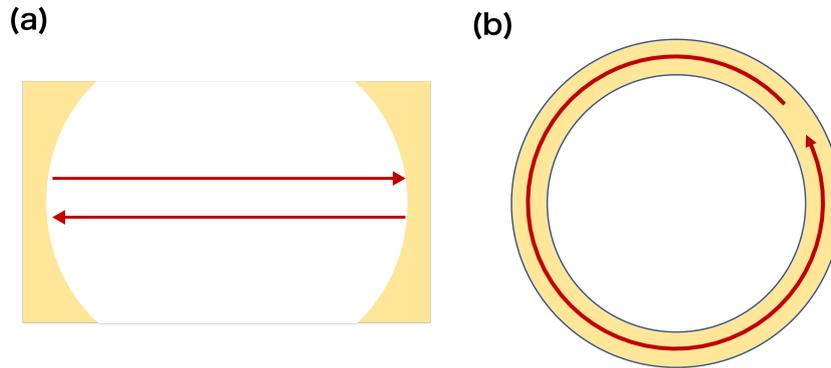


Fig. 1.1 Illustration of (a) Fabry-Perot resonator and (b) ring resonator.

### 1.1.2 ウィスパリングギャラリーモード共振器

ウィスパリングギャラリーモード共振器は、共振器の外縁を光波が反射しながら円状に周回する。このようなウィスパリングギャラリーモードは光波ではなく、元々音波に関する現象として観測されたものであった。音波におけるウィスパリングギャラリーモードは、1912年にイギリスの物理学者 John William Strutt (1842-1919) により初めて観測された。これは、ロンドンのセントポール大聖堂内など、円状の構造を持つ建造物において壁に沿うように声を発すると、音波が壁を伝って遠距離、または自身に帰ってくる現象である。半径  $R$  の円形構造、波長  $\lambda$  の音波を考えたとき、ウィスパリングギャラリーモードは以下の式 (1.1) で表される。

$$2\pi R = \lambda \cdot l \quad (l = 1, 2, 3 \dots) \quad (1.1)$$

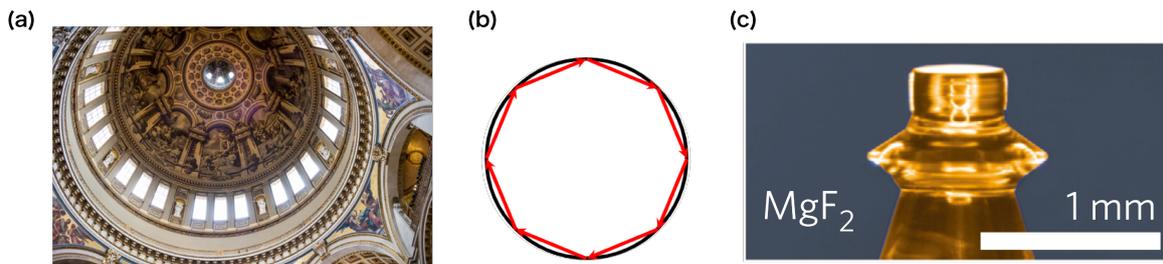


Fig. 1.2 (a) Acoustic whispering galleries. St. Paul's cathedral in London with a 34 m-diameter whispering gallery in the dome. (b) Illustration of whispering gallery mode. (c) A stationary fluorescence pattern represents the intensity of interfering traveling light waves in a combination of whispering gallery modes in a microsphere optical resonator. [T. Herr, K. Hartinger, J. Riemensberger, C. Wang, E. Gavartin, R. Holzwarth, M. Gorodetsky, and T. Kippenberg, "Universal formation dynamics and noise of kerr-frequency combs in microresonators," *Nature Photonics*, vol. 6, no. 7, pp. 480–487, 2012]

ここまで音波で考えてきたが、光波においても同様に考えることができる。ウィスパーリングギャラリーモードを用いて光を閉じ込めるような共振器をウィスパーリングギャラリーモード (WGM) 共振器と呼ぶ。屈折率  $n$  の材料から作製された半径  $R$  の WGM 共振器の FSR は以下の式 (1.2) で与えられる。

$$\text{FSR} = \frac{c}{2\pi nR} \quad (1.2)$$

ここで、 $c$  は光速である。

共振器を特徴づける重要なパラメータとして  $Q$  値 (Quality factor) がある。  $Q$  値は光を共振器内部にどれだけ長時間閉じ込められるかを数値化したものである。一般に WGM 共振器は極めて高い  $Q$  値を示すという特徴をもつ。さらに WGM 共振器は切削加工や CMOS プロセスを通じて非常に小さく作製することが可能である。共振器自体を非常に小さく作製することで、共振器内部のモード体積も小さくなる。WGM 共振器においては内部のエネルギー密度が高まり、非線形光学効果による様々な現象を高効率で発生させることにつながる。

WGM 共振器は様々な材料で実証されている。シリコンナイトライド [2] やリチウムナイオベート [3], アルミニウムナイトライド [4] による CMOS 互換プロセスを用いて作製されるリング導波路とバス導波路で構成されるチップ集積型の共振器、シリコン (Si) 基板上にエッチングやリソグラフィ、リフローを通じてシリカ (SiO<sub>2</sub>) のリング型共振器を作製したもの [5]–[7], フッ化マグネシウムやフッ化カルシウムなどの結晶材料を切削・研磨することで WGM 導波路を形成したもの [8], [9] などがある。WGM 共振器は様々な材料で様々な大きさに作製することが可能であることから、設計パラメータを調整することによって所望の分散特性や GHz 帯から THz 帯の FSR を得ることができる。

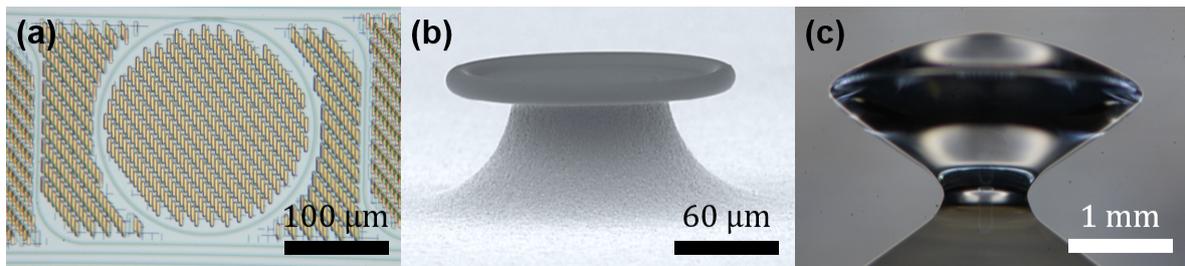


Fig. 1.3 Various types of WGM resonator. (a)Silicon nitride chip. (b)Silica troid. (c)Magnesium fluoride resonator.

### 1.1.3 シリコンナイトライド微小光共振器

本研究では、シリコンナイトライド (Silicon nitride; Si<sub>3</sub>N<sub>4</sub>, SiN) 微小光共振器を使用している。シリコンナイトライド微小光共振器は CMOS 互換プロセスを用いて製造される。シリコンナイトライド導波路構造は化学気相成長 (Chemical Vapor Deposition; CVD) 法によって形成される。一般的な製造過程と顕微鏡写真を Fig. 1.4 に示す。シリコンナイトライド微小光共振器の利点は、

CMOS プロセスを用いることによる導波路構造の集積化可能であることや、高非線形屈折率・小モード領域であるため、シリカやフッ化物結晶の微小光共振器に比べて相対的に低い  $Q$  値を補完することができることである。さらに、作製される導波路構造は電子ビーム (electron-beam; EB) リソグラフィを用いることにより、正確に設計し、再現性を確保することが可能である。近年、 $Q$  値  $10^7$  をもつシリコンナイトライド微小光共振器が、製造技術、手法を改良することによって実証された [10]–[12]。

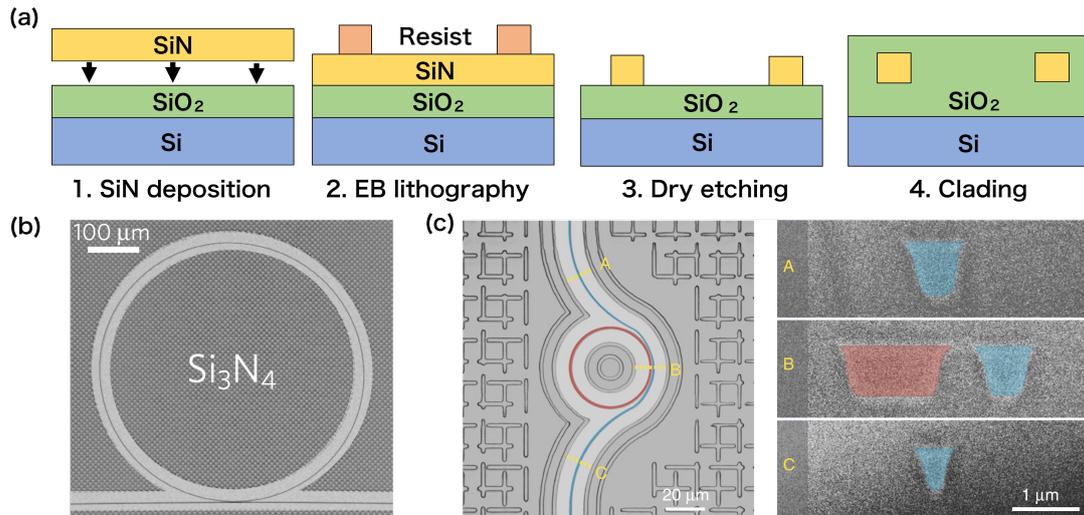


Fig. 1.4 (a) Fabrication process of a silicon nitride (SiN) microresonator. After the deposition of SiN to the desired thickness, lithography and etching processes pattern the designed waveguide with a SiN layer. A silica cladding can be performed to protect the resonator from the surrounding environment. (b) and (c) Appearance and waveguide structure of silicon nitride. [H. Guo, M. Karpov, E. Lucas, A. Kordts, M. H. P. Pfeiffer, V. Brasch, G. Lihachev, V. E. Lobanov, M. L. Gorodetsky, and T. J. Kippenberg, “Universal dynamics and deterministic switching of dissipative kerr solitons in optical microresonators,” *Nature Physics*, vol. 13, pp. 94–102, 2017, M. Karpov, M. H. P. Pfeiffer, J. Liu, A. Lukashchuk, and T. J. Kippenberg, “Photonic chip-based soliton frequency combs covering the biological imaging window,” *Nature Communications*, vol. 9, no. 1146, 2018]

## 1.2 光周波数コム

光周波数コムは、時間領域においてはパルス列として、周波数領域においては厳密に等間隔に並ぶスペクトルをもつ光である。周波数領域で観測される形状が櫛（コム）状であるため光周波数コムと呼ばれる。この技術は Theodor Hänsch, John Hall の両氏が精密分光測定技術法の研究 [15] に使用し、2005 年のノーベル物理学賞を受賞した。以後、現在に至るまで世界的に注目を集めている技術である。

光周波数コムの生成法の 1 つとして、モード同期レーザを使用して光パルス列を生成する方法がある [16]。このようなモード同期レーザにはチタンサファイア (Ti:Sapphire) レーザや希土類 (Er,

Yb, etc.) 添加ファイバレーザが主に使用される。他に、光周波数コムの生成法として電気光学変調器 (electro-optic modulator; EOM) を用いる手法がある。電気光学変調器を使用して生成される光周波数コムは電気光学変調コム (EO コム) と呼ばれる。これは、連続光 (continuous wave; CW) レーザを電気光学変調器に入射して周期的な変調を加えることで、レーザ波長からサイドバンドをカスケード的に発生させることで生成される。また共振器を使用してマイクロコムを生成させる手法もある。これは CW レーザを共振器に入射し、非線形光学効果の一種である四光波混合 (four wave mixing; FWM) をレーザ波長を中心に共振器の FSR 間隔でカスケード的に発生させ、生成するというものである [17]。このような光周波数コムの周波数スペクトルは MHz 帯から THz 帯まで様々である。

光周波数コムを時間領域で観測する場合、極めて短い時間のパルス列であり、その繰り返し周波数はコムスペクトル間隔である  $f_{\text{rep}}$  の逆数で表される。また周波数領域の光周波数コムにおいて、 $f_{\text{rep}}$  間隔で周波数 0Hz まで外挿した際のオフセット周波数をキャリアエンベロープオフセット周波数  $f_{\text{ceo}}$  と呼ぶ。周波数間隔  $f_{\text{rep}}$  とキャリアエンベロープオフセット周波数  $f_{\text{ceo}}$  を用いた場合、光周波数コムの  $m$  番目のスペクトル線の周波数  $f_m$  は以下 (1.3) のように表される。

$$f_m = f_{\text{ceo}} + m \cdot f_{\text{rep}} \quad (1.3)$$

時間領域における光周波数コムは共振器のもつ分散によって、パルス包絡線とその搬送波の速度が異なり、光パルス 1 つにつき位相が  $\Delta\phi$  ずつ偏移する。この位相差をキャリアエンベロープ位相と呼び、以下 (1.4) のような関係となる。

$$f_{\text{ceo}} = (\Delta\phi/2\pi)f_{\text{rep}} \quad (1.4)$$

以上の 2 つの関係式から、THz という非常に高い周波数が、MHz-GHz 帯である  $f_{\text{rep}}$  と  $f_{\text{ceo}}$  を用いた単純な 1 次式で表せることがわかる。すなわち、光周波数コムの周波数間隔をリファレンスとして、マイクロ波領域と光周波数領域をダイレクトにつなげた測定を実現することができる。これが、光周波数コムを「ひかりのものさし」と呼ぶ理由である。

光周波数コムの特徴の 1 つとして、 $f_{\text{rep}}$  と  $f_{\text{ceo}}$  という 2 つの周波数を測定することが可能である点がある。この測定手法は自己参照法 (f-2f 法) [18] と呼ばれており、光周波数コムの帯域を 1 オクターブ以上に広げ、2 次高調波を発生させてビート信号を測定するものである。帯域の低周波端における周波数を  $f_n$  とすると、1 オクターブ以上広げた場合、 $2n$  番目のモードも存在し、 $f_{2n} = 2n \cdot f_{\text{rep}} + f_{\text{ceo}}$  と表される。光周波数コムの第 2 高調波を発生させ、その低周波端 ( $2f_n$ ) モードと基本波の  $2n$  番目のモードを干渉させ、得られるビート周波数 ( $f_{\text{beat}}$ ) は、以下の式 (1.5) で表される。

$$\begin{aligned} f_{\text{beat}} &= 2f_n - f_{2n} \\ &= 2(nf_{\text{rep}} + f_{\text{ceo}}) - (2nf_{\text{rep}} + f_{\text{ceo}}) \\ &= f_{\text{ceo}} \end{aligned} \quad (1.5)$$

と表される。自己参照法を用いて  $f_{\text{rep}}$ ,  $f_{\text{ceo}}$  を特定することができれば、任意のスペクトル線を求めることが可能となり、光周波数コムを「ひかりのものさし」として十分に使用することができる。

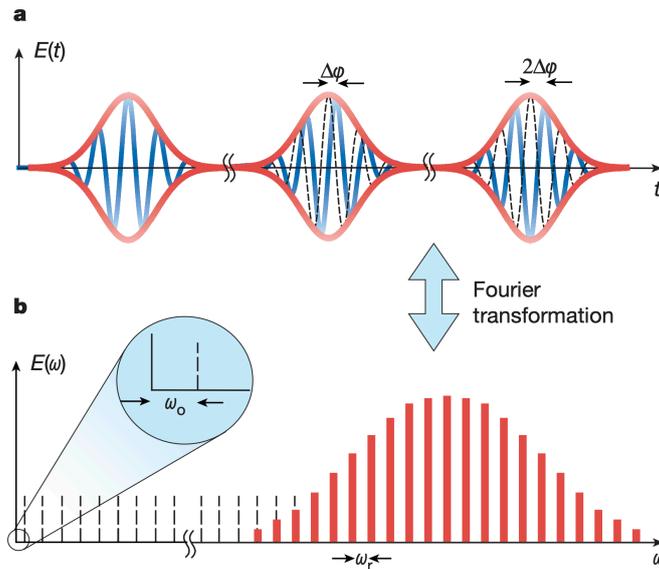


Fig. 1.5 Consecutive pulse of the pulse train emitted by a mode-locked laser and the corresponding spectrum. (a) As the carrier wave at  $\omega_c$  moves with the phase velocity while the envelope moves with a different group velocity, the carrier wave (blue) shift by  $\Delta\phi$  after each round trip with respect to the pulse envelope (red). (b) This continuous shift results in a frequency offset  $\omega_0 = \Delta\phi/T$ , which prevents the comb from being comprised of exact harmonics of the pulse repetition frequency  $\omega_r$ . [T. Udem, R. Holzwarth, and T. W. Hänsch, "Optical frequency metrology," *Nature*, vol. 416, pp. 233–237, 2002]

### 1.3 マイクロコム

微小光共振器に CW レーザを入射することで励起されるパラメトリック過程である四光波混合が発生し、生成される光周波数コムをマイクロコムと呼ぶ。このパラメトリック過程では、2つの励起光子が対称な光子ペア（シグナル光とアイドラ光）に変換される。この光子ペアと励起光子の周波数差がマイクロコムの FSR となる。励起周波数が微小光共振器の共振モードである場合、変換後の光子も共振し、共振器内に閉じ込められることになる。シグナル光とアイドラ光が閉じ込められることにより、それぞれの光子を利用してさらに四光波混合が発生し、FSR の周波数差で新たにシグナル光とアイドラ光が生成される。このような過程がカスケード的に発生することにより、マイクロコムが生成される。つまり、微小光共振器の FSR がマイクロコムの  $f_{\text{rep}}$  に影響するということである。このように考えると、マイクロコムは共振器の共振モードに合わせて永続的に生成されるように思われるが、実際は制限されてしまう。これは後述する共振器の分散の影響によるものである。マイクロコム発生のためには、共振器の分散は基本的に異常分散とする必要があることが知られている。異常分散は非線形光学効果による共振周波数のシフトを打ち消す方向に周波数をシフトさせる。そのため、非線形と分散の釣り合いによって、比較的広い帯域において FSR と共振周波数がほぼ一定に保たれ、マイクロコム発生の補助となっている。非常に広帯域なマイク

ロコムを生成するためには、微小光共振器の分散設計を精密に行う必要がある。

このようなマイクロコムに関する最初の報告は 2007 年であった。ここでは、オンチップの微小光共振器を用いて、500 nm 以上の帯域のマイクロコムを観測し、大容量光通信や分光といった応用に有用であると述べられている。2011 年には 1 オクターブ以上のマイクロコムの生成を実現している。このような成果は、スイス連邦工科大学ローザンヌ校 (EPFL) の T. J. Kippenberg グループから報告されており、現在でも研究分野の進歩を大きく牽引している。

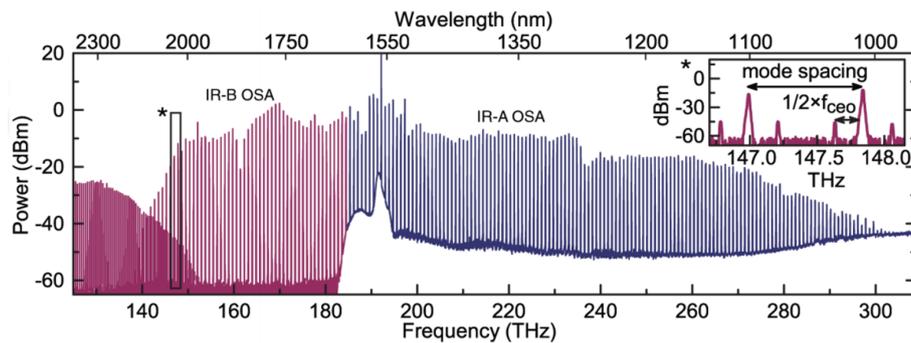


Fig. 1.6 Octave-spanning optical frequency comb, generated in a 40  $\mu\text{m}$ -radius silica-toroid microresonator with a mode spacing of 850 GHz. [P. Del’Haye, T. Herr, E. Gavartin, M. L. Gorodetsky, R. Holzwarth, and T. J. Kippenberg, “Octave spanning tunable frequency comb from a microresonator,” *Physical review letters*, vol. 107, no. 063901, 2011]

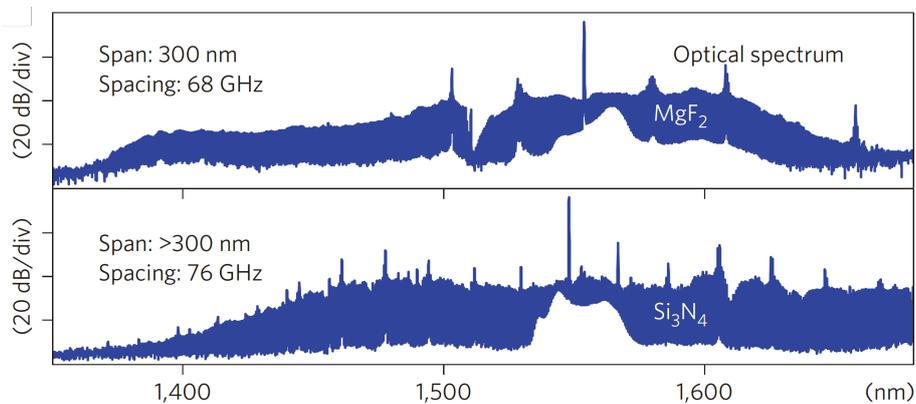


Fig. 1.7 Optical frequency comb generation in crystalline  $\text{MgF}_2$  (pump power = 500 mW) and  $\text{Si}_3\text{N}_4$  (pump power = 3W) microresonators. [T. Herr, K. Hartinger, J. Riemensberger, C. Wang, E. Gavartin, R. Holzwarth, M. Gorodetsky, and T. Kippenberg, “Universal formation dynamics and noise of kerr-frequency combs in microresonators,” *Nature Photonics*, vol. 6, no. 7, pp. 480–487, 2012]

### 1.3.1 分散

分散 (dispersion) とは伝搬する光の波長に応じて、伝搬時間に遅延が生じる現象のことをいう。光学における分散は光の波長による媒質の屈折率の差異、波長依存性を示すが、共振器光学における分散は、共振器の FSR が波長に対して変化する、波長依存性を示す。この関係は、共振器の FSR を導出する計算式における屈折率  $n$  を波長に依存する  $n(\lambda)$  とすることで理解することができる。共振器における分散は、媒質の屈折率が波長に依存する材料分散と、共振器の導波路構造に依存する構造分散の二種類に分けることができる。共振器における分散は2種類の分散を考慮することで計算し、求めることができる。

ある周波数  $\omega$  の共振モードを基準として、マイクロコムが発生している場合を考える。マイクロコムの各モードを基準から数えた相対番号  $\mu$  で表すと、基準から  $\mu$  番目の共振モードの周波数  $\omega_\mu$  は Taylor 展開により、以下の式 (1.5) のように表される。

$$\omega_\mu = \omega_0 + D_1\mu + \frac{1}{2}D_2\mu^2 + \dots \quad (1.6)$$

$D_1$  は中心周波数でのモード間隔、 $D_2$  は共振器の分散、 $D_1$  の波長依存性を表す。正常分散の場合、 $D_2$  は負であり、高周波になるにつれて FSR が狭くなる。したがって、共振モードはポンプモードを固定した状態で、全体が低周波側にシフトする。異常分散の場合、 $D_2$  は正であり、高周波になるにつれて FSR が広くなる。したがって、共振モードはポンプモードを固定した状態で、全体が高周波側にシフトする。正常分散と異常分散の関係について以下に示す。

$$\begin{aligned} \frac{d\text{FSR}}{d\omega} < 0, \frac{d\text{FSR}}{d\lambda} > 0 : (\text{normal dispersion}) \\ \frac{d\text{FSR}}{d\omega} > 0, \frac{d\text{FSR}}{d\lambda} < 0 : (\text{anomalous dispersion}) \end{aligned} \quad (1.7)$$

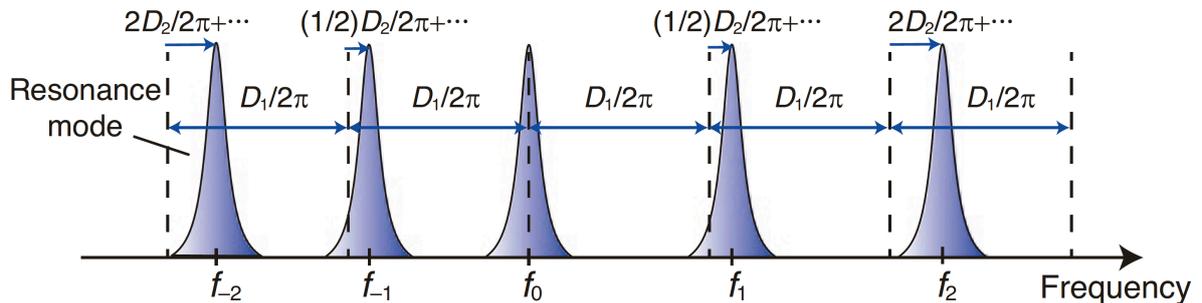


Fig. 1.8 Resonance frequencies taking dispersion into account. The mismatch between the equidistant comb grid (black dashed line) and the resonance mode (blue) corresponds to the microresonator dispersion [S. Fujii and T. Tanabe, “Dispersion engineering and measurement of whispering gallery mode microresonator for kerr frequency comb generation,” *Nanophotonics*, vol. 9, no. 5, pp. 1087–1104, 2020]

材料分散は共振器の分散を制御する上で重要なパラメータであり，以下 (1.8) のようなセルマイヤーの分散公式 (Sellmeier equation) で求められる。

$$n^2(\lambda) = 1 + \sum_{i=0} \frac{A_i \cdot \lambda^2}{\lambda^2 - B_i^2} \quad (1.8)$$

ここで， $A_i$  と  $B_i$  は材料に依存するセルマイヤー係数と呼ばれるパラメータである。

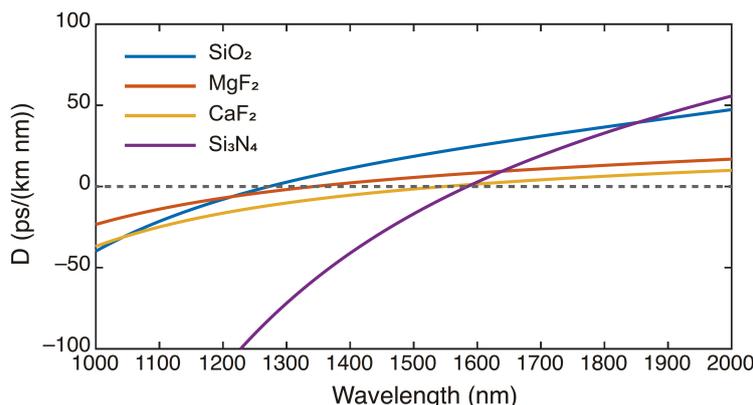


Fig. 1.9 Material dispersion  $D$  of various platform: silica ( $\text{SiO}_2$ ), magnesium fluoride ( $\text{MgF}_2$ ), calcium fluoride ( $\text{CaF}_2$ ), and silicon nitride ( $\text{Si}_3\text{N}_4$ ). [S. Fujii and T. Tanabe, “Dispersion engineering and measurement of whispering gallery mode microresonator for kerr frequency comb generation,” *Nanophotonics*, vol. 9, no. 5, pp. 1087–1104, 2020]

共振器の分散制御は材料分散だけではなく，構造分散も重要なパラメータである。構造分散は，媒質の構造に起因するものである。具体的には，光に対する実効屈折率に波長依存性があることを示している。構造分散は解析的に求めることが難しく，有限要素法 (Finite Element Method; FEM) を用いて求める。FEM を用いたシミュレーションは COMSOL 等のソフトウェアがあり [21]，そのようなシミュレーションを用いることで，共振周波数に対する固有モードや，共振器内部の電磁界分布を求めることができる。

### 1.3.2 非線形周波数シフト

共振周波数が内部パワーの変動に応じてシフトする現象を非線形周波数シフトと呼ぶ。この現象は四光波混合が発生するレベルの内部パワーのときに顕著に現れる。シフト後の実効周波数  $f_{\text{eff}}$  は以下 (1.9) のように表される。

$$f_{\text{eff}} = f_0 - \frac{f_0 n_2 P_{\text{cav}}}{n A_{\text{eff}}} \quad (1.9)$$

$f_0$  はシフト前の共振周波数， $n$  は屈折率， $n_2$  は非線形屈折率， $P_{\text{cav}}$  は共振器の内部パワー， $A_{\text{eff}}$  は実効モード体積である。

### 1.3.3 熱周波数シフト

熱周波数シフトは、熱光学効果と熱膨張効果という2つの現象の寄与により発生する。前者は熱による有効屈折率の変化 ( $dn/dT$ ) に起因し、後者は共振器長の変化 ( $dL/dT$ ) に起因する。熱による波長シフトは以下 (1.10) のように表される [22]。

$$\Delta\lambda_m \approx \frac{nL}{m} \left( \frac{\Delta L}{L} + \frac{\Delta n}{n} \right) = \lambda_m \left( \frac{1}{L} \frac{dL}{dT} \Delta T + \frac{1}{n} \frac{dn}{dT} \Delta T \right) \quad (1.10)$$

ここで、 $\Delta T$  は共振器の温度変化を表す。

2つの周波数シフトの影響によるシフト方向を考える。共振器に入射されるポンプ周波数を高周波から低周波に掃引する場合を考える。ポンプ周波数と共振周波数の差であるデチューニングが小さくなるにつれて、共振器内に閉じ込められる光が増加する。同時に共振器内部パワーも増加し、非線形周波数シフトと熱周波数シフトが観測され始める。このとき、共振周波数は低周波側にシフトし、ポンプ光も追いかけるように周波数掃引される。周波数シフトが最大を迎えた時点でポンプ光が共振周波数を追い越し、内部パワーは減少する。内部パワーの減少により共振周波数はシフトされる前の位置に帰っていく。低パワーのレーザを使用し、掃引した場合、共振ディップはローレンツ形状 (Lorentzian) となるが、高パワーのレーザを使用し、掃引した場合、直角三角形形状 (Triangular) となる。

## 1.4 散逸性カーソリトン

ソリトン (soliton) はパルス状の波動であり、長距離伝搬しても形状、速度は変化しない。特にこのようなパルスが光波の場合、光ソリトンと呼ぶ。微小光共振器を用いたソリトンの形成は、共振器の分散によるパルス広がり と 自己位相変調 (self phase modulation; SPM) によるパルス圧縮の釣り合い、利得 (パラメトリック増幅) と損失によるパワーの釣り合いというダブルバランスを満たすことにより実現する。このようなダブルバランスを満たすソリトンを生成するためには共振周波数とポンプ周波数の差であるデチューニングの調整が非常に重要である。ソリトン生成には共振周波数に対して、ポンプ周波数が低周波側に存在する必要がある。これは、共振波長に対して長波長側の領域であるため、ソリトンは共振に対してレッドデチューン (red-detuned) で存在すると表現される。このようなダブルバランスやデチューニングの制限を満たし、微小光共振器内で生成されるマイクロコムを散逸性カーソリトン (dissipative kerr soliton) と呼ぶ。このような散逸性カーソリトンは2013年に T. J. Kippenberg のグループが報告した [8]。この報告は、デチューニングと入力パワーを調整することによって微小光共振器内にソリトンを生成できることを実証した。また、モジュレーション不安定性 (modulation instability; MI) からソリトンへ遷移する際、内部パワーが階段状に変化する「ソリトンステップ」を観測できることも確認した。従来のマイクロコムはカオスな状態であり、高ノイズであると言われていたが、ソリトンコムは位相同期され、低ノイズであるため、この報告はマイクロコム研究において大きなインパクトを与えた。

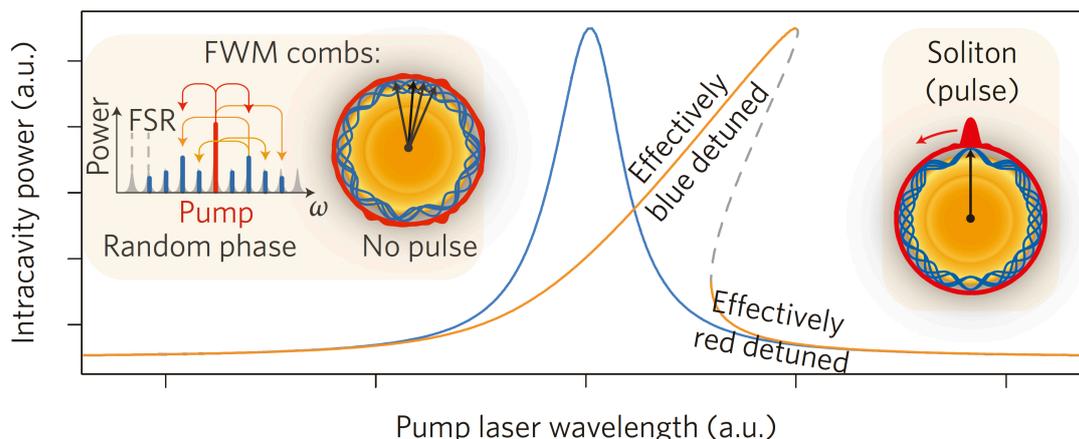


Fig. 1.10 Bistable intracavity power as a function of laser detuning for a linear (blue) and a nonlinear resonator (orange). The dashed line marks an unstable regime. The effectively blue-detuned and the effectively red-detuned regimes are indicated. In FWM combs the phases of the comb lines are constant but random, which leads to a periodic but not pulsed intracavity waveform. The left inset shows the optical spectrum resulting from cascaded FWM and illustrates how the superposition of comb frequencies (blue waves) with arbitrary phase (black arrows) results in a periodic intracavity power (red). The presence of a soliton implies synchronized phases and a pulsed intracavity power (right inset). a.u., arbitrary units. [T. Herr, V. Brasch, J. D. Jost, C. Y. Wang, N. M. Kondratiev, M. L. Gorodetsky, and T. J. Kippenberg, “Temporal solitons in optical microresonators,” *Nature Photonics*, vol. 8, no. 2, pp. 145–152, 2013]

ソリトンコムの生成過程について説明する。ある共振モードに対して、ポンプレーザを短波長側から長波長側に掃引を行う。レーザが共振に入ると、内部パワーが激しく変化するモジュレーション不安定状態となる。このとき共振周波数は非線形周波数シフトや熱周波数シフトによってシフトするが、追いかけるようにレーザを波長波長掃引し続けると、共振器内部パワーが徐々に増加し、四光波混合によるマイクロコムの生成も激しく行われる。波長掃引が続き、共振波長の最大シフト量に達するとポンプレーザは共振から外れるが、同時に長波長側にシフトしているソリトン解に入る。このとき微小光共振器内には存在するパルス数に対応したソリトン解があり、さらに波長掃引を続けるとソリトン解から外れる。このとき、もう一度ソリトン解に入るときがあるが、これはパルス数が減少したソリトン解である。これはパルス数が少ないソリトン解ほど長波長側にシフトするためである。このように次々にソリトンを遷移したとき、内部パワーが階段状のような形状をとるため、ソリトンステップと呼ばれる。ソリトンステップがどのような経路(どのようなパルス数のソリトン)辿るかは完全にランダムとなっている。一般的に、共振器内部のパルス数が複数あるマルチソリトン、ただ一つのみが存在するシングルソリトンの2つに区別される。

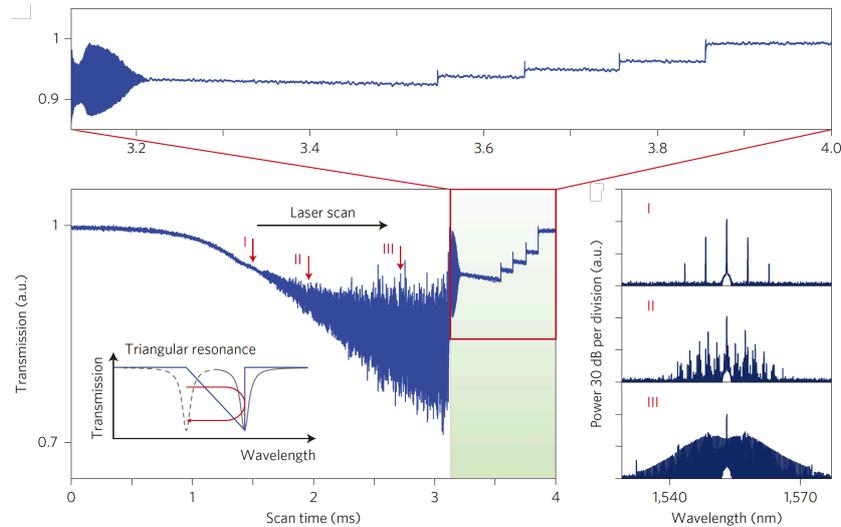


Fig. 1.11 Transmission observed when scanning a laser over a resonance of a microresonator. The transmission signal follows the expected triangular resonance shape (see inset) with deviations in the form of discrete steps (green shading). [T. Herr, V. Brasch, J. D. Jost, C. Y. Wang, N. M. Kondratiev, M. L. Gorodetsky, and T. J. Kippenberg, “Temporal solitons in optical microresonators,” *Nature Photonics*, vol. 8, no. 2, pp. 145–152, 2013]

ソリトンコムの生成には、ソリトンステップと呼ばれる範囲内で波長掃引を停止するだけで良いと考えられるが、簡単に実現できるものではない。これは、モジュレーションインスタビリティからソリトンへの遷移の際に生じる内部パワーの急激な減少による温度変化が問題である。共振器が急激に冷却されることにより、共振の波長シフト量が減少するため、共振から外れ、ソリトン生成範囲も狭くなるからである。このような問題を解決するために様々な方法が考案されている。

ソリトンコムの生成法として、最も簡便である手法はレーザチューニング法 (laser tuning method) である。これは、ポンプレーザの波長掃引速度を制御し、共振器の冷却を防止する手法である。具体的には、ポンプレーザの波長掃引速度を熱拡散速度よりも速くすることにより、内部パワーの増加による温度上昇を遅延させ、ソリトンへ遷移する際の冷却を打ち消すという手法である。ソリトン領域において、熱平衡状態を作ることができた場合、ソリトンの存在領域は変動しないものとなるため、適正なデチューニング範囲で波長掃引を止めることができた場合、確実にソリトンを生成させることができる。このような手法は共振器の材料ごとに異なる熱拡散速度を持つため、ソリトンコムを生成することが難しい共振器もあることに注意したい。

熱の影響を受けやすい共振器材料の場合のソリトンコム生成手法について説明する。熱の影響を受けやすい材料としてはシリコンナイトライドやシリカなどが代表的である。このような共振器は上述の波長掃引速度を調整し、ソリトンコムを生成するという点は同様だが、掃引速度は非常に速いものとする必要がある。このような手法は特別にファストスキャン (fast scan) などと呼ばれている [23]。ファストスキャンは、電圧制御発振器 (voltage-controlled oscillator; VCO) による変調信号を用いて変調されるシングルサイドバンド (single side band; SSB) 変調によって実現される。電圧制御発振器による高速な変調信号により、熱拡散速度よりも速くレーザを波長掃引する。

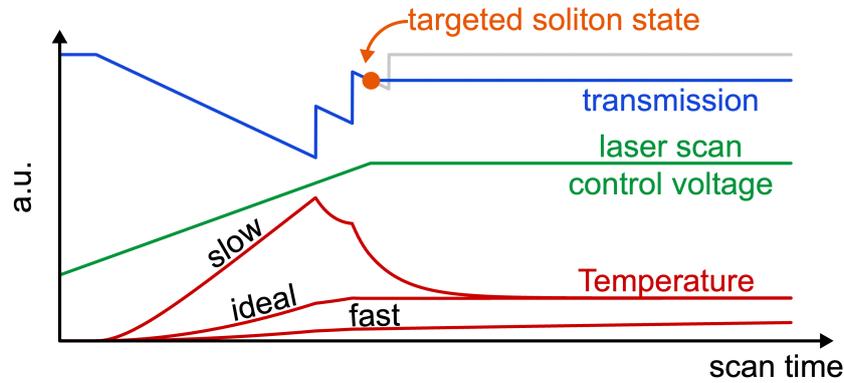


Fig. 1.12 Illustration of the laser tuning method, where a laser frequency scan (green) is performed that stops when the targeted soliton state, marked by an orange dot in the corresponding transmission signal, is reached. The grey line illustrates the signal that would have been observed if the scan had been continued. The system remains stably in this state when the appropriate scan speed is chosen. [T. Herr, V. Brasch, J. D. Jost, C. Y. Wang, N. M. Kondratiev, M. L. Gorodetsky, and T. J. Kippenberg, “Temporal solitons in optical microresonators,” *Nature Photonics*, vol. 8, no. 2, pp. 145–152, 2013]

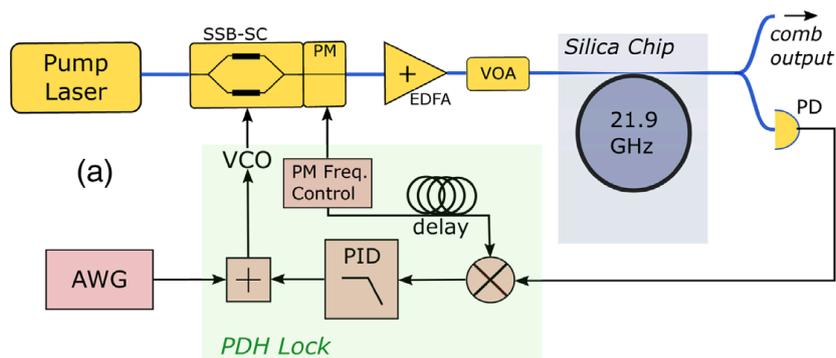


Fig. 1.13 Fast Scan Setup overview. An SSB-SC frequency shifter is driven by a high-bandwidth VCO for fast frequency control of the pump laser. [J. R. Stone, T. C. Briles, T. E. Drake, D. T. Spencer, D. R. Carlson, S. A. Diddams, and S. B. Papp, “Thermal and nonlinear dissipative-soliton dynamics in kerr-microresonator frequency combs,” *Physical Review Letters*, vol. 121, no. 6, p. 063 902, 2018]

他に、パワーキック (power kicking) 法 [24], [25] や補助レーザ (auxiliary laser pumping) 法 [26], [27] といった手法がある。このような手法は、ソリトン生成直前に強度変調器を用いてポンプパワーを急激に減少させた後、急激にポンプパワーを変化させる手法や、他共振モードを補助レーザでポンプする手法など、熱の影響を小さくするような手法である。ソリトン生成において熱の影響は大きいものであるため、このような熱の影響を抑える手法は非常に有用なものである。

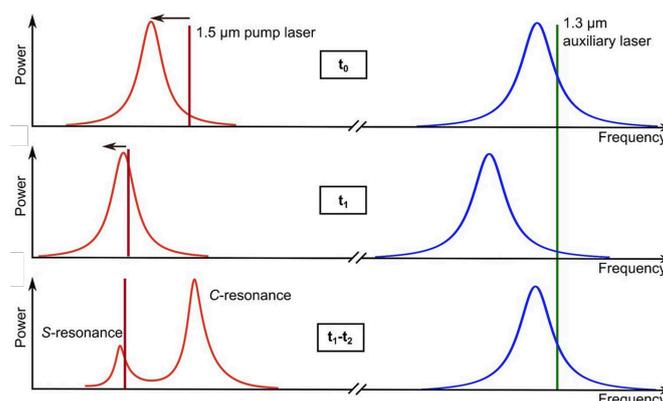


Fig. 1.14 Upper illustration, only the auxiliary laser is coupled into a resonator mode. When tuning the pump laser into resonance, shown in middle illustration, the thermal shift of the resonator modes automatically reduces the amount of light coupled into the auxiliary resonator mode. Bottom illustration shows the abrupt transition into a soliton state, which reduces the coupled power of the pump laser. [S. Zhang, J. M. Silver, L. D. Bino, F. Copie, M. T. M. Woodley, G. N. Ghalanos, A. Ø. Svela, N. Moroney, and P. Del’Haye, “Sub-milliwatt-level microresonator solitons with extended access range using an auxiliary laser,” *Optica*, vol. 6, no. 2, pp. 206–212, 2019]

## 1.5 光通信

光に変調を加えて情報を伝送するものを光通信という。光通信は、長距離伝送に対する損失が少なく、波長ごとの多重化を多くすることによって伝送容量を大きくすることができ、通信速度が速いことなどが利点として挙げられる。光に“0”と“1”の情報をのせる手法としては、強度変調や位相変調などがあるが、一般的に最も簡便な手法は強度変調である。これは信号“0”に対しては光の強度を off とし、信号“1”に対しては光の強度を on とするものである。この手法は強度変調・直接検波 (intensity modulation - direct detection; IM-DD) 方式と呼ばれる。他に、位相変調を用いるものはデジタルコヒーレント (digital coherent) 通信と呼ばれる。デジタルコヒーレント通信は光の強度だけではなく、波としての性質を利用することで、長距離・大容量伝送を効率的に実現することが可能な手法である。例えば四相位相変調 (quadrature phase shift keying; QPSK) を用いた場合、光に乗せることが可能な情報は“11”, “10”, “01”, “00”の4種類となり、強度変調・直接検波方式と比べ、2倍の情報量をもたらすことができる。また、直交する2つの光は交わらないという性質を利用し、X偏波、Y偏波に異なる情報を載せることで更に2倍の情報を伝送することも可能である。これは偏波多重四相位相変調 (dual polarization - quadrature phase shift keying;

DP-QPSK) と呼ばれ、強度変調・直接検波方式と比較し、4 倍の情報量をもたらすことができる。上記の他、様々な変調方式による光通信が行われており、現在も成長を続けている。

光通信に使用される波長帯について説明する。光通信の伝送には光ファイバが用いられる。光ファイバは波長ごとに伝送損失が異なり、現在使用可能な波長帯域は 1000 nm - 1675 nm というごく僅かな帯域となっている。さらにこの波長帯域の中で細分化されており、以下の表のように表されている。光ファイバの伝送損失を考慮し、光通信の波長帯は C-band がよく用いられている。このような波長帯域内でチャンネルごとに波長を指定し、チャンネルを多重化させ伝送する光通信方式を波長分割多重 (wavelength division multiplexing; WDM) 方式と呼ぶ。波長分割多重通信は多くのチャンネルを多重化させるため大容量の信号を伝送することができ、光通信で最も使用されている通信方式である。波長分割多重通信の送信側では異なる波長の光を出射する半導体レーザを必要チャンネル数用意し、各半導体レーザを変調して信号光をつくる。この変調は上述した強度変調や位相変調など必要伝送容量に合わせて選択される。半導体レーザを変調してつくられた信号光を合波器 (multiplexer; Mux) を用いて一本の光ファイバに入れ、伝送を行う。受信側では分波器 (demultiplexer; DeMux) を用いて各波長の光に分け、フォトディテクタで信号を受信する。1 つの波長で送る場合に比べ、2 つの波長で 2 倍、3 つの波長で 3 倍となるように、多くの波長 (チャンネル) を使用することで多くの信号を送ることができる。

Table 1.1 Wavelength band for optical communication.

Band	Wavelength(nm)
T-band (Thousand)	1000-1260
O-band (Original)	1260-1360
E-band (Extended)	1360-1460
S-band (Short wavelength)	1460-1530
C-band (Conventional)	1530-1565
L-band (Long wavelength)	1565-1625
U-band (Ultralong wavelength)	1625-1675

波長分割多重通信には、波長間隔の広い粗密度波長分割多重 (Coarse WDM; CWDM) と狭い高密度波長分割多重 (Dense WDM; DWDM) の 2 つの種類がある。それぞれの波長、周波数は国際電気通信連合 (International Telecommunication Union) により厳格に規定されており、この波長、周波数間隔を ITU-T グリッドと呼ぶ。

粗密度波長分割多重の中心波長は O バンド、E バンド、S バンド、L バンドを含む 1271 nm から 1611 nm を 20 nm 間隔で分割した 18 波長である。実際に 18 波長を全て使用するケースは少なく、1471 nm - 1611 nm の 8 波長か 1531 nm - 1611 nm の 4 波長が多く使用される。この波長帯が選択される理由は、一般的な量産光学部品 (WDM フィルタ、Mux, DeMux 等) を多く使用することができるためである。

高密度波長分割多重は光の波長ではなく、周波数で間隔が決められている。高密度波長分割多重は光アンプを使った長距離伝送を前提としているため、アンプしやすいCバンドとLバンドだけが使用され、伝送容量を増大させるため非常に細かく分割されている。周波数分割間隔は100, 50, 25, 12.5 GHzの4種類あり、それぞれ以下(1.11)に示されるような中心周波数で分割されている。

$$\begin{aligned}
 f_{100\text{GHz}} &= 193.1 + n \times 0.1 \\
 f_{50\text{GHz}} &= 193.1 + n \times 0.05 \\
 f_{25\text{GHz}} &= 193.1 + n \times 0.025 \\
 f_{12.5\text{GHz}} &= 193.1 + n \times 0.0125
 \end{aligned}
 \tag{1.11}$$

ここで $n$ は0を含む正または負の整数である。

波長分割多重通信は便利な通信方式ではあるが、問題点もある。それは多重化させる波長（チャネル）数の半導体レーザが必要であり、それぞれのレーザに対して波長安定化のためにフィードバックを介する必要がある、コストや消費電力が増大することである。これは昨今の光通信の大容量化を行う上で非常に好ましくない。しかしこの問題はマイクロコム光源を用いることで解決することができる。マイクロコムは1つの光源から広い波長帯域をカバーすることができるため、FSRをITU-Tグリッドに合わせ込み、共振周波数をITU-Tグリッドの中心周波数に合わせることができれば、高密度波長分割多重通信に応用することが可能である。

実際にマイクロコム光源を使用し、波長分割多重通信を行った代表的な先行研究を説明する。2017年にT. J. KippenbergとC. Koosのグループが共同で行い報告した“Microresonator-based solitons for massively parallel coherent optical communications”では、シリコンナイトライドを用いて、発生させたソリトンコムを用いて波長間隔100 GHz, 50 GHzの高密度波長分割多重通信を実証した[28]。このようなマイクロコムの光通信応用はチューリングパターン[29]、モジュレーションインスタビリティコム[30]、ソリトンコム、ソリトンクリスタル[31]、ダークパルス[32]など様々なコム状態で実証されはじめている。しかし、それぞれチューリングパターンやソリトンコム単体の伝送特性評価を行っているものが多く、様々な状態のマイクロコムを体系的にまとめ報告しているものは少ない。実際に光通信応用を見据えた場合、どのようなマイクロコムが適正であるかは不明なままとなっている。

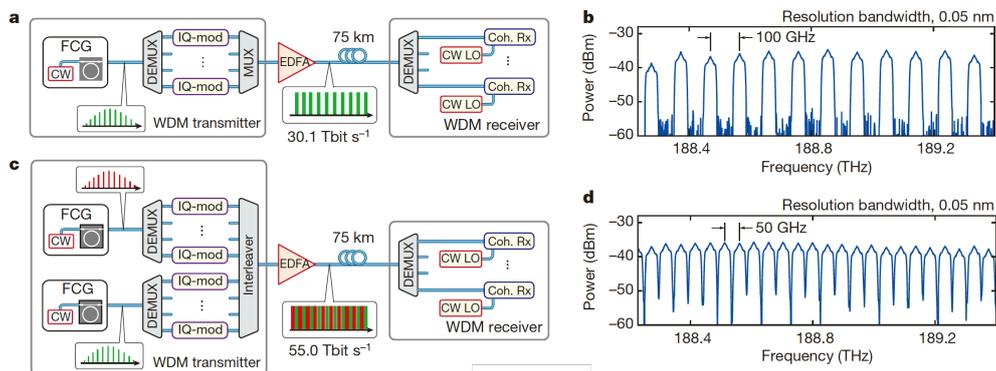


Fig. 1.15 (a) Principle of data transmission using a single DKS comb generator as the optical source at the transmitter. (b) Section of the optical spectrum of the WDM data stream. (c) Principle of data transmission using a pair of interleaved DKS combs at the transmitter. (d) Section of the optical spectrum of the WDM data stream. [P. Marin-Palomo, J. N. Kemal, M. Karpov, A. Kordts, J. Pfeifle, M. H. P. Pfeiffer, P. Trocha, S. Wolf, V. Brasch, M. H. Anderson, R. Rosenberger, K. Vijayan, W. Freude, T. J. Kippenberg, and C. Koos, “Microresonator-based solitons for massively parallel coherent optical communications,” *Nature*, vol. 546, pp. 274–279, 2017]

## 1.6 本研究の目的

微小光共振器によるマイクロコム生成は、従来の大掛かりな光周波数コム生成セットアップから大幅な小型化を可能にし、同時に省エネルギー、コストダウンなど大きな可能性を秘めている。昨今、このようなマイクロコムの応用研究が研究されはじめている。マイクロコムの光通信応用という面においてはチューリングパターンやソリトンコムなど様々なマイクロコムを用いて研究されている。しかし、このような先行研究はチューリングパターンやソリトンコムなどいずれかの1つのマイクロコム状態の伝送特性を測定したものばかりである。本研究は様々なマイクロコムの状態で伝送特性を測定し、光通信応用を見据えた上でどのようなマイクロコム状態が適しているのか、また適さない原因は何かを体系的に調査することを目的とする。本研究では4種類のマイクロコム状態でのアイパターン、ビットエラーレートを測定した。また、マイクロコムの伝送特性に影響を与えるノイズに関する検討を行った。

## 第 2 章

# 微小光共振器

### 2.1 共振器理論

#### 2.1.1 光共振器

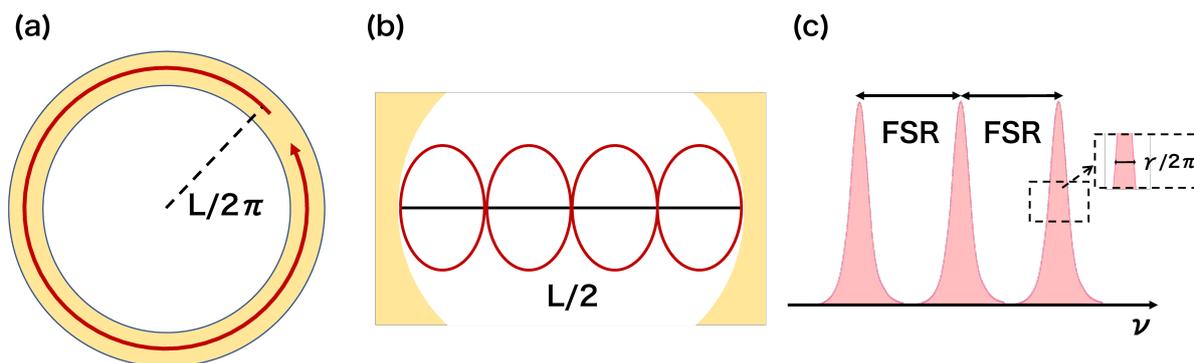


Fig. 2.1 (a) Ring-type optical microresonator with a round-trip length  $L$ . (b) Fabry-Pérot resonator with a round-trip length of  $2L$ , consisting of two reflective mirrors. (c) Resonant spectrum characterized by an equidistant free-spectral range (FSR) and full-width of half-maximum (FWHM) linewidth.

光共振器の理論は、ファブリーペロー共振器をモデルに考えていく。このモデルは2枚の平行な平面鏡から構成され、その間の空間で反射を繰り返す光を考える。光共振器には光が共振するための条件が存在し、それは共振器長  $L$  と光の周波数  $\nu$  によって定義される位相条件である。光が鏡の間を往復する際に、位相が一致していることが条件であることから、伝搬時と反射時の位相変化を考慮することによって共振の条件を求めることができる。鏡で反射する際の位相変化量は、反射面に入る角度とモード「TE (Transverse Electric)」または「TM (Transverse Magnetic)」によって異なるが、今回は反射面に対して光が垂直に入射すると仮定する。このような場合、位相変化量は  $\pi$  (TE モード)、もしくは  $0$  (TM モード) となるので、どちらも2回の反射で同じとなる。よって、

共振条件は以下 (2.1) のように表せる。

$$k \cdot 2L = m \cdot 2\pi \quad (2.1)$$

ここで  $k$  は光の波数,  $m$  は整数である。式 (2.1) を用いて, 周波数, 波長に関する共振条件を導くことができる。

$$\nu_m = m \cdot \frac{c}{2L} \quad (2.2)$$

$$\lambda_m = \frac{2L}{m} \quad (2.3)$$

この式から, ファブリーペロー共振器の共振周波数は等間隔に存在することがわかる。この間隔は自由スペクトル領域 (free spectral range; FSR) と呼ばれ, 以下 (2.4) のように表される。

$$\nu_{\text{FSR}} = \frac{c}{2L} \quad (2.4)$$

FSR は波長についても以下 (2.5) のように表すことができる。

$$\lambda_m = \frac{\lambda^2}{2L} \quad (2.5)$$

理想的には, 共振周波数はデルタ関数のようにある一点でのみ生じるものであるが, 実際は共振器に損失があり, 共振周波数のスペクトルはある程度の幅を持つことになる。共振器 1 往復 ( $2L$ ) あたりの電界振幅減衰係数を  $\alpha$ , 位相変化量を  $\varphi = k \cdot 2L = \frac{4\pi\nu L}{c}$  とおくと, 共振器内における電界は以下 (2.6) のように表される。

$$\begin{aligned} E &= E_0 + \alpha e^{-i\varphi} E_0 + (\alpha e^{-i\varphi})^2 E_0 + (\alpha e^{-i\varphi})^3 E_0 \cdots \\ &= \frac{E_0}{1 - \alpha e^{-i\varphi}} \end{aligned} \quad (2.6)$$

電界  $E$  を強度  $I$  の形に表すと以下 (2.7) の様になる。

$$I = \frac{I_0}{(1 - \alpha)^2 + 4\alpha \sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right)} \quad (2.7)$$

また, 最大強度  $I_{\text{max}}$  は以下 (2.8) のように求められる。

$$I_{\text{max}} = \frac{I_0}{(1 - \alpha)^2} \quad (2.8)$$

以上から電界強度の値は位相変化量  $\varphi$ , すなわち波数  $k$  に対してローレンツ関数となっていることがわかる。ここで  $\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) \approx \frac{\varphi}{2}$  と近似すると, 半値全幅 (full width half maximum; FWHM) は以下のように表される。

$$\Delta L = \frac{c(1 - \alpha)}{2\pi L \sqrt{\alpha}} \quad (2.9)$$

$$\Delta \lambda = \frac{\lambda^2(1 - \alpha)}{2\pi L \sqrt{\alpha}} \quad (2.10)$$

共振器 1 往復あたりの電界振幅の減衰は、指数関数的に表すことができ、以下 (2.11) のようになる。

$$\alpha = \exp(-\alpha_r \cdot 2L) \quad (2.11)$$

ここで、 $\alpha_r$  は単位長さあたりの電界振幅の減衰係数を示す。単位時間あたりの減衰係数を  $\alpha_t$  とすると、

$$\alpha_t = \alpha_r c \quad (2.12)$$

と表せる。ここで  $c$  は光速とする。電界強度が  $1/e$  (約 37%)、電界振幅が  $1/\sqrt{e}$  となる時間を共振器寿命 (cavity lifetime) と定義する。共振器寿命を  $\tau_p$  とすると以下 (2.13) のように表される。

$$\tau_p = \frac{1}{2\alpha_t} = \frac{1}{2c\alpha_r} \quad (2.13)$$

ここで任意の時間  $t$  における電界振幅の減衰は以下のようなになる。

$$\alpha = \exp\left(-\frac{t}{2\tau_p}\right) \quad (2.14)$$

共振器の  $Q$  値を考えていく。共振器の  $Q$  値は共振器に蓄えられるエネルギー  $E_{\text{cav}}$  と振動周期あたりの損失エネルギー  $E_{\text{diss}} = \frac{P_{\text{diss}}}{\nu}$  の関係によって導くことができる。 $\nu$  は周波数である。

$$Q = 2\pi \frac{E_{\text{cav}}}{E_{\text{diss}}} = 2\pi\nu \frac{E_{\text{cav}}}{P_{\text{diss}}} = \omega\tau_p = \frac{\omega}{\gamma} \quad (2.15)$$

ここで、 $\omega$  は光の周波数を表す。 $Q$  値は無次元であり、光を共振器内部にどれだけ長時間閉じ込められるかという性能を表す指標としてよく用いられている。このような、 $Q$  値を測定するために電界強度の減衰を測定し、 $1/e$  になるまでの時間を求める手法はリングダウン法と呼ばれている。また、 $Q$  値は以下 (2.16) のように表されることもある。

$$Q = \omega \frac{\text{Stored energy}}{\text{Power loss}} \quad (2.16)$$

### 2.1.2 微小光共振器

ここまでファブリーペロー共振器をモデルに光共振器の  $Q$  値の定義を行ったが、実際には様々な要因により、 $Q$  値は制限される。これらの要因について、微小光共振器をもとに考えていく。 $Q$  値は共振器寿命である  $\tau_p$  によって決められていた。この  $\tau_p$  の逆数である  $\tau_p^{-1}$  は光の減衰率「Decay rate」と呼ばれる。 $\tau_p^{-1}$  は以下のように複数の要素から構成されている。

$$\tau_p^{-1} = \tau_{\text{material}}^{-1} + \tau_{\text{scattering}}^{-1} + \tau_{\text{radiation}}^{-1} + \tau_{\text{coupling}}^{-1} \quad (2.17)$$

ここで、 $\tau_{\text{material}}^{-1}$  は共振器固有の材料吸収、 $\tau_{\text{scattering}}^{-1}$  は材料散乱、 $\tau_{\text{radiation}}^{-1}$  は伝搬モードの放射損失、 $\tau_{\text{coupling}}^{-1}$  は導波路との結合による結合損失である。実際の測定で得られる  $Q$  値はこれら全てを含んだ  $Q_{\text{load}}$  である。また、共振器固有の  $Q$  値は  $Q_{\text{unload}}$  または  $Q_{\text{int}}$ 、結合による  $Q$  値は  $Q_{\text{couple}}$  また

は  $Q_{\text{ext}}$  と呼ばれる。またこの時の減衰率は  $\gamma_{\text{int}} = \omega/Q_{\text{int}}$ ,  $\gamma_{\text{ext}} = \omega/Q_{\text{ext}}$  と定義される。以上をまとめ、 $Q$  値に関する関係を以下 (2.18) に示す。

$$\begin{aligned} Q_{\text{load}}^{-1} &= Q_{\text{material}}^{-1} + Q_{\text{scattering}}^{-1} + Q_{\text{radiation}}^{-1} + Q_{\text{couple}}^{-1} \\ &= Q_{\text{unload}}^{-1} + Q_{\text{couple}}^{-1} \end{aligned} \quad (2.18)$$

共振器を作製した段階で、 $Q_{\text{unload}}$  は決定されるが、テーパファイバ等を用いたカップリングを行う場合、 $Q_{\text{couple}}$  は調整することが可能である。

## 2.2 微小光共振器と導波路の結合

### 2.2.1 結合モード理論 (Coupled mode theory)

共振器と導波路間の結合の過程を示すために結合モード理論が用いられている。ここでは、微小光共振器と導波路間の結合を以下の Fig. 2.2 のようなモデルをもとに考えていく。

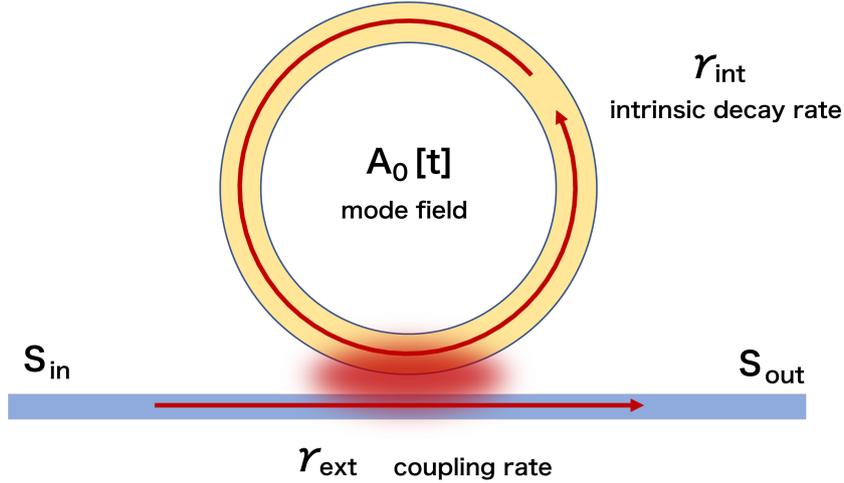


Fig. 2.2 Waveguide-microresonator optical coupling system via evanescent field.  $A_0(t)$  is the intracavity optical field,  $S_{\text{in}}$  and  $S_{\text{out}}$  denote the input and output fields, respectively.  $\gamma_{\text{int}}$  and  $\gamma_{\text{ext}}$  are the intrinsic decay rate and coupling rate, respectively.

結合モード理論を用いると、 $A_0(t)$  は以下のように表すことができる [33], [34].

$$\frac{dA_0(t)}{dt} = -\left(\frac{\gamma}{2} + j(\omega_0 - \omega_p)\right) A_0(t) + \sqrt{\gamma_{\text{ext}}} S_{\text{in}}(t) \quad (2.19)$$

ここで  $\omega_0$ ,  $\omega_p$ ,  $S_{\text{in}}$  は、それぞれ共振周波数、ポンプ周波数、入力波の振幅を示す。減衰率は  $\gamma_{\text{int}}$ ,  $\gamma_{\text{ext}}$ ,  $\gamma$  と表記し、それぞれ共振器固有の減衰率、共振器と導波路間の結合減衰率、2つの減衰の和となっている。定常状態 ( $dA_0(t)/dt = 0$ ) と仮定すると、モード振幅  $A_0$  は以下のように表すことができる。

$$A_0 = \frac{\sqrt{\gamma_{\text{ext}}}}{\gamma/2 + j(\omega_0 - \omega_p)} S_{\text{in}} \quad (2.20)$$

共振器内部に蓄積した光子数は、導波路へ入力された光子数  $|s_{\text{in}}^2|$  であるから、

$$|A_0|^2 = \frac{\gamma_{\text{ext}}}{\gamma^2/4 + j(\omega_0 - \omega_p)^2} |s_{\text{in}}|^2 \quad (2.21)$$

と表すことができる。また、入力されたモード振幅と出力されたモード振幅の関係は以下のようになる。

$$s_{\text{out}} = -s_{\text{in}} + \sqrt{\gamma_{\text{ext}}} A_0 \quad (2.22)$$

この時、透過率は  $T = |s_{\text{out}}/s_{\text{in}}|^2$  と定義される。

$$t = \frac{s_{\text{out}}}{s_{\text{in}}} = \frac{(\gamma_{\text{ext}} - \gamma_{\text{int}})/2 - j(\omega_0 - \omega_p)}{(\gamma_{\text{ext}} + \gamma_{\text{int}})/2 + j(\omega_0 - \omega_p)} \quad (2.23)$$

$$T = |t|^2 = \frac{(\gamma_{\text{ext}} - \gamma_{\text{int}})^2/4 + (\omega_0 - \omega_p)^2}{(\gamma_{\text{ext}} + \gamma_{\text{int}})^2/4 + (\omega_0 - \omega_p)^2} \quad (2.24)$$

エネルギー保存の法則から、出力光子  $|s_{\text{out}}|^2$  は入力光子と光共振器内部での散逸光子から求めることができる。

$$\begin{aligned} |s_{\text{out}}|^2 &= |s_{\text{in}}|^2 - \gamma_{\text{ext}} |A_0|^2 = \left( 1 - \frac{\gamma_{\text{int}} \gamma_{\text{ext}}}{\gamma^2/4 + (\omega_0 - \omega_p)^2} \right) |s_{\text{in}}|^2 \\ &= \frac{(\gamma_{\text{ext}} - \gamma_{\text{int}})^2/4 + (\omega_0 - \omega_p)^2}{(\gamma_{\text{ext}} + \gamma_{\text{int}})^2/4 + (\omega_0 - \omega_p)^2} |s_{\text{in}}|^2 \end{aligned} \quad (2.25)$$

これは、式 (2.24) と一致していることがわかる。共振状態、ゼロデチューニング ( $\omega_0 - \omega_p = 0$ ) のとき、透過率の最大ディップ  $T_0$  は以下のようになる。

$$T_0 = \left( \frac{Q_{\text{int}} - Q_{\text{ext}}}{Q_{\text{ext}} + Q_{\text{int}}} \right)^2 \quad (2.26)$$

透過率が 0 になる ( $Q_{\text{int}} = Q_{\text{ext}}, \gamma_{\text{int}} = \gamma_{\text{ext}}$ )、つまりエネルギー保存の観点から入射波のエネルギーがすべて共振器内に入る状態をクリティカルカップリングと呼ぶ。この状態が入力のパワーを最も効率よく伝える状態となっている。また、その他の場合に関しても分類があり、以下にまとめて記述する。

- **Under coupling (アンダーカップリング):** ( $Q_{\text{int}} < Q_{\text{ext}}, \gamma_{\text{int}} > \gamma_{\text{ext}}$ )  
共振器内部での損失のほうが、導波路との結合損失よりも大きい状態。具体的には導波路を通して透過する成分が共振器から結合する成分よりも大きな場合を指す。
- **Critical coupling (クリティカルカップリング):** ( $Q_{\text{int}} = Q_{\text{ext}}, \gamma_{\text{int}} = \gamma_{\text{ext}}$ )  
共振器内部での損失と導波路との結合損失が等しい状態。このとき強度透過率は  $T = 0$  で、入力成分は全て共振器内部に入ることを意味しており、最も効率の良い状態となっている。共振条件 ( $\omega_p = \omega_0$ ) においては、位相が  $180^\circ$  ずれることで、透過成分を打ち消し合っていると理解することができる。

- Over coupling (オーバーカップリング): ( $Q_{\text{int}} > Q_{\text{ext}}, \gamma_{\text{int}} < \gamma_{\text{ext}}$ )

導波路との結合損失のほうが、共振器内部での損失よりも大きい状態。ほとんどの入力共振器に結合しており、導波路を通した透過成分よりも、共振器から結合する成分の方が大きい状態を指す。

実験で取得することが可能なものは、全体の  $Q$  値である  $Q_{\text{tot}}$  と強度透過率  $T$  である。強度透過率は以下のように示される。

$$T = \left| 1 - 2 \frac{Q_{\text{tot}}}{Q_{\text{int}}} \right|^2 \quad (2.27)$$

これにより、共振器固有の  $Q$  値である  $Q_{\text{int}}$  を、実験で取得できる  $Q$  値  $Q_{\text{tot}}$  と、強度透過率  $T$  から求めることができる。 $Q_{\text{int}}, T, Q_{\text{tot}}$  の関係を以下に示す。

$$Q_{\text{int}} = \frac{2}{1 \pm \sqrt{T}} Q_{\text{tot}} \quad (2.28)$$

ここで符号はそれぞれアンダーカップリング(プラス), オーバーカップリング(マイナス)を示している。

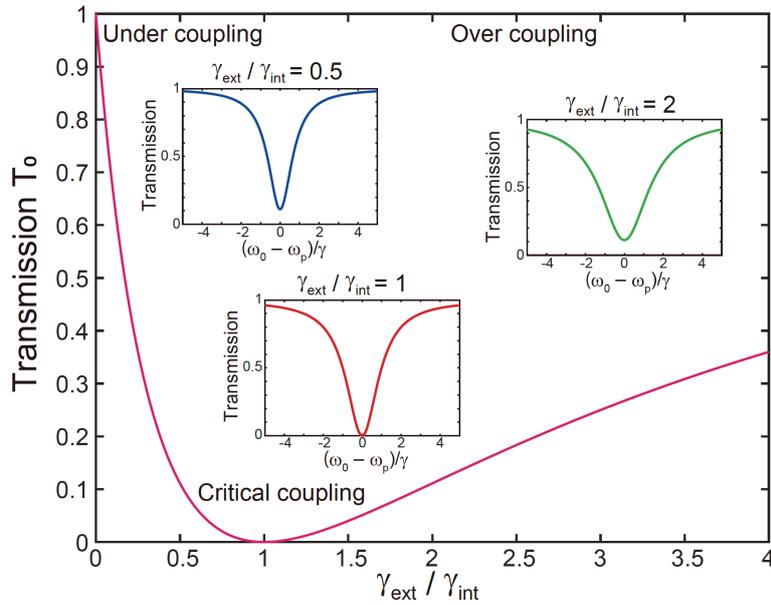


Fig. 2.3 Minimum transmission  $T_0$  for different  $\gamma_{\text{ext}}/\gamma_{\text{int}}$ .  $\gamma_{\text{ext}}/\gamma_{\text{int}} = 1$  corresponds to critical coupling condition, and  $\gamma_{\text{int}} > \gamma_{\text{ext}}$  ( $\gamma_{\text{int}} < \gamma_{\text{ext}}$ ) are under(over) coupling condition. Insets show normalized transmission for each coupling condition.[S. Fujii, “Dispersion engineering of high-Q optical microresonators for frequency comb generation,” Ph.D. dissertation, Keio University, 2020]

### 2.2.2 光結合の手法

微小光共振器と導波路との結合方法は様々な種類がある [36]. 共振器の種類によって、光を結合させる手法は異なる. 2つのミラーを対面させるファブリーペロー共振器のような共振器の場合、ミラーに光を入射するだけでよい. しかし、微小光共振器などでよく用いられている、WGM 共振器は直接光を入射することができないため、何らかの導波路を用いてその導波路から漏れ出す光を共振器に結合させて入射させるという手法がよくとられている. 導波路から漏れ出す光はエバネッセント光 (evanescent light) や近接場光と呼ばれ、全反射条件 (total internal reflection condition) 下において、低屈折率媒質側にしみ出る特殊な光である. エバネッセント光を用いて導波路と共振器間の光結合を行う手法は多く提案されており、プリズムを用いた手法や angled cleaved fiber という断面が鋭利となっている光ファイバを用いる手法、テーパファイバを用いる手法などがある [37]–[40]. 現在は、テーパファイバを使用した光結合が広く用いられている. テーパファイバはシングルモードファイバを熱しながら引き伸ばすことによって作製される. 作製されるテーパ部分は直径が  $1\ \mu\text{m}$  となるほど小さいものであるため、光の漏れ出しが非常に多く、テーパ部分を微小光共振器に近づけることで容易に光を結合させることができる. テーパファイバを使用した光結合の利点は、伝搬損失が少なく、非常に高い結合効率を実現できる点である. 報告では、99.4% の結合効率を実現しており [41], 理論上では、99.97% の結合効率を達成できるとされている [42]. シリコンナイトライドやリチウムナイトレート、アルミナナイトライドなどの CMOS 互換プロセスで作製されるものは、チップ上に共振器と導波路を同時に作製するため、上記の手法とは少し異なる手法を取る必要がある.

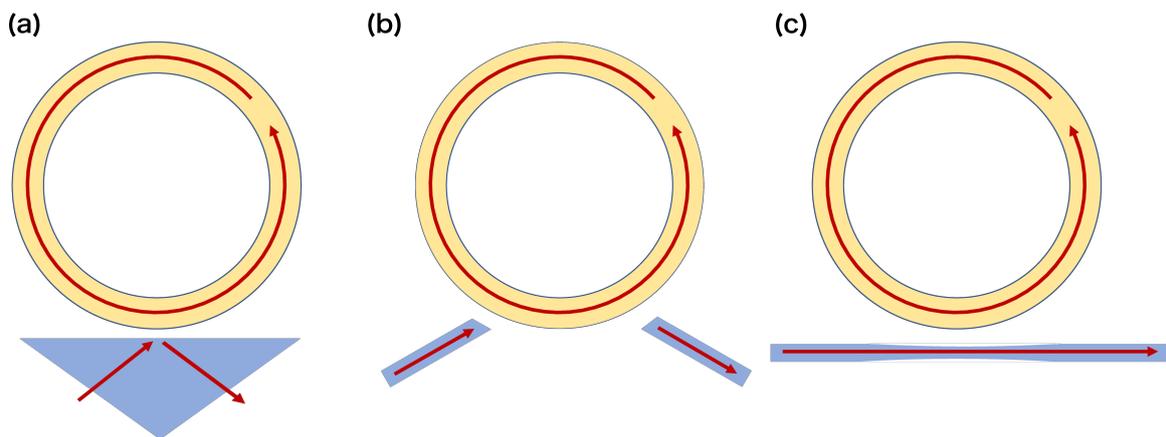


Fig. 2.4 Schematic of illustration of (a) a prism coupling, (b) an angle cleaved fiber coupling, and (c) a tapered optical coupling.

### 2.2.3 導波路結合 (Waveguide coupling)

導波路結合は、チップ上に完全に集積された導波路と共振器間の光を結合させる手法である。導波路結合の代表例としてシリコンナイトライド微小光共振器を紹介する。Fig. 2.4 に、導波路結合の概略図と顕微鏡写真を示す。CMOS 互換プロセスで作製されるものは、共振器構造の設計と同時に、導波路構造の設計(ストレートバスやプーリーバスなど)も可能であり、自由な結合状態を作製することができる。共振器と導波路は作製された時点で固定されるため、共振器と導波路間のギャップは揺らぐことがなく、結合条件は変化しない。そのため、導波路結合は安定した結合状態を維持することができる [43], [44]。共振器と導波路間のギャップが変わらないことは利点であるが、結合を調整できないという点は欠点でもある。共振器作製後の調整が難しいため、作製前の設計が非常に重要となる。最近の研究では、WGM 微小共振器と導波路間で非常に効率的な結合が報告されている [45]–[47]。

チップ上の導波路にはレンズファイバ等を使用し入力する。入力の際、チップのファイバ間に空間があるため入力損失が生じてしまう。入力損失はアライメントを正確に行うことによって小さくすることは可能だが、2-3 dB の損失は必ず生じることに注意したい。

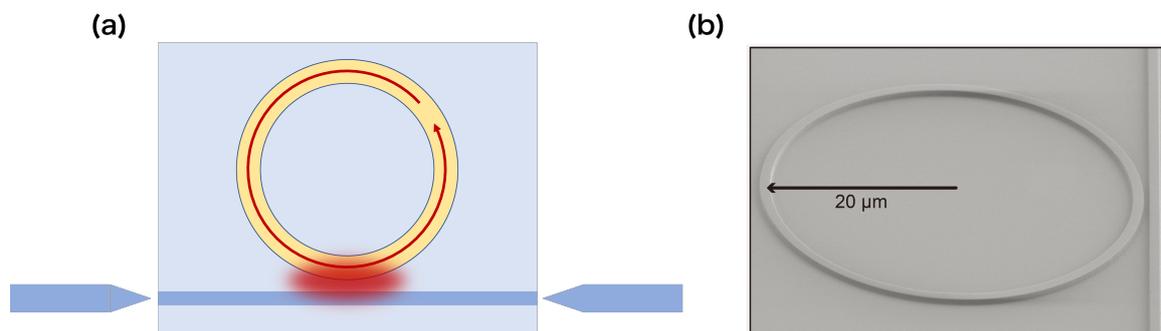


Fig. 2.5 (a) Schematic of a waveguide coupling system. The incident light is injected into the waveguide by using a lensed fiber or a focusing lens. (b) Micrograph of a waveguide integrated silicon nitride microresonator.[C. J. Krüchel, A. Fülöp, T. Klintberg, J. Bengtsson, P. A. Andrekson, and V. Torres-Company, “Linear and nonlinear characterization of low-stress high-confinement silicon-rich nitride waveguides,” *Optics Express*, vol. 23, no. 20, pp. 25 827–25 837, 2015]

## 第 3 章

# 非線形光学効果とマイクロコム

### 3.1 非線形光学効果

非線形とは光強度に依存して、物質の応答に非線形的な効果があることを示す言葉である。このような非線形な光学効果の最初の報告は 1961 年の Perter Franken らによる二次高調波発生 (second harmonic generation; SHG) に関するものであるとされている [49]。非線形光学効果の研究は、光学という分野の発展に大きく寄与してきたものであり、本論文でも非線形光学効果を応用した研究を行っている。これから非線形光学効果について説明していく。

光が媒質中を伝搬する時、媒質内では分極が連続的に生じている。光の電極を  $E$ 、電極密度を  $P$  とすると、以下のように表すことができる [50]。

$$P = \epsilon_0 \chi E \quad (3.1)$$

ここで、 $\epsilon_0$  は真空の誘電率、 $\chi$  は媒質の電気感受率を示す。入射された光に対して線形に応答することから線形媒質と呼ばれる。通常、全ての媒質は線形媒質であるが、高強度の光を入射すると、非線形な応答が帰ってくる。これは以下のように記述される。

$$P = \epsilon_0 \left( \chi^{(1)} E + \chi^{(2)} E^2 + \chi^{(3)} E^3 \dots \right) \quad (3.2)$$

$\chi^{(2)}$  や  $\chi^{(3)}$  はそれぞれ二次の非線形項、三次の非線形項と呼ばれ、このような非線形項を利用したものが非線形光学効果である。

非線形光学効果は、微視的な面と巨視的な面の 2 つの面から考えられる。分極密度  $P$  は式 (3.1) と表したが、他に以下のように表すこともできる。

$$P = N\rho \quad (3.3)$$

ここで、 $N$ 、 $\rho$  は双極子モーメントの数密度、個々の双極子モーメントを示す。分極にはこの 2 つの要素が関わっていることが式 (3.3) からわかる。

双極子モーメントの数密度  $N$  は、入射する電界に依存している。この依存性は、準位間の遷移 (吸収や放出など) に関する反応においては顕著に見られる。入射光が弱い場合、準位間の遷移確率は線形に変化していくが、入射光が強くなっていくにしたがって、上準位が溜まっていくことにより、遷移確率が非常に減少する。上記が、入射する電界に対して応答が変化し、非線形な応答を表す巨視的な面である。

次は個々の双極子モーメント  $\rho$  について考えていく。荷電粒子の変位量を  $x$  とおくと、以下のよう記述できる。

$$\rho = -ex \quad (3.4)$$

電界  $E$  を入力した場合の変位量  $x$  は、クーロン力  $F$  が働いたことによる変位量であり、以下のよう記述できる。

$$F = -eE \quad (3.5)$$

加わる電界  $E$  に対して、変位を抑制する力 (復元力) が、変位量に比例する場合、平衡点において以下の様になる。

$$F = -eE - \kappa x \quad (3.6)$$

ここで、 $\kappa$  は変位を抑制する力の係数を示している。この係数  $\kappa$  によって、物質における分極率の違いをもたらしている。また、媒質の原子内において、最も支配的な力は、電子と原子間に生じているクーロン力である。外部から入力される電界が、原子内電界に匹敵するような値 ( $10^5 - 10^8$  V/m) となる時、変位を抑制する力は以下 (3.7) のように非線形性を示す様になる。

$$F = -eE = -\kappa x - \kappa^{(2)}x^2 - \kappa^{(3)}x^3 \dots \quad (3.7)$$

式 (3.7) から、荷電粒子の変位量  $x$  が、加わる電界  $E$  に対して非線形な応答となることがわかる。これが非線形光学効果の微視的な面である。

入射された光の周波数から異なる周波数の光が発生することがある。これは非線形光学効果によるものであり、式 (3.2) から二次非線形項のみを残した、以下の式から理解できる。

$$P_{NL} = \epsilon_0 \chi^{(2)} E^2 = 2dE^2 \quad (3.8)$$

入射する光を  $E(\omega)\cos(\omega t)$  とすると、分極  $P_{NL}$  は以下のようになる。

$$P_{NL} = 2dE(\omega)^2 \cos^2(\omega t) = dE(\omega)^2 \{1 + \cos(2\omega t)\} \quad (3.9)$$

となり、DC 成分の項と同時に、入力した光の 2 倍の周波数が発生していることがわかる。これが二次の非線形光学効果の 1 つである二次高調波発生である。

## 3.2 三次の非線形光学効果

本研究は、主に三次の非線形光学効果を利用している。これから三次の非線形光学効果について説明する。三次の非線形光学効果を以下の式から考えていく。

$$P_{\text{NL}} = \epsilon_0 \chi^{(3)} E^3 \quad (3.10)$$

以下のように、3つの異なる電界が入力されているとする。

$$E = \frac{1}{2} (E_k \exp\{j(k_z z - \omega_k t)\} + E_l \{j(k_l z - \omega_l t)\} + E_m \{j(k_m z - \omega_m t)\} + \text{c.c.}) \quad (3.11)$$

式 (3.11) を式 (3.10) に代入することによって非線形分極は以下のように記述できる。

$$P_{\text{NL}} = \frac{1}{2} \sum_n P_n(\omega_n) \exp\{j(k_n z - \omega_n t)\} + \text{c.c.} \quad (3.12)$$

複素共役を含む3つの周波数の組み合わせを考えると228個の周波数が存在する。このうち同じ周波数を与える組み合わせを除くと44個の異なる周波数成分で構成されている。

$$P_n(\omega_n) = \frac{\epsilon_0 \chi^{(3)}}{4} [(3|E_k|^2 + 6|E_l|^2 + 6|E_m|^2) E_k \exp(j\omega_k t) + \dots] \quad (3.13)$$

$$+ 3E_k^2 E_l^* \exp\{j(2\omega_k - \omega_l)t\} + 6E_k E_l E_m^* \exp\{j(\omega_k + \omega_l - \omega_m)t\} + \dots \quad (3.14)$$

$$+ 3E_k^2 E_l \exp\{j(2\omega_k + \omega_l)t\} + 6E_k E_l E_m \exp\{j(\omega_k + \omega_l + \omega_m)t\} + \dots \quad (3.15)$$

$$+ E_k^3 \exp\{j(3\omega_k)t\} \quad (3.16)$$

波数  $k_{n,k,l,m}$  の関係は、角周波数  $\omega_{n,k,l,m}$  から記述することができる (i.e. 位相整合)。

### 3.2.1 光カー効果

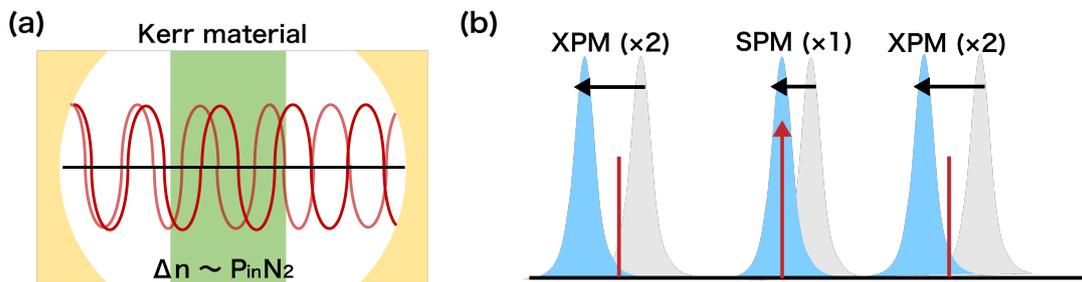


Fig. 3.1 Schematic of optical Kerr effect (self- and cross-phase modulation). (a) An effective refractive index can be modulated by strong pump power via self-phase modulation (SPM) and cross-phase modulation (XPM). (b) In the case of optical resonances, resonance frequencies are shifted by the influence of the nonlinear phase shift.

光カー効果は、高強度の光場によって非線形位相シフトが引き起こされる現象である。光が伝搬されるカー媒質は Fig. 3.1 に示すように、強度に依存した屈折率を示す。このような自己誘起の位

相シフトを自己位相変調 (self-phase modulation; SPM), 異なる光場によって誘起される位相シフトを相互位相変調 (cross-phase modulation; XPM) と呼ぶ. 式 (3.13) は自己位相変調と相互位相変調を表しており, 相互位相変調の方が自己位相変調の2倍の効果があることがわかる. 屈折率の変化は光強度  $I_{k,l,m}$  で表される.

$$\Delta n = n_2 I_k + 2n_2 (I_l + I_m) \quad (3.17)$$

ここで,  $n_2$  は非線形屈折率であり, 以下のように表される.

$$n_2 = \frac{3}{4n_0^2 \epsilon_0 c} \chi^{(3)} \quad (3.18)$$

光波が微小光共振器内を循環する場合, 自己位相変調を介した励起共振の波長シフトは以下のように表される.

$$\Delta \lambda_m = \frac{\Delta n L}{m} = \frac{n_2 p_{\text{cav}} L}{m A_{\text{eff}}} + \frac{2n_2 P'_{\text{cav}} L}{m A_{\text{eff}}} = \lambda_m \left( \frac{n_2 P_{\text{cav}}}{n A_{\text{eff}}} + \frac{2N_2 P'_{\text{cav}}}{n A_{\text{eff}}} \right) \quad (3.19)$$

ここで,  $P_{\text{cav}}$  と  $P'_{\text{cav}}$  は, それぞれ自己位相変調と相互位相変調に寄与する循環パワーを表す.

### 3.2.2 四光波混合

四光波混合 (four wave mixing; FWM) は三次の非線形光学効果による現象の1つである. 四光波混合には縮退四光波混合 (degenerate FWM) と非縮退四光波混合 (non-degenerate FWM) の2つの種類がある. 縮退四光波混合は1つの周波数から2つの異なる周波数の光が発生し, ポンプ光の周波数が縮退していることから縮退四光波混合と呼ばれる. これは式 (3.14) の第1項目から理解することができる. 非縮退四光波混合は異なる周波数を持つ2つの光から, さらに異なる2つの周波数の光が発生する. これは式 (3.14) の第2項目から理解することができる. 以上の2種類の四光波混合の発生には以下のような位相条件を満たす必要がある.

$$k_n = 2k_k - k_l : (\text{degenerate}) \quad (3.20)$$

$$k_n = k_k - k_l + k_m : (\text{non-degenerate}) \quad (3.21)$$

縮退四光波混合の閾値ポンプパワーは以下のように表される [51], [52].

$$P_{\text{th}}^{\text{FWM}} = \frac{\gamma^2 n^2 V_{\text{eff}}}{8\eta \omega_0 c n_2} \quad (3.22)$$

上述した四光波混合が微小光共振器内で連続的に発生することによってマイクロコムは形成される. 一般的に生成されるマイクロコムは位相同期されていないノイジーなものであるが, 条件を満たすことにより, 位相同期されたソリトンコムを生成することができる.

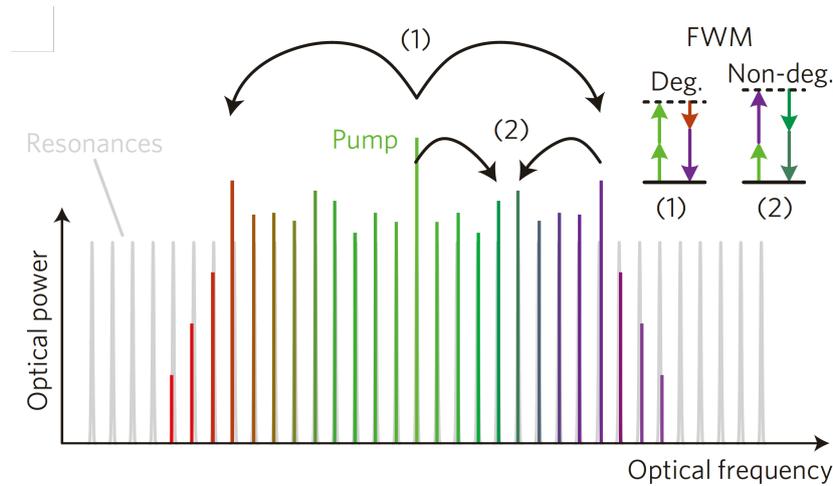


Fig. 3.2 Illustration of Kerr comb formation by multi-stage FWM. Degenerate FWM (1) converts two photons at the pump frequency to a pair of photons that are up- and downshifted in frequency, whereas cascaded nondegenerate FWM (2) populates the remaining resonances. [J. Pfeifle, V. Brasch, M. Lauer mann, Y. Yu, D. Wegner, T. Herr, K. Hartinger, P. Schindler, J. Li, D. Hillerkuss, R. Schmogrow, C. Weimann, R. Holzwarth, W. Freude, J. Leuthold, T. J. Kippenberg, and C. Koos, “Coherent terabit communications with microresonator kerr frequency combs,” *Nature Photonics*, vol. 8, pp. 375–380, 2014]

### 3.3 散逸性カーソリトンの理論

光ソリトンは微小光共振器だけではなく誘電体光ファイバ中で分散と非線形光学効果が釣り合うことで発生するものも存在する。光ソリトンは長距離伝搬しても速度、形状は変化しない非常に強固なパルスとなっている。このようなファイバ中の光ソリトンは、非線形シュレディンガー方程式 (nonlinear Schrödinger equation; NLSE) によって規定される [53]。マイクロコムダイナミクスは、利得を表す入力光パワー、損失を表す  $Q$  値、分散特性、非線形光学効果の4つの要素からなる。時間領域におけるマイクロコムダイナミクスを考える場合、非線形シュレディンガー方程式にパワーとデチューニングの項を加えた Lugiato-Lefever 方程式 (LLE) が用いられる [54], [55]。ここから Lugiato-Lefever 方程式から、散逸性カーソリトンの生成に利得と損失、分散特性と非線形光学効果のダブルバランスに加えて、デチューニングが正である必要があるかを導出していく。

以下に簡略化された Lugiato-Lefever 方程式を記述する。

$$\frac{\partial A(\phi, t)}{\partial t} = -\left(\frac{\gamma}{2} + i\delta_0\right) A - i \sum_{k \geq 2} \frac{D_k}{k!} \left(\frac{\partial}{i\partial\phi}\right)^k A + ig|A|^2 A + \sqrt{\gamma_{\text{ext}}} A_{\text{in}} \quad (3.23)$$

ここで、 $A(\phi, t)$  は共振器内部の光振幅を表し、 $\phi$  は共振器の円周に沿った方位座標、 $t$  は伝搬時間を示している。 $\gamma$  は光の減衰率、 $g$  はカー効果に関する係数、 $\delta_0$  はデチューニング、第四項目は入力、カップリング等から決まる定数である。ここでは二次分散までを考える。その場合、

Lugiato-Lefever 方程式は以下のようになる.

$$\frac{\partial A(\phi, t)}{\partial t} = -\left(\frac{\gamma}{2} + i\delta_0\right)A + i\frac{D_2}{2}\frac{\partial^2 A}{\partial \phi^2} + ig|A|^2A + \sqrt{\gamma_{\text{ext}}}A_{\text{in}} \quad (3.24)$$

この非線形方程式の解は利得 (ここでは外部入力項) と損失を考えない場合 ( $\gamma = 0$ ,  $\gamma_{\text{ext}} = 0$ ,  $A_{\text{in}} = 0$ ) にのみ記述することができる. 利得や損失はマイクロコムのダイナミクスを解析する上で重要な要素ではあるが, 特性把握を単純に行うため省いて考えていく.  $\gamma = 0$ ,  $\gamma_{\text{ext}} = 0$ ,  $A_{\text{in}} = 0$  とした場合, 式 (3.24) は以下のように書き換えることができる.

$$\frac{\partial A(\phi, t)}{\partial t} - i\frac{D_2}{2}\frac{\partial^2 A}{\partial \phi^2} - ig|A|^2A + i\delta_0A = 0 \quad (3.25)$$

時間領域におけるソリトンの定常解は以下のような形が想定される.

$$A = B\text{sech}(\phi/\phi_s) \quad (3.26)$$

ここで,  $B$  はソリトンの光振幅,  $\phi_s$  はソリトンのパルス幅を表す. この定常解 (3.26) を式 (3.25) に代入することによって, 以下の式が導かれる.

$$\underbrace{\frac{D_2}{2\phi_s^2}[1 - 2\text{sech}(\phi/\phi_s)]}_{\text{2nd order dispersion}} + \underbrace{gB^2\text{sech}^2(\phi/\phi_s)}_{\text{Kerr nonlinearity}} - \underbrace{\delta_0}_{\text{detuning}} = 0 \quad (3.27)$$

式 (3.27) を構成するそれぞれの項について説明する. 第一項目は共振器の分散特性, ここでは二次分散係数に関する項となっている. 第二項目は非線形光学効果に関する項, 第三項目はデチューニングに関する項となっている. ここで,  $\text{sech}^2$  に関する項同士で打ち消し合うことで式 (3.28) に示す関係が, その他の項をまとめることによって式 (3.29) に示す関係が導かれる.

$$D_2 = gB^2\phi_s^2 \quad (3.28)$$

$$\delta_0 = \frac{D_2}{2\phi_s^2} = \frac{gB^2}{2} \quad (3.29)$$

式 (3.28) の右辺にある, カー効果に関する係数  $g$  は正であることから, 二次分散  $D_2$  は正である. また, 式 (3.29) の右辺が正であることから, デチューニングは正であることがわかる. つまり, 微小光共振器内で散逸性カーソリトンを生成するためには, 共振器が異常分散特性を持ち, ポンプ周波数が共振周波数より低周波側 (ポンプ波長が共振波長より長波長側) である必要があることが Lugiato-lefever 方程式から理解することができた.

ソリトンパワーとパルス持続時間は以下のように表すことができる [56].

$$P_s = \frac{2\eta A_{\text{eff}}}{n_2 Q} \sqrt{-2nc\beta_2\delta_0} \quad (3.30)$$

$$\tau_s = \sqrt{-\frac{c\beta_2}{2n\delta_0}} \quad (3.31)$$

ここで、 $\beta_2 = -nD_2/cD_1^2$  は群速度分散を表す。ソリトンパワーを長期安定させるためにデチューニングは重要なパラメータの1つである。このデチューニングの固定、安定化は、サーボ制御(フィードバックループ)を用いることによって実現できる。ソリトンが存在する最大デチューニング量は  $\delta_{0,\max} = \pi^2 P_{\text{in}}/16P_{\text{th}}$  で表され、ポンプ光が強いほどデチューニング範囲が広くなることを示している。

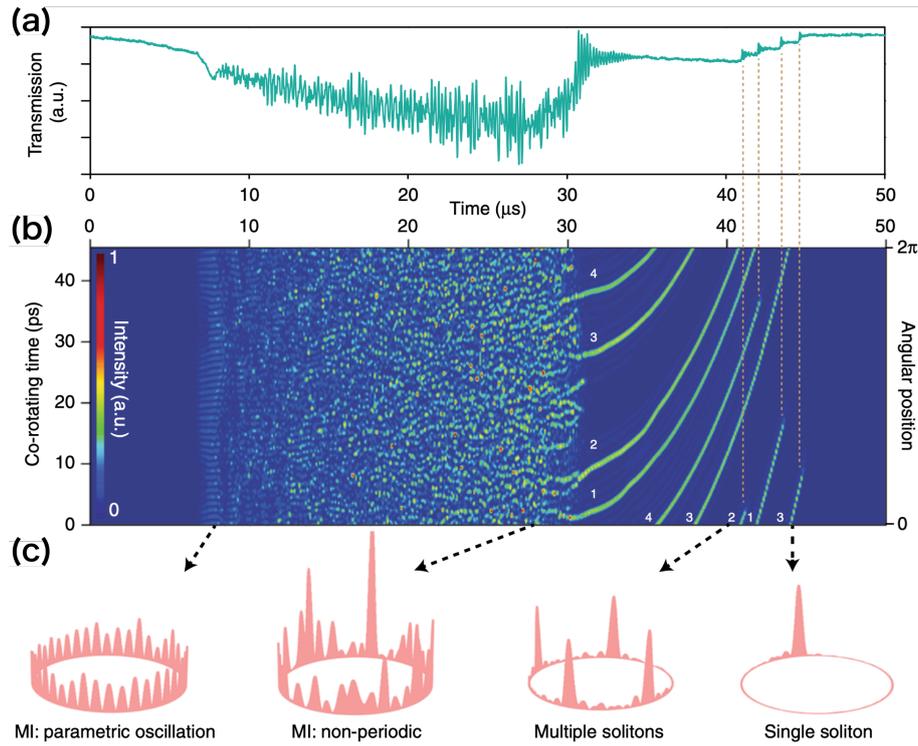


Fig. 3.3 (a) Microresonator pump power transmission when the pump laser frequency scans from higher to lower frequency. (b) Imaging of soliton formation corresponding to the scan in (a). The x-axis is time and the y-axis is time in a frame that rotates with the solitons (full scale is one round-trip time). The right vertical axis is scaled in radians around the microcavity. (c) Soliton intensity patterns measured at four moments in time are projected onto the microcavity coordinate frame. [X. Yi, Q.-F. Yang, K. Y. Yang, and K. Vahala, “Imaging soliton dynamics in optical microcavities,” *Nature Communications*, vol. 9, no. 3565, 2018]

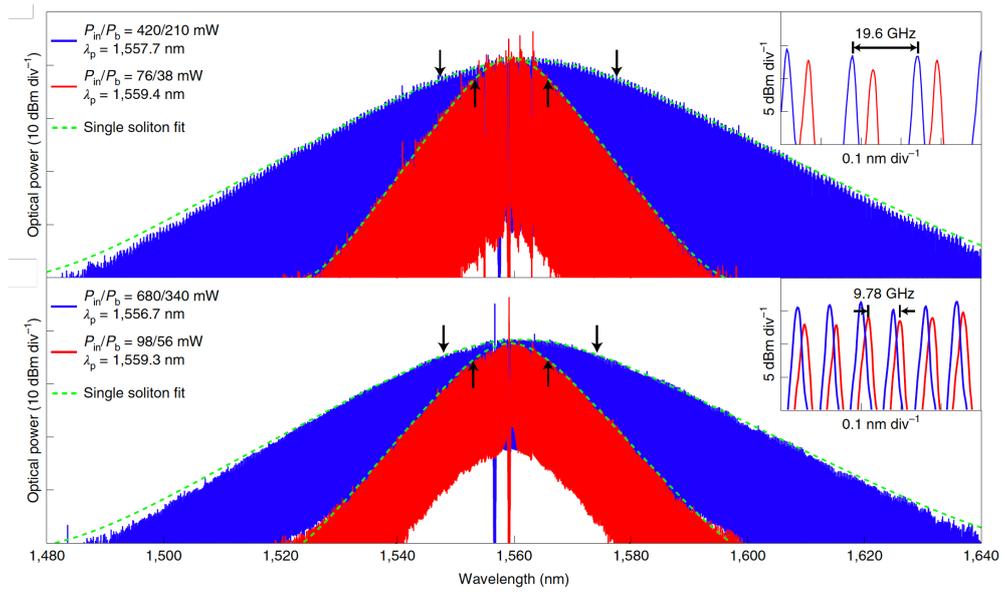


Fig. 3.4 (Top) Single soliton spectra for a 19.6 GHz repetition rate and 38 mW power in sample A (red, 3 dB bandwidth of 11.0 nm) and 210 mW power in sample B (blue, 3 dB bandwidth of 26.9 nm) and soliton spectrum fit (green dashed line). Arrows mark the 3 dB bandwidths, which contain 69 (red) and 170 (blue) comb lines, respectively. Inset: spectrum magnified view showing the 19.6 GHz mode spacing. (Bottom) Single soliton spectra for a 9.78 GHz repetition rate with 56 mW power in sample C (red, 3 dB bandwidth of 12.5 nm) and 340 mW power in sample D (blue, 3 dB bandwidth of 25.8 nm) and soliton spectrum fit (green dashed line). Arrows mark the 3 dB bandwidths, which contain 158 (red) and 327 (blue) comb lines, respectively. Inset: spectrum magnified view showing the 9.78 GHz mode spacing. [J. Liu, E. Lucas, A. S. Raja, J. He, J. Riemensberger, R. N. Wang, M. Karpov, H. Guo, R. Bouchand, and T. J. Kippenberg, “Photonic microwave generation in the x- and k-band using integrated soliton microcombs,” *Nature Photonics*, vol. 14, pp. 486–491, 2020]

## 第 4 章

# 非線形光学効果の観測

### 4.1 シリコンナイトライド微小光共振器のデザイン

本研究で使用しているシリコンナイトライド微小光共振器はファウンドリに作製を依頼した。これはシリコンナイトライド層がシリコン基板上にシリコンナイトライド膜を作製する場合、熱膨張係数差から自発的クラック発生が顕著に見られ、作製が非常に難しいためである。シリコンナイトライド微小光共振器の作製を依頼したのは Ligentec MPW run である。これは光ダマシンプロセスによる厚み  $0.8 \mu\text{m}$  のシリコンナイトライド膜を導波路層としたフォトニクス回路のプラットフォームを提供しているところである。現在 Ligentec MPW run の HP 内に示されているパフォーマンスについて記述しておく。半径  $50 \mu\text{m}$  の曲げ損失は  $< 0.0005 \text{ dB}$  であり、伝搬損失は  $0.1 \text{ dB/cm}$  となっている。共振器を作製した場合の  $Q$  値についても示されており、 $Q > 2 \times 10^6$ ,  $20 \times 10^6$  (best) となっている。非常に  $Q$  値が高く、技術力のあるファウンドリであるため、多くの研究グループがファウンドリを利用している。

シリコンナイトライド微小光共振器のデザインについて説明する。本研究で作製したシリコンナイトライド微小光共振器のデザインの簡略図を Fig. 4.1(a) に示す。導波路の高さは  $800 \text{ nm}$  で固定されるため、導波路のデザインで変更できる箇所は幅のみである。ここでは、リング導波路幅  $1.6 \mu\text{m}$  で固定した。これは通信波長帯の広範囲で異常分散を得るためである [59]。共振器長は式 (1.2) より、共振器の FSR を調整するために変化させる。本研究で用いた  $100 \text{ GHz}$  と  $400 \text{ GHz}$  共振器はそれぞれ半径、 $228 \mu\text{m}$ ,  $57 \mu\text{m}$  となっている。共振器と導波路間のギャップに関して、今まで本研究室でシリコンナイトライド微小光共振器を用いたことがなく、適切なギャップが不明瞭であったため、先行研究 [44] よりギャップを大まかに決め、パラメータを大きく振ることによってクリティカルカップリングを得られるようにした。ここでは、ギャップは  $0.3\text{-}0.52 \mu\text{m}$  としている。Ligentec MPW run により完成したシリコンナイトライド微小光共振器の顕微鏡写真が Fig. 4.1(b) となっている。

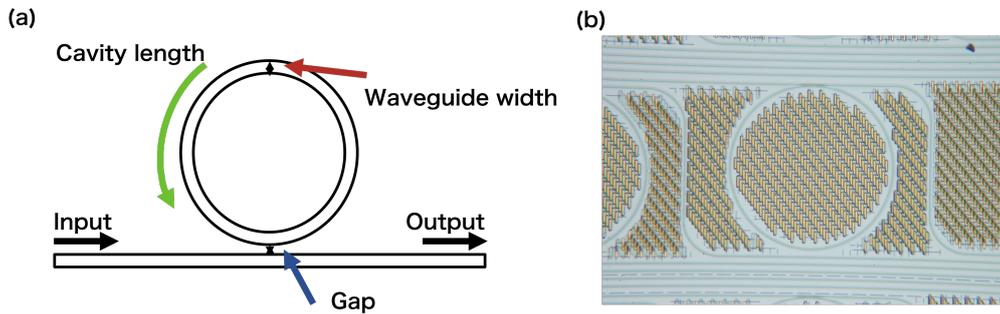


Fig. 4.1 (a) Schematic diagram of the resonator. (b) Micrograph of a waveguide integrated silicon nitride microresonator.

実験に使用したシリコンナイトライド微小光共振器の COMSOL シミュレーション結果を以下に示す。左に示すものが FSR 100 GHz, 右に示すものが FSR 400 GHz のシリコンナイトライド微小光共振器である。シミュレーションの結果, FSR はおよそ所望の値となっており, 通信波長帯で異常分散を得ることができている。

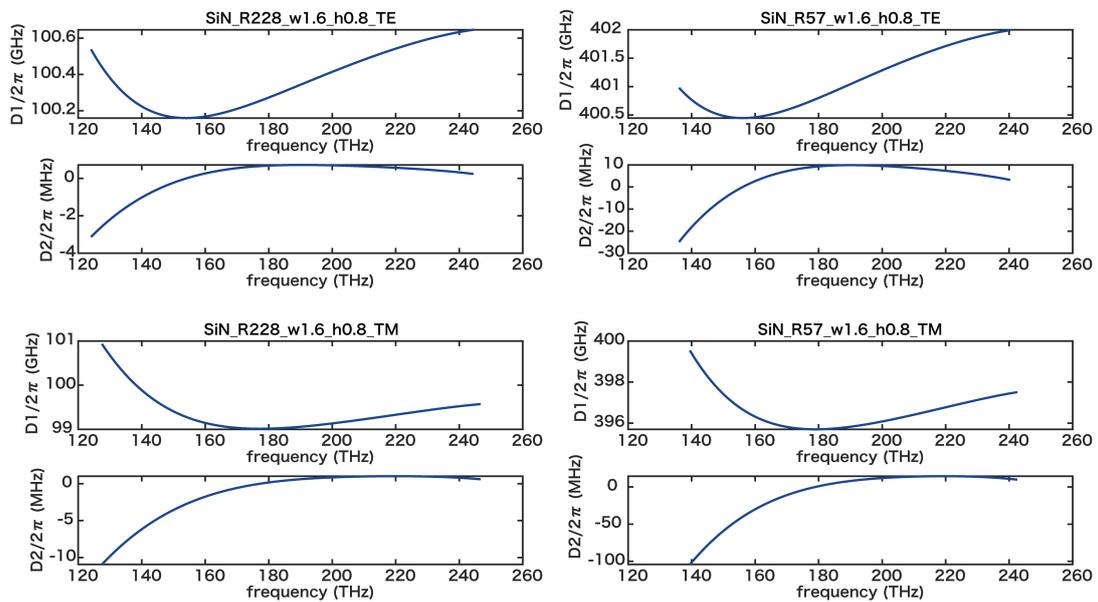


Fig. 4.2 Simulated dispersion of SiN microresonator. (R; ring radius, w; waveguide width, h; waveguide height).

## 4.2 $Q$ 値測定

$Q$  値測定を行った実験系を以下に示す。

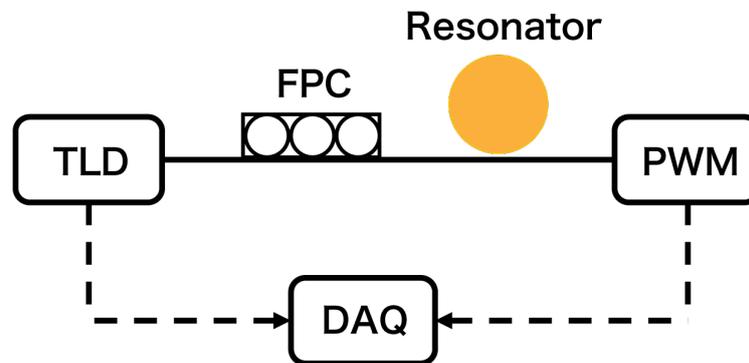


Fig. 4.3 Experimental setup for  $Q$ -factor measurement.

波長可変レーザは TSL-710 を使用した。微小光共振器への入力ファイバ偏波コントローラ (fiber polarization controller; FPC) を用いて、偏波を調節し入力している。本実験で使用した TSL-710 は 1480-1640 nm の範囲で波長可変である。波長掃引の際に内蔵する波長計 (最小精度 0.1 pm) によって波長の値を記録しており、波長が変化するとトリガ信号を発生させる。トリガ信号の発生と同時にパワーメータ (power meter; PWM) によって透過率を取得し、それらを DAQ によって一括収集して処理を行うことで周波数軸対透過率のグラフを描画する。得られた点群に対してローレンツ関数で行うフィッティングによって共振スペクトルを描画し、ピークの周波数と半値全幅を計算することで  $Q$  値を得る。

実験セットアップを用いて測定された透過スペクトルを Fig. 4.3 に示す。得られた透過スペクトルはおよそ FSR 100 GHz, 400 GHz となっており、設計通りの結果を得ることができている。シリコンナイトライド微小光共振器の  $Q$  値測定結果を Fig. 4.4 に示す。それぞれ FSR 100 GHz と 400 GHz の共振器の  $Q$  値測定は DAQ を用いて行い、結果として、それぞれ  $10^6$  程度の  $Q$  値を得ることができており、マイクロコム発生に十分な  $Q$  値で有ることが確認できた。

他  $Q$  値の測定法として、MZI 法がある。これは、マッハツェンダ干渉計を周波数リファレンスとし、半値全幅を計算することで  $Q$  値の精密な測定を行う手法である。また、極めて高い  $Q$  値の場合、リングダウンと呼ばれるものが見え、一般的な  $Q$  値測定が難しい。その場合、リングダウンの波形を指数関数の包絡線によってフィッティングを行い、 $Q$  値を計算する手法がある。以上の  $Q$  値測定手法を適した手法で使い分け、実験を行う必要がある。

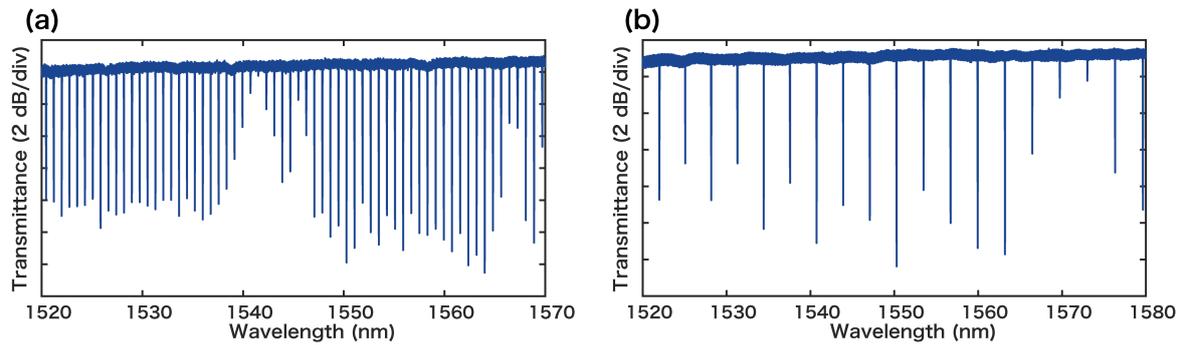


Fig. 4.4 Transmission spectrum measured using the experimental setup ((a) FSR 100GHz, (b) FSR 400 GHz).

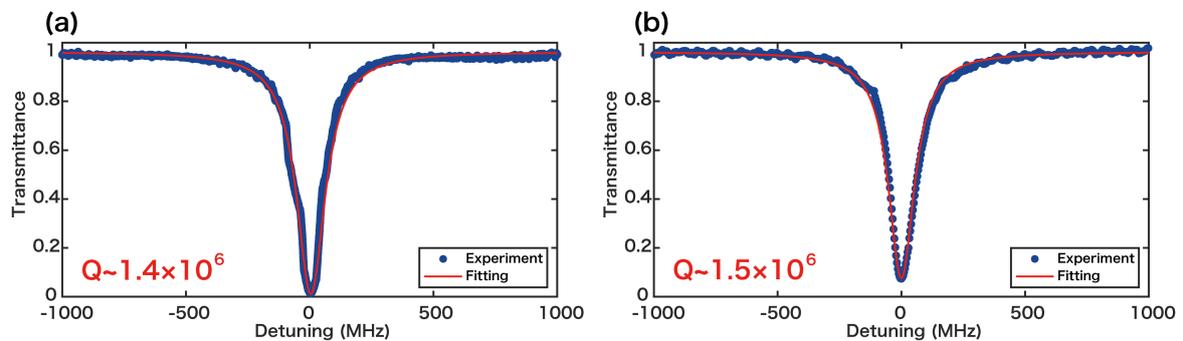


Fig. 4.5 Results of measurement of Q factor ((a) FSR 100GHz, (b) FSR 400 GHz).

### 4.3 マイクロコムの発生

マイクロコム発生に使用したセットアップを Fig. 4.6 に示す。

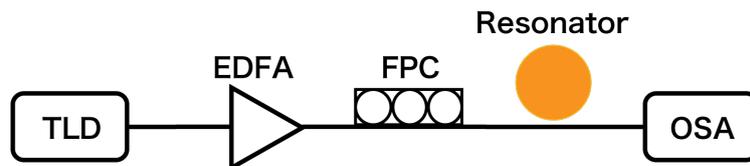


Fig. 4.6 Experimental setup for generation of microcomb.

3 章で説明したように、マイクロコムの発生には高強度の光が必要となる。そこで、波長可変レーザの光をエルビウム添加光ファイバ増幅器 (Erbium Doped Fiber Amplifier; EDFA) を用いて増幅し、微小光共振器へ入力する。共振器内で四光波混合が連続的に発生し、マイクロコム生成される。発生したマイクロコムを光スペクトラムアナライザ (Optical spectrum analyzer; OSA) を用いて観測する。観測した結果を以下に示す。マイクロコムの遷移はデチューニングの変化によって行われる。波長可変レーザを用いて波長掃引を行い、デチューニングを変化させると共振器内部に入る光が強まり、生成されるマイクロコムが変化する。

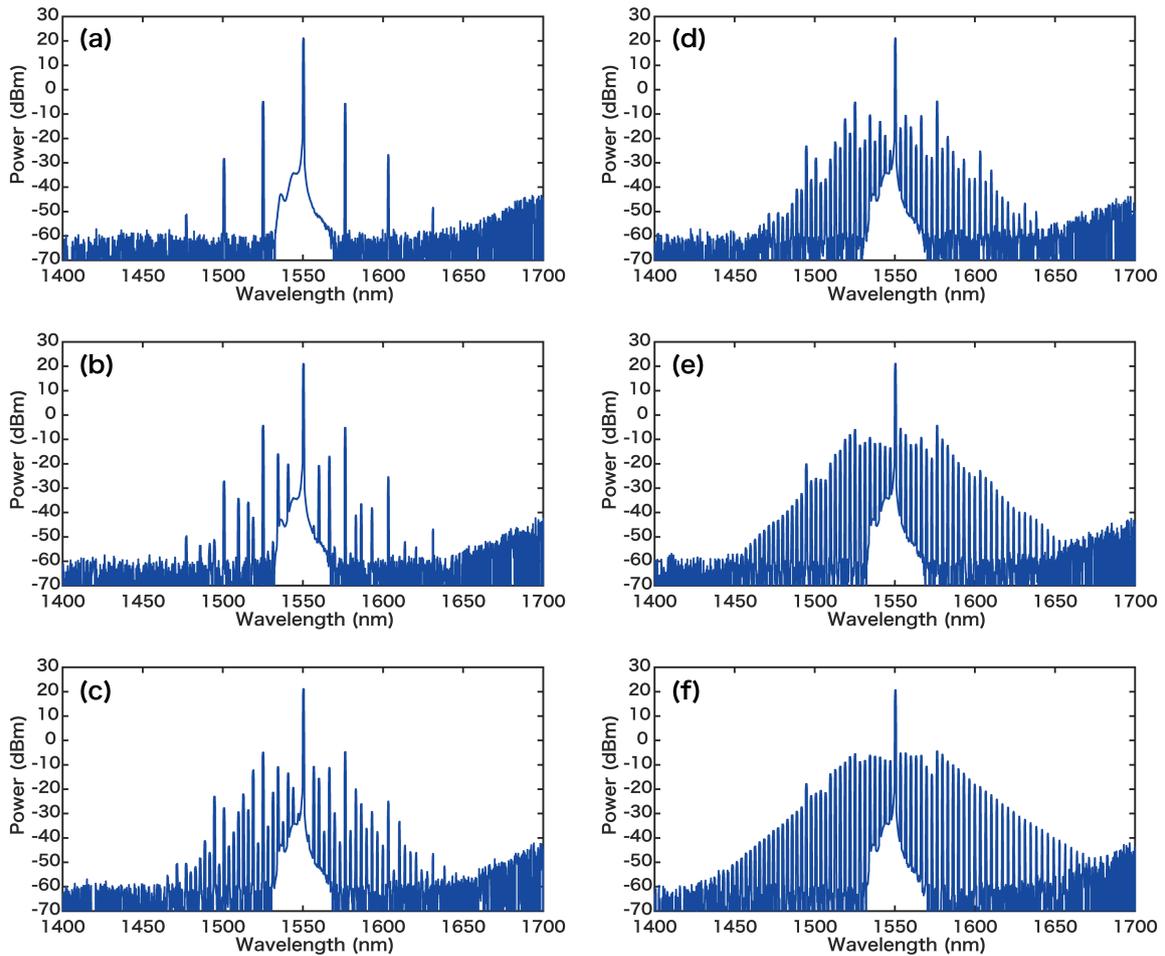


Fig. 4.7 Evolution of the microcomb spectrum in a 400 GHz FSR SiN microresonator (Microcomb transitions to (a)-(f)).

#### 4.4 ソリトンステップの観測

マイクロコムが発生を観測できたため、次に散逸性カーソリトンの発生を目指す。本研究では、まずソリトンステップの観測からはじめた。ソリトンステップ観測に使用したセットアップを Fig. 4.8 に示す。マイクロコム発生までの実験セットアップは同様である。このセットアップでは、マイクロコム発生後に波長可変ファイバブラッググレーティング (fiber bragg grating; FBG) を使用する。ファイバブラッググレーティングは特定の波長成分のみを反射し、他の波長成分を透過させることができる。ここでは、1550 nm 付近のポンプ光を反射し、その他のマイクロコムの成分を透過させる。このように行うことで、後段で接続しているオシロスコープ (oscilloscope; OSC) では透過スペクトルと共振器内部パワーの2つを観測することができる。ソリトンステップは CW 解からソリトン解へ遷移する際に見られ、透過スペクトル、共振器内部パワー共にソリトンステップは存在し、観測することができる。

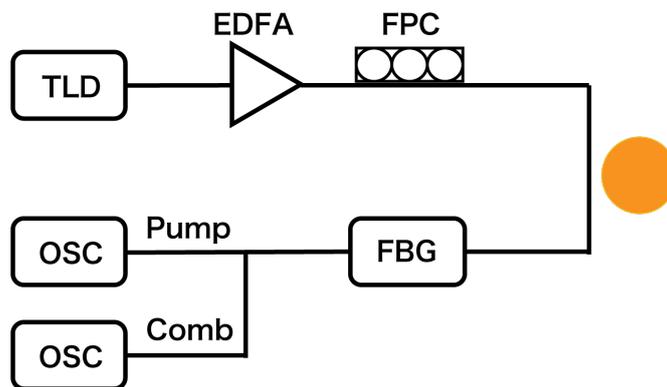


Fig. 4.8 Experimental setup for soliton step observations.

観測したソリトンステップを Fig. 4.9 に示す。得られたソリトンステップは数百ナノ秒と非常に短く、ソリトンの生成は非常に難しい状態であることがわかった。このようにソリトンステップが非常に短い原因として考えられるのは、第 1 章、第 3 章で述べたように、熱による影響が大きいと考えられる。CW 解からソリトン解に移る際、共振器内部パワーが減少する。内部パワーが減少すると、共振器が冷却され、熱周波数シフトが起きる。熱周波数シフトにより、ソリトン領域に入ったレーザがソリトンから外れてしまう。以上の要因によって、短いソリトンステップ(ソリトン領域)が形成されてしまう。

熱周波数シフトを引き起こす、シリコンナイトライドの熱光学効果と熱膨張効果を以下に示す。シリコンナイトライドの熱光学効果 ( $dn/dT$ ) は  $2-3 \times 10^{-5} /K$ [60]、熱膨張効果 ( $dL/dT$ ) は  $3-4 \times 10^{-6} /K$ [61] となっている。熱膨張効果は熱光学効果と比較し、小さいため熱周波数シフトへの影響は小さいと考えられる [62]。

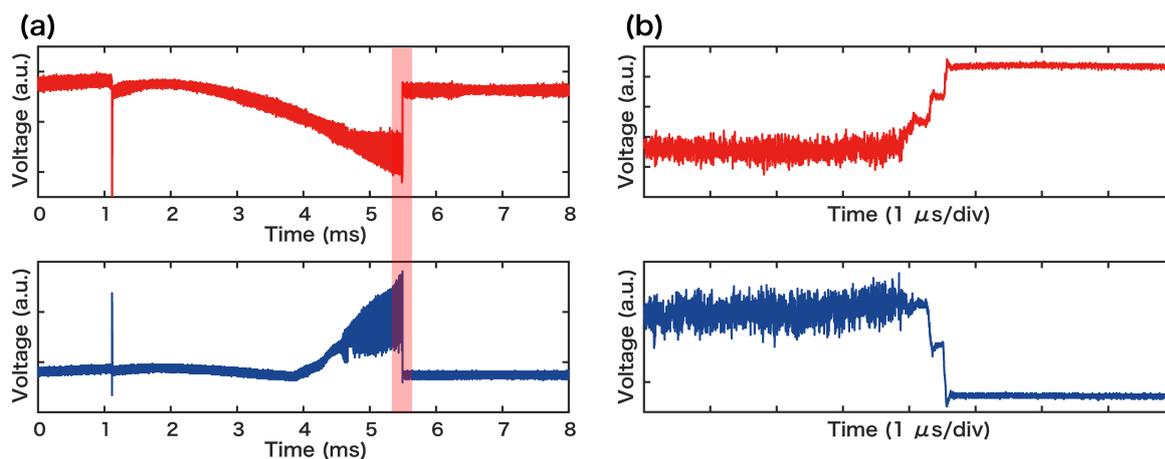


Fig. 4.9 Observed soliton step (red; transmittance, blue; intracavity power) (a) Overall view (b) Enlarged view of the highlighted area in (a).

## 4.5 散逸性カーソリトンの発生

散逸性カーソリトン発生にはファストスキャンを使用した。これから、ファストスキャンに使用した実験セットアップについて説明する。

### 4.5.1 シングルサイドバンド変調

ファストスキャンはポンプレーザの波長掃引速度を熱拡散速度よりも速くすることで、共振器内部パワー増加による温度上昇を遅延させ、ソリトン状態へ遷移する際の冷却を打ち消すという手法であることは第1章で説明した。このようなファストスキャンはその名の通り、非常に速い速度で波長掃引を行うが、波長可変レーザ (TSL-710, Koheras ADJUSTIK) では内部のピエゾ素子が変調信号に追従できず、速い掃引速度を実現できない。この問題から、ファストスキャンにはシングルサイドバンド (single side-band; SSB) 変調を使用して掃引を行うことが一般的である。

シングルサイドバンド変調器は、電気光学 (electro-optic; EO) 位相変調期のように入力した光を変調し、サイドバンドを生成するというものである。通常の電気光学位相変調器では、入力信号の周波数の高周波側と低周波側の両方にサイドバンドを生成するが、シングルサイドバンド変調器では、バイアスパラメータを調整することで、片側サイドバンドのみを出力すること可能である。ファストスキャンでは、単一のサイドバンドを微笑光共振器へのポンプ光として用いる。

これから、シングルサイドバンド変調器の原理について説明する [63]。シングルサイドバンド変調器は2つのマッハツェンダー干渉型変調器を並列に並べるように構成されている。マッハツェンダー干渉型変調器内の上側の導波路と下側の導波路には $\pi$ だけ位相差を与える。後段で、それぞれの変調器からの出力に位相差 $\pi/2$ だけを与える。このような過程を踏むことにより、合波され出力する信号はキャリアとサイドバンドが抑制され、キャリアからRF信号の周波数だけシフトした単一のサイドバンドのみの信号が得られる。

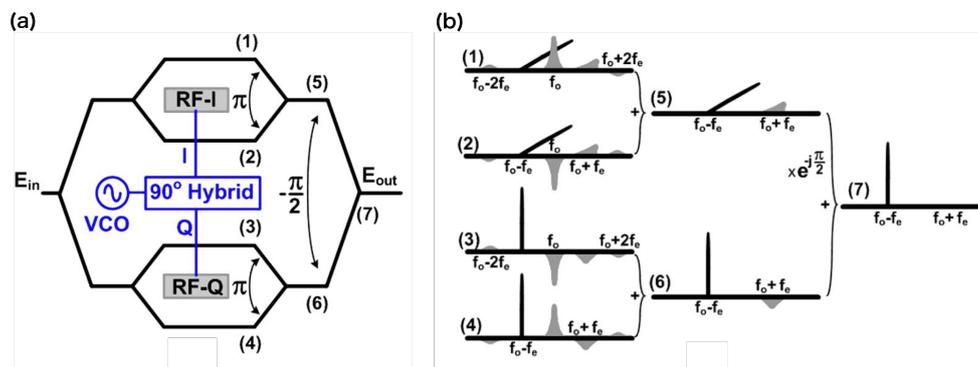


Fig. 4.10 (a) the electro-optical SSB modulator block diagram, and (b) graphical representation of the SSB action. [F. Aflatouni and H. Hashemi, “Wideband tunable laser phase noise reduction using single sideband modulation in an electro-optical feed-forward scheme,” *Optics Letters*, vol. 37, no. 2, pp. 196–198, 2012]

### 4.5.2 実験セットアップ・結果

散逸性カーソリトン発生に使用した実験セットアップを Fig. 4.11 に示す。

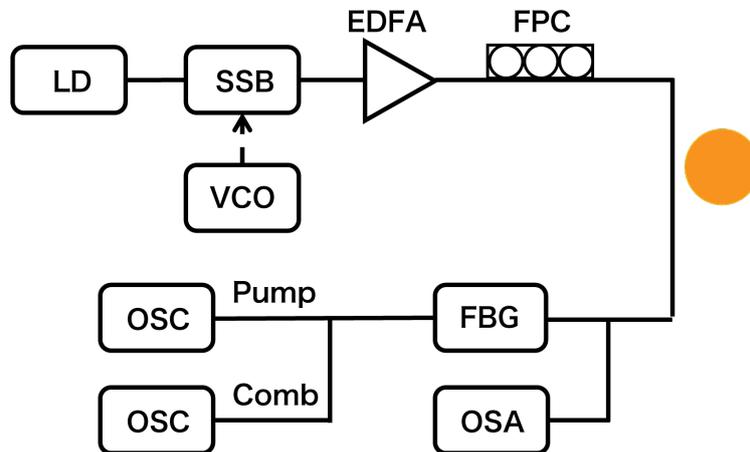


Fig. 4.11 Experimental setup for generation of soliton comb.

実験セットアップは、ソリトンステップ観測に使用したセットアップに上述したシングルサイドバンド変調器を追加したものである。シングルサイドバンド変調器の入力には電圧制御発振器からの出力を使用し、サイドバンドを高速に波長掃引している。散逸性カーソリトンの発生実験を行った際、観測できた共振器内部パワー、掃引信号を Fig. 4.12 に示す。CW 解に入ると共振器内部パワーが高まる。CW 解からソリトン解に遷移し、ソリトン状態になるが再び共振器内部パワーが跳ね上がり、ソリトン状態から外れる。このような現象はサーマルリコイルと呼ばれる。サーマルリコイルが起きる原因として2つ考えられる。1つ目は波長掃引速度が適切でない可能性である。熱拡散速度に対して掃引速度が早い場合、共振器内部パワーの変化に対する温度の変化に遅延が生じる。CW 解から外れソリトン解に遷移する際、内部パワーが減少するが、遅延した熱拡散によって共振器が温められる。温められた際、CW 解、ソリトン解が共に長波長にシフトし、ソリトン解から外れて CW 解に捕まる。よって内部パワーが跳ね上がり、ソリトン解から外れる。2つ目はレーザー自体が揺らいでいる可能性である。ソリトン解でレーザー掃引を停止したが、レーザーが不安定であり CW 解に再び捕まえてしまう場合もある。以上のことから、波長掃引速度の最適化が重要であることがわかる。

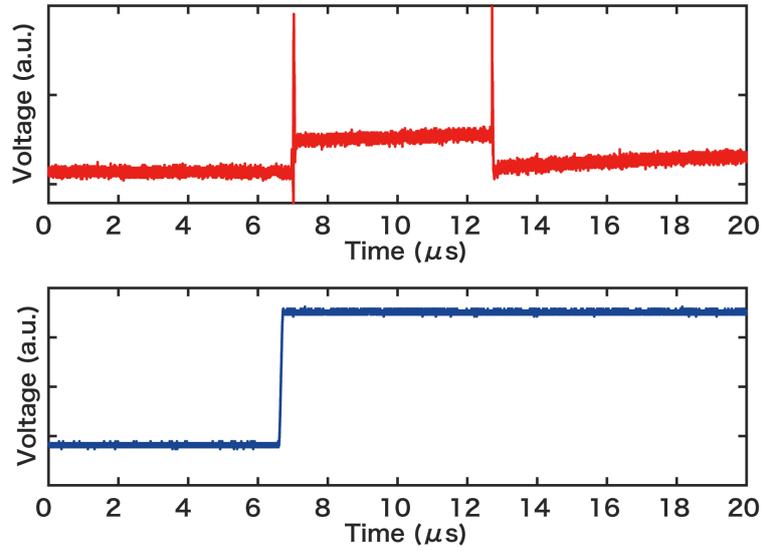


Fig. 4.12 Observed soliton step (red; intracavity power, blue; sweep signal).

ポンプ波長の掃引速度を最適化することで、ソリトン領域内で熱平衡状態を保つようにすることで散逸性カーソリトンを生成できる。波長掃引速度をおよそ  $10 \text{ GHz}/\mu\text{s}$  とした際、ソリトン領域で熱平衡状態となり、散逸性カーソリトンの発生を観測した。発生したソリトンは5分程度発生し、消失した。短時間となった原因は、チップ入出力間のカップリングの揺らぎ、レーザ波長の揺らぎ等の問題であるため、フィードバックを介して安定化させる必要がある。本研究では、共振器内部パワーをエラーシグナルとし、サーボを用いてレーザの波長制御にフィードバックを返すことによって長時間の発生を維持し、安定化を達成した。

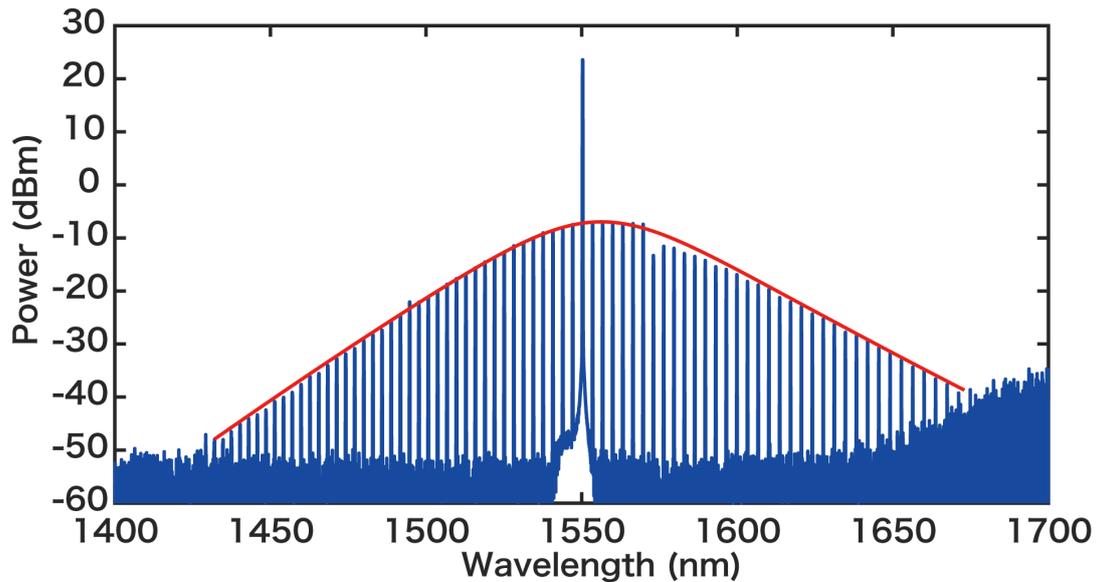


Fig. 4.13 An optical spectrum of soliton microcomb.

モジュレーションインスタビリティコムと散逸性カーソリトンと比較する。Fig. 4.14 は同一の共振器を使用し、1550.3 nm の共振をポンプしている。先行研究 [64] において、シリコンナイトライド微小光共振器を用いた散逸性カーソリトンは、ラマンの存在によりスペクトルが全体的に長波長側にシフトすることがシミュレーションと実験の両面から確認されている。本研究の散逸性カーソリトンも、長波長へのシフトを観測した。また、モジュレーションインスタビリティコムは散逸性カーソリトンと比較し、共振器内部パワーが高いため、コム線の強度が強い。ここでは、モジュレーションインスタビリティコムのトップパワーは -4.4 dBm、散逸性カーソリトンのトップパワーは -7.0 dBm だった。マイクロコムを応用するにあたって強度が必要となる場合、散逸性カーソリトンではなく、モジュレーションインスタビリティコムが適する可能性がある。

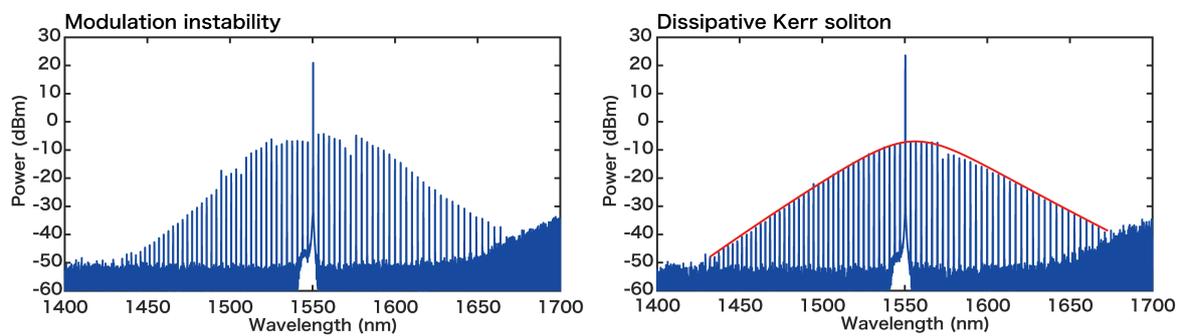


Fig. 4.14 Comparison of Modulation instability comb and Dissipative Kerr soliton.

## 第 5 章

# マイクロコムの光通信応用

2007 年に微小光共振器を用いて生成される光周波数コムであるマイクロコムが報告された。報告以来、現在に至るまでマイクロコムの研究は大きく発展し、様々な応用先が提案されている。本研究はマイクロコムの波長分割多重通信応用に向け研究を行った。

### 5.1 ITU-T グリッドへの合わせ込み

#### 5.1.1 ITU-T グリッドとは

波長分割多重通信を行うにあたって、通信用チャンネル(波長・周波数)は国際電気通信連合により規定されており、そのチャンネル間隔は ITU-T グリッドと呼ばれていることは第 1 章で説明した。この ITU-T グリッドに関して、以下にまとめておく。

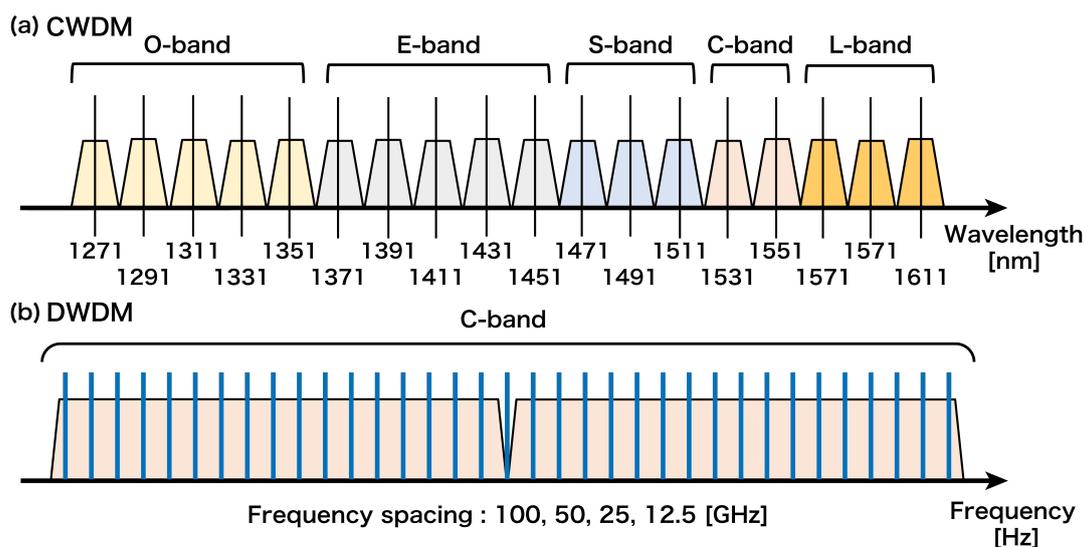


Fig. 5.1 (a) Coarse wavelength spacing specified for WDM communication, (b) Dense frequency (wavelength) spacing specified for WDM communication.

### 5.1.2 ITU-T グリッドへの合わせ込み手法

本研究では、マイクロコムの ITU-T グリッドへの合わせ込みを熱光学効果を応用して実現した。熱光学効果は熱によって共振波長がシフトするものであり、ここではシリコンナイトライド微小光共振器を温めた。熱光学効果の概略図を以下に示す。

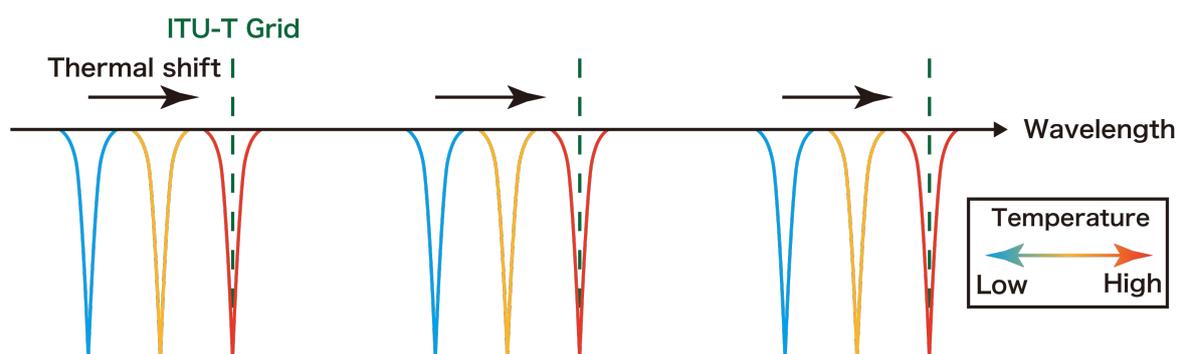


Fig. 5.2 Schematic diagram of wavelength shift due to temperature change.

### 5.1.3 共振波長の熱シフト結果

シリコンナイトライド微小光共振器を温め、共振波長のシフトを観測する。観測に使用したセットアップは  $Q$  値測定セットアップに熱電冷却素子 (thermoelectric coolers; TEC) を追加したものである。熱電冷却素子はシリコンナイトライドチップに直接つけることが難しいため、チップを置くアルミステージを作り、ステージを温める事によってシリコンナイトライド微小光共振器を温めることにした。以下に常温から、温度を上昇させ変化する透過スペクトルを示す。図内に示している ITU-T グリッドの線は 100 GHz 高密度波長分割多重通信の規定を示している。シリコンナイトライド微小光共振器の温度が 48.0 °C の時、共振波長が ITU-T グリッドに合わせ込まれた。この際、観測された熱シフトは 20.2 pm/K (2.5 GHz/K) となっていた。これは先行研究 [65] とほぼ同値であり、温度調節が適切に実行できていると考えられる。

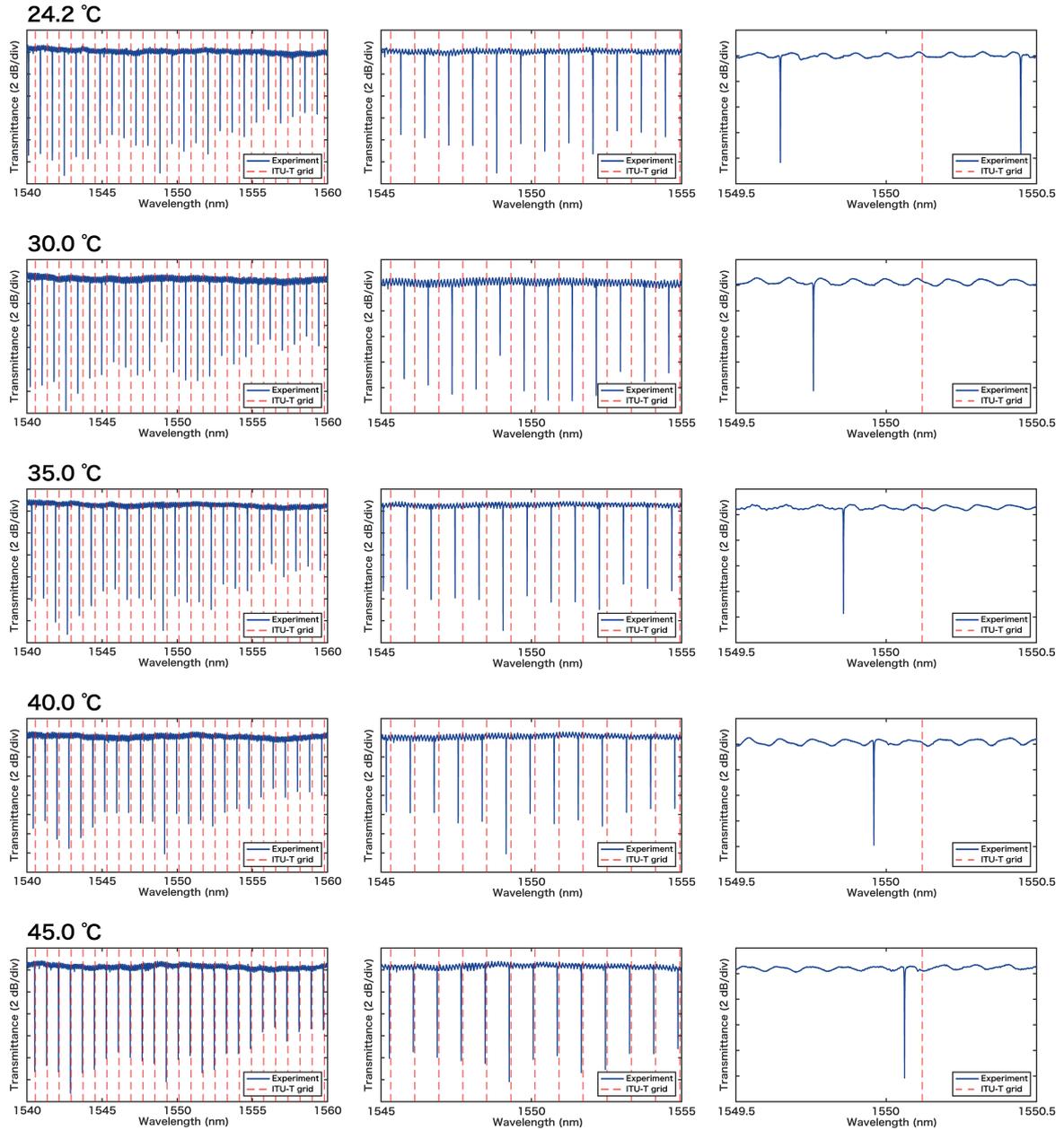


Fig. 5.3 Temperature change in transmission spectrum(From room temperature to 45 °C).

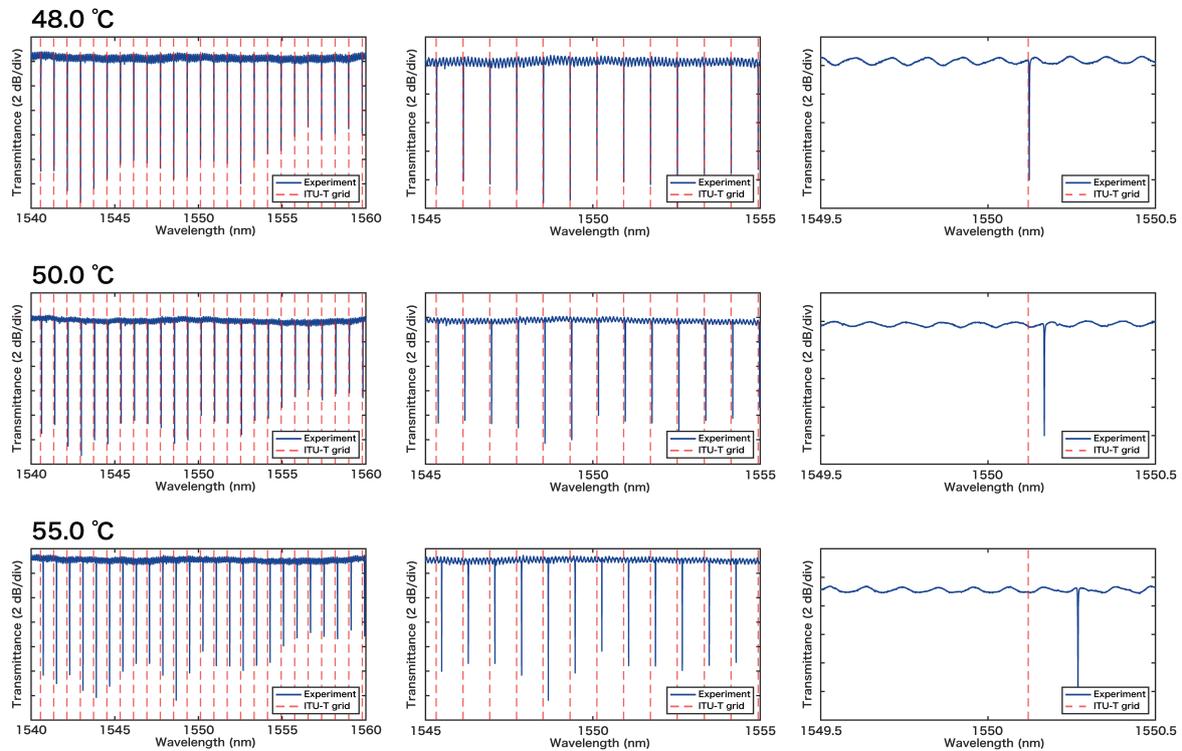


Fig. 5.4 Temperature change in transmission spectrum(45 °C to 55 °C).

### 5.1.4 ITU-T グリッドに合わせたマイクロコムの発生

共振波長を ITU-T グリッドに合わせた後、マイクロコムの生成を行う。生成されたマイクロコムは ITU-T グリッドに合わせたスペクトルを持つようになるため、通信応用に適した形となる。マイクロコム生成に使用したセットアップは「第4章：マイクロコムの発生」で使用したものと同様である。レーザ波長は 1552.52 nm とし、アンプを行いマイクロコムを生成させた。測定されたマイクロコムを以下に示す。図内に示している ITU-T グリッドの線は 100 GHz 高密度波長分割多重通信の規定を示している。得られたマイクロコムは波長誤差 0.1 nm 以下の精度で 20 ch 以上の合わせ込みを達成した。波長誤差 0.1 nm 以下は高密度波長分割多重通信の最高密度である 12.5 GHz に対応可能であることを示す。本研究の成果から、温度調節を用いることによって、マイクロコム光源が高密度波長分割多重通信用規格を満たすことが可能であることがわかった。

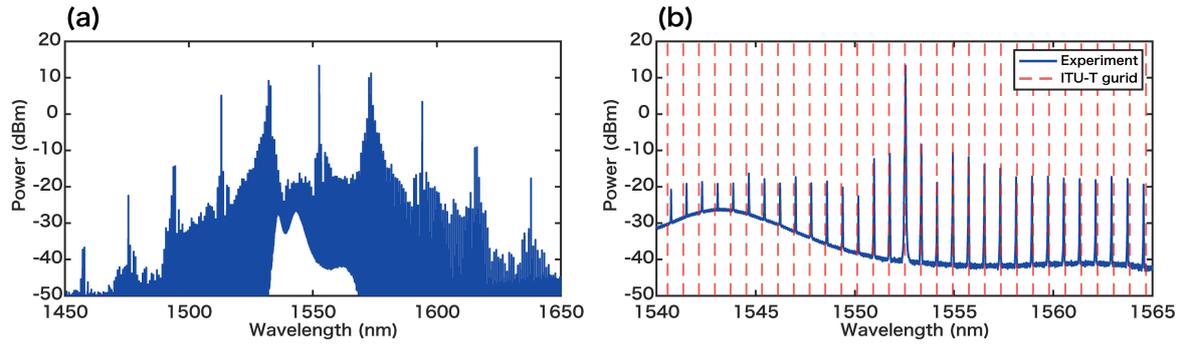


Fig. 5.5 The generated comb is aligned with the ITU-T grid. (a) microcomb spectra in silicon nitride microresonator (FSR; 100GHz). (b) Magnified view of microcomb (Blue line : microcomb spectra, Red line : ITU-T grid).

Table 5.1 Table providing wavelength information for the ITU-T grid and the generated comb.

Mode number	SiN microcomb (nm)	ITU-T Grid (nm)	$\Delta\lambda$ (nm)
+8	1546.22	1546.12	0.10
+7	1547.02	1546.92	0.10
+6	1547.80	1547.72	0.08
+5	1548.59	1548.51	0.08
+4	1549.38	1549.32	0.06
+3	1550.18	1550.12	0.06
+2	1550.96	1550.92	0.04
+1	1551.76	1551.72	0.04
0	1552.55	1552.52	0.03
-1	1553.35	1553.33	0.02
-2	1554.14	1554.13	0.01
-3	1554.94	1554.94	0
-4	1555.73	1555.75	-0.02
-5	1556.53	1556.55	-0.02
-6	1557.33	1557.36	-0.03
-7	1558.13	1558.17	-0.04
-8	1558.93	1558.98	-0.05
-9	1559.73	1559.79	-0.06
-10	1560.53	1560.61	-0.08
-11	1561.34	1561.41	-0.07
-12	1562.14	1562.23	-0.09

## 5.2 マイクロコムの線幅

光通信方式のうちデジタルコヒーレント通信を用いる場合、線幅が重要となる。第1章で述べたが、デジタルコヒーレント通信は位相変調を用いることにより、情報量を増やすものである。レーザの線幅が広い場合、位相ノイズとして現れ、コンスタレーション上で位相角が変動してしまうため、信号の識別が難しくなってしまう。これは先行研究 [66] でも調べられており、およそ線幅 100 kHz が十分識別可能な変調信号の限界となっている。そこで、本研究でも将来的なデジタルコヒーレント通信応用に向けた線幅測定を行った。これから線幅測定に関して説明していく。

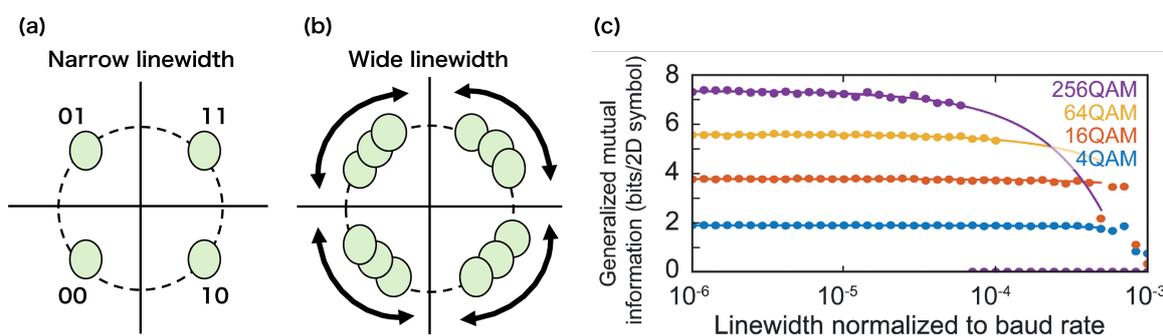


Fig. 5.6 Effect of light source line width on coherent communication ((a) Narrow line width. (b) Wide line width.) (c) As the linewidth, normalized to the baud rate, changes, the general mutual information (GMI) content changes. [V. Torres-Company, J. Schröder, A. Fülöp, M. Mazur, L. Lundberg, Ó. B. Helgason, M. Karlsson, and P. A. Andrekson, “Laser frequency combs for coherent optical communications,” *Journal of Lightwave Technology*, vol. 37, no. 7, pp. 1663–1670, 2019, © 2019 IEEE]

### 5.2.1 遅延自己ヘテロダイン法

レーザ線幅の測定には遅延自己ヘテロダイン法 (delayed self-heterodyne method) を用いて行った [67]。遅延自己ヘテロダイン法の簡単な構成を説明する。まず、レーザ光を2つのパスに分け、片方にはファイバを用いて、レーザ光のコヒーレンス時間に対して十分な遅延を与える。もう一方には、音響光学変調器 (acousto-optic modulator; AOM) を用いて周波数をシフトさせる。これらの光を合波させ、フォトディテクタで受光し、電気スペクトラムアナライザ (Electrical spectrum analyzer; ESA) を用いてビートを測定することによって線幅を測定する。

ここから、遅延自己ヘテロダイン法について詳細に考えていく。2つのパスに分けられたレーザ光のうち、ファイバを用いて時間  $t_d$  だけ遅延させた光を  $E_1$  とする。音響光学変調器を用いて角周波数  $\Omega$  シフトした光は  $E_2$  とする。この時、それぞれは以下のように表すことができる。

$$E_1(t) = E_1 \cos\{\omega_0(t - t_d) + \phi(t - t_d)\} \quad (5.1)$$

$$E_2(t) = E_2 \cos\{(\omega_0 + \Omega)t + \phi(t)\} \quad (5.2)$$

ここで  $\phi(t)$  はレーザの位相揺らぎを表す。フォトディテクタは上記の式 (5.1,5.2) の和の 2 乗に比例した信号を得る。得られる信号の交流成分は、定数項を省略すると次のようになる。

$$I(t) = \cos\{-\Omega t - \omega_0 t_d + \phi(t - t_d) - \phi(t)\} \quad (5.3)$$

ここで、 $\omega_0, 2\omega_0$  で振動する項が現れるが、光の周波数が数百 THz でありフォトディテクタの帯域に対して非常に高いため、考慮しないこととする。光強度  $I(t)$  の自己相関関数  $R_\tau$  は以下のようになる。

$$\begin{aligned} R(\tau) &= \langle I(t) \cdot I(t + \tau) \rangle \\ &= \cos\Omega\tau \langle \cos\{\phi(t - t_d) - \phi(t) + \phi(t + \tau) - \phi(t + \tau - t_d)\} \rangle \end{aligned} \quad (5.4)$$

ここで、 $\langle \cos\{\phi(t - t_d) - \phi(t) + \phi(t + \tau) - \phi(t + \tau - t_d)\} \rangle$  は時間平均を表す。位相揺らぎがガウス分布に従っていると仮定すると、次の関係が成り立つ。

$$\langle \cos\{\phi(t + \tau) - \phi(t)\} \rangle = \exp\left(-\frac{1}{2} \langle \{\phi(t + \tau) - \phi(t)\}^2 \rangle\right) \quad (5.5)$$

またコヒーレンス時間  $\tau_c$  を以下のように定義する。

$$\langle E(t) \cdot E(t + \tau) \rangle = \langle \cos\{\phi(t + \tau) - \phi(t)\} \rangle \equiv \exp\left(-\frac{|\tau|}{\tau_c}\right) \quad (5.6)$$

以上の関係から、式 (5.4) は以下のように整理できる。

$$R(\tau) = \cos\Omega\tau \cdot \exp\left(-\frac{1}{\tau_c} (2|\tau| + 2t_d - |\tau + t_d| - |\tau - t_d|)\right) \quad (5.7)$$

式 (5.7) を  $|\tau| \leq t_d$  と  $|\tau| > t_d$  で Fourier 変換を行うと、パワースペクトル  $S(\omega)$  は以下のようになる。

$$\begin{aligned} S(\omega) &= \exp\left(-2\frac{t_d}{\tau_c}\right) \cdot \delta(\omega - \Omega) \dots \\ &+ \frac{2/\tau_c}{(\omega - \Omega)^2 + (2/\tau_c)^2} \left[ 1 - \exp\left(-2\frac{t_d}{\tau_c}\right) \left\{ \cos(\omega - \Omega)t_d + 2\frac{t_d}{\tau_c} \frac{\sin(\omega - \Omega)t_d}{(\omega - \Omega)t_d} \right\} \right] \end{aligned} \quad (5.8)$$

これで遅延自己ヘテロダイン方を用いた場合のビートスペクトルの理論式が得られた。

遅延時間  $t_d$  がコヒーレンス時間  $\tau_c$  に比べて十分長いとき、式 (5.8) は以下のように表すことができる。

$$S(\omega) = \frac{2\pi X}{(\omega - \Omega)^2 + (2\pi X)^2} \quad (5.9)$$

ここで、 $X$  はレーザ光のスペクトル線幅であり、以下のように表す。

$$X = \frac{1}{\pi\tau_c} \quad (5.10)$$

式 (5.10) から電気スペクトラムアナライザで観測される信号はレーザ線幅の 2 倍の半値全幅をもつローレンツ形状であることがわかる。

### 5.2.2 実験セットアップ・結果

マイクロコムの線幅測定に使用したセットアップを Fig. 5.7 に示す。上述した遅延自己ヘテロダインは Fig. 5.7 中の赤い点線で囲われている箇所で行われている。光源には TSL-710 を使用した。これは実験前に遅延自己ヘテロダイン法を用いて線幅を測定しており、およそ 50 kHz であることがわかっている。実験セットアップの構成はマイクロコムを生成させ、発生したマイクロコム全体を"OSA 1"で観測する。バンドパスフィルタ (band-pass filter; BPF) を用いてマイクロコムのコム線を 1 本切り出す。切り出したコム線は"OSA 2"で観測する。切り出されたコム線は遅延自己ヘテロダインを介して、電気スペクトラムアナライザで観測される。

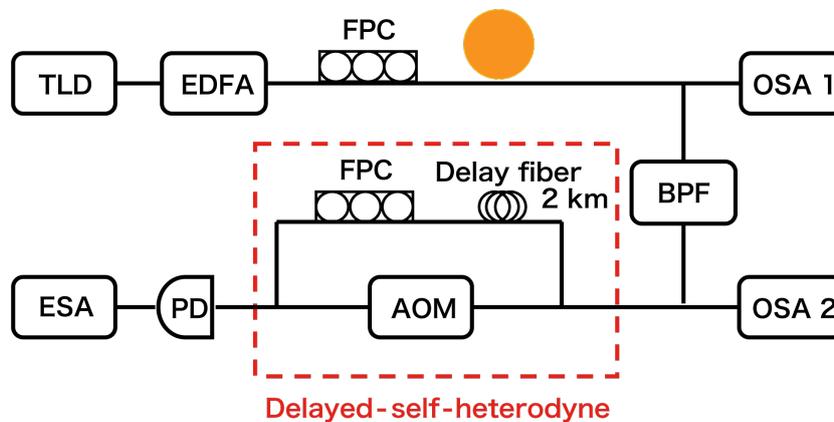


Fig. 5.7 Experimental setup for linewidth measurement.

Fig. 5.7 のセットアップを用いて得られた結果を以下に示す。生成したマイクロコムは Fig. 5.8(a) に示すもので、こちらのマイクロコムをバンドパスフィルタで切り出すことで線幅測定を行った。バンドパスフィルタを用いて切り出したマイクロコムのコム線を Fig. 5.8(b) に示す。それぞれ短波長側から、1531 nm, 1553 nm, 1575 nm となっている。

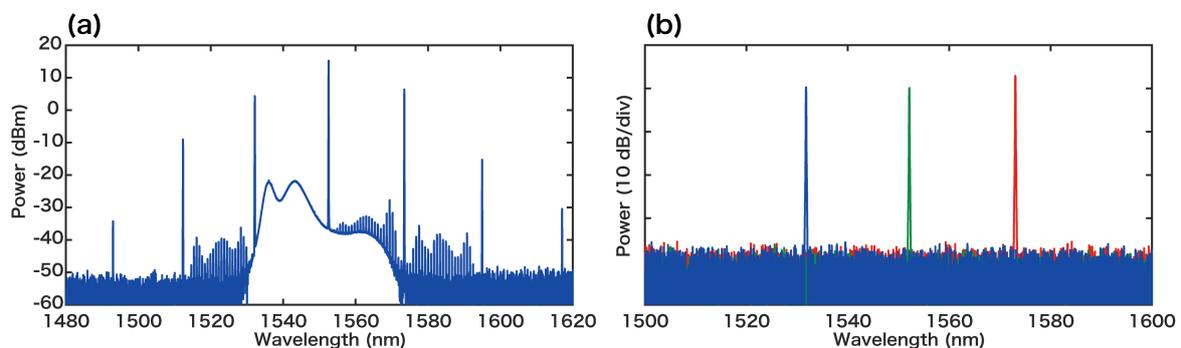


Fig. 5.8 (a) microcomb used for linewidth measurement. (b) Enlarged view of microcomb in (a).

バンドパスフィルタで切り出したコム線に遅延自己ヘテロダイン法を用いる。本研究では、AOMで40 MHz周波数シフトさせ、2 kmのファイバを用いて遅延させた。それぞれを合波させ、電気スペクトラムアナライザで観測したものを Fig. 5.9 に示す。ここで青の線は電気スペクトラムアナライザで観測されたコム線のビートである。同様に遅延自己ヘテロダインを用いて得られた TSL-710 のビートは緑の線で示されている。これらのビートをローレンツでフィッティングを行ったものが赤の線である。マイクロコムのコム線は、光源と比較し多少線幅が広がっていることがわかる。これは熱ノイズの影響であると考えられる。先行研究において、熱ノイズと周波数ノイズの関係が調査され、熱の影響による周波数ノイズの悪化が観測されている [68]。本研究においても、共振器が非常に小さいため、マイクロコム生成に必要な高パワーなどにより熱が発生し、線幅の劣化が起きていると考えられる。線幅の劣化は見られたが、線幅としてはデジタルコヒーレント通信に十分な線幅 (< 100 kHz) であるといえる。この線幅は光源をより狭線幅にすることによって、さらに改善されると考えられる。以上のことから、マイクロコム光源をデジタルコヒーレント通信に応用することは可能であると考えられる。

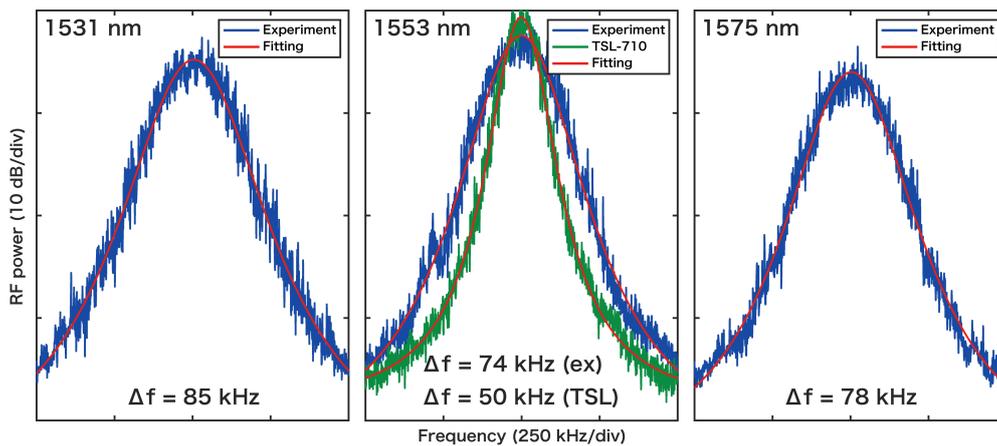


Fig. 5.9 Linewidth measured by using delayed self-heterodyne method.

### 5.3 マイクロコムの伝送特性評価

マイクロコムの伝送特性評価を行う。本研究では、アイパターン (eye pattern) とビットエラーレート (bit error ratio) を測定した。アイパターンは、信号波形の遷移を多数サンプリングし、重ね合わせてグラフィカルに表示したものである。パターンを組み合わせた結果が目に見えることから、アイパターンと呼ばれる。伝送データの波形などを視覚的に確認することができるため、伝送特性評価において一般的に使用される。ビットエラーレートは、伝送システムの品質指標の1つで、受信側が受け取った全データに対する誤ったデータの比率を表すものである。エラーフリーと呼ばれる基準は、およそ  $10^{-10}$  であったが、現在では、通信技術が発展し前方誤り訂正 (forward error correction; FEC) の適応により  $10^{-3}$  程度でエラーフリーとなることが報告されている [69]。

### 5.3.1 測定に使用したマイクロコム

ここでは、3種類のマイクロコムの伝送特性を比較する。3種類のマイクロコムを Fig. 5.10 に示す。3種類のマイクロコムを本研究では、"Turing pattern", "Modulation Instability phase I", "Modulation Instability phase II"と呼ぶ。それぞれのマイクロコムはデチューニングを変化させることにより遷移する。ポンプ光が共振に入り、最初に生成されるマイクロコムが"Turing pattern"である。"Turing pattern"生成後、レーザ光を長波長側に波長掃引していくと共振器内部に入るパワーが高まり、四光波混合がさらに発生する。そして生成されるマイクロコムが"Modulation Instability phase I"である。さらに波長掃引を行い、生成されるものが"Modulation Instability phase II"であり、その後共振から外れる。本研究では、それぞれ3種類のマイクロコムから、1525.2 nm, 1550.3 nm (ポンプ光), 1576.5 nm の3本のコム線を使用する。

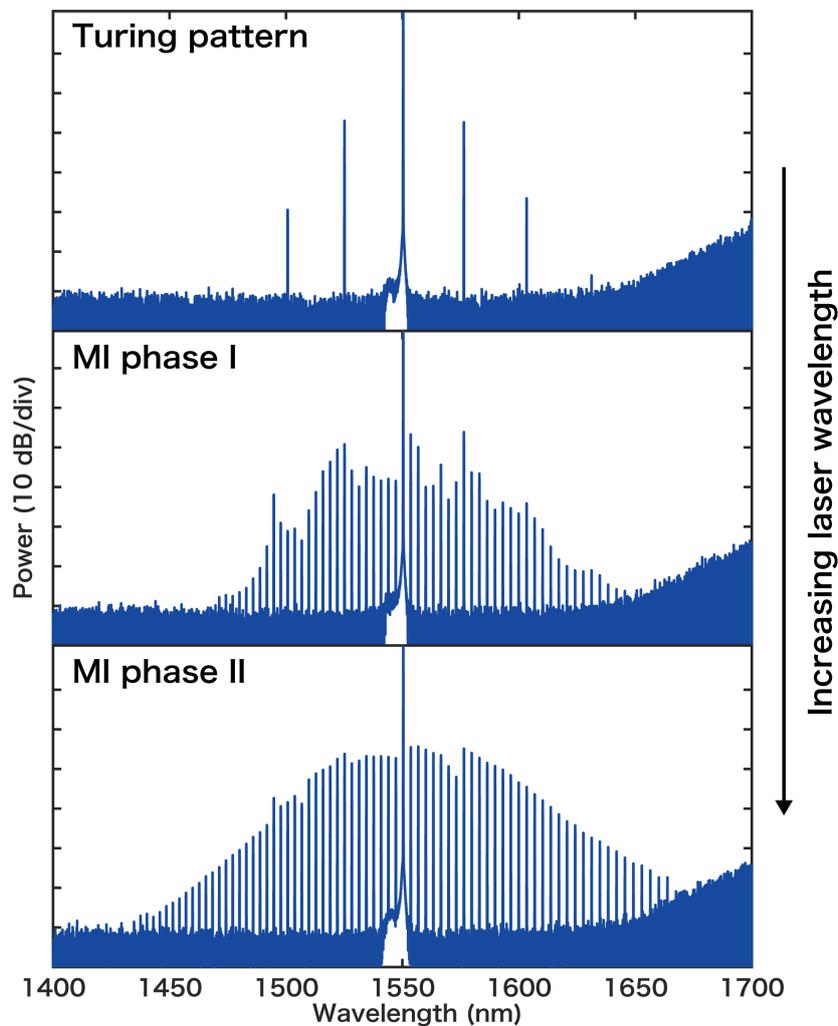


Fig. 5.10 Evolution of the microcomb spectrum in a 400 GHz FSR SiN resonator while increasing the pump wavelength with a pump power of 800 mW.

### 5.3.2 実験セットアップ

伝送特性測定に使用したセットアップを以下に示す。マイクロコム生成までのセットアップは「第4章：マイクロコムの発生」で使用したものと同様であるため省略する。マイクロコム生成後、ポンプ光が非常に強いパワーであるため、ファイバブラッググレーティングを用いてポンプ光を減衰させる。次にバンドパスフィルタを使用し、コム線を1本だけ切り出す。切り出されたコム線は強度変調器を用いて変調する。ただし、強度変調器は偏波依存性をもつため、ファイバ偏波コントローラを用いて偏波を調整し入力する。強度変調器にかけられる変調信号はパルスパターンジェネレータ (pulse pattern generator; PPG) から出力される。本研究の変調信号はトランシーバの帯域制限を考慮し 10 Gbit/s とした。変調された光信号は Back-to-Back と 40 km という2つの条件で伝送し、トランシーバで受光され、サンプリングオシロスコープ (sampling oscilloscope) とエラーディテクタ (error detector) で観測される。それぞれ、サンプリングオシロスコープではアイパターン、エラーディテクタではビットエラーレートが観測できる。

ビットエラーレートの測定は、コンポーネントを追加し特性を測定する。追加するコンポーネントは可変光減衰器 (variable optical attenuator; VOA) であり、トランシーバに受光する直前に配置する。可変光減衰器を用いてコム線のパワーを変化させることによって、受光パワーに対するビットエラーレートを測定し、伝送特性とする。

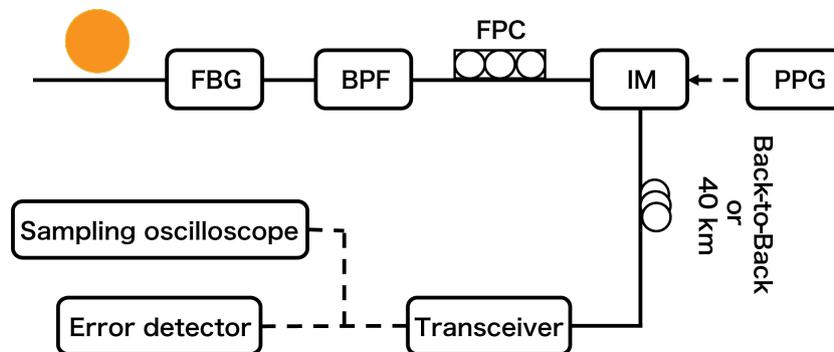


Fig. 5.11 Experimental setup for optical transmission.

### 5.3.3 実験結果

#### Turing pattern

まず、"Turing pattern"の伝送特性結果をまとめる。"Turing pattern"の伝送特性は Fig. 5.12 のようになった。得られたアイパターンは、はっきりと開いて見え、良好な伝送特性を示した。ポンプ光とコム線の違いは見られず、コム線においても短波長と長波長に違いはなく、伝送するにあたり問題がないと考えられる。

ビットエラーレートは直線が左に配置しているほど、伝送特性が良い。これは受光パワーが低い場合でも誤り符号が少なく、信号対雑音比 (signal-to-noise ratio; S/N) が良好であると考えられる。"Turing pattern"のビットエラーレートは3本とも同様の特性を示した。Back-to-Back と 40 km のどちらの条件でも  $10^{-10}$  以下の非常に低いビットエラーレートを観測することができている。コム線と比較し、ポンプ光が若干 (< 1 dB) ビットエラーレートが悪い (右によっている) のは、ポンプ光をアンプした際に生じる自然放出光 (amplified spontaneous emission; ASE) ノイズの影響であると考えられる。自然放出光ノイズによる伝送特性の劣化は先行研究でも述べられている [28]。アイパターン、ビットエラーレートの結果から、"Turing pattern"は光通信応用が可能であることがわかる。

### Modulation instability phase I

次に、"Modulation instability phase I"についてまとめる。"Modulation instability phase I"の伝送特性は Fig. 5.13 のようになった。得られたアイパターンは開いて見えるが、コム線とポンプ光と比較すると、コム線は信号に少しバラツキがあるように見える。アイパターン上では開いて見えるため、情報の識別に問題はなく、伝送可能であると考えられる。

ビットエラーレートは Back-to-Back と 40 km いずれもエラーフリーを観測することができた。ポンプ光と比較し、コム線のビットエラーレートは劣化している。マイクロコムの成長によって、コム線の伝送特性の劣化が生じることが確認された。伝送特性の劣化はあるが、"Modulation instability phase I"は光通信に応用可能であると考えられる。

### Modulation instability phase II

最後に、"Modulation instability phase II"についてまとめる。"Modulation instability phase II"の伝送特性は Fig. 5.14 のようになった。得られたアイパターンは、ポンプ光のみははっきりと開いて見えるが、コム線のアイパターンは信号のバラツキが大きい。アイパターン上では、伝送に問題があると考えられる。

ビットエラーレートは Back-to-Back と 40 km いずれもコム線はエラーフリーを観測することができなかった。コム線のビットエラーレートは  $10^{-2}$ - $10^{-1}$  程度しか得られず、伝送することは難しい。ポンプ光のビットエラーレートに変化は見られなかった。"Modulation instability phase I" からマイクロコムが成長すると、伝送特性はさらに劣化した。伝送特性は非常に悪く、"Modulation instability phase II"は光通信似応用することが難しいと考えられる。

以上、3種類のマイクロコムの伝送特性を測定した結果、マイクロコムには伝送に適した状態と適していない状態があることが確認された。マイクロコム状態を選定した場合、伝送特性はエラーフリーであり、非常に有用であると考えられる。マイクロコムが"Modulation instability phase II"に遷移するとともに、伝送特性が劣化する原因について、調査を行う。

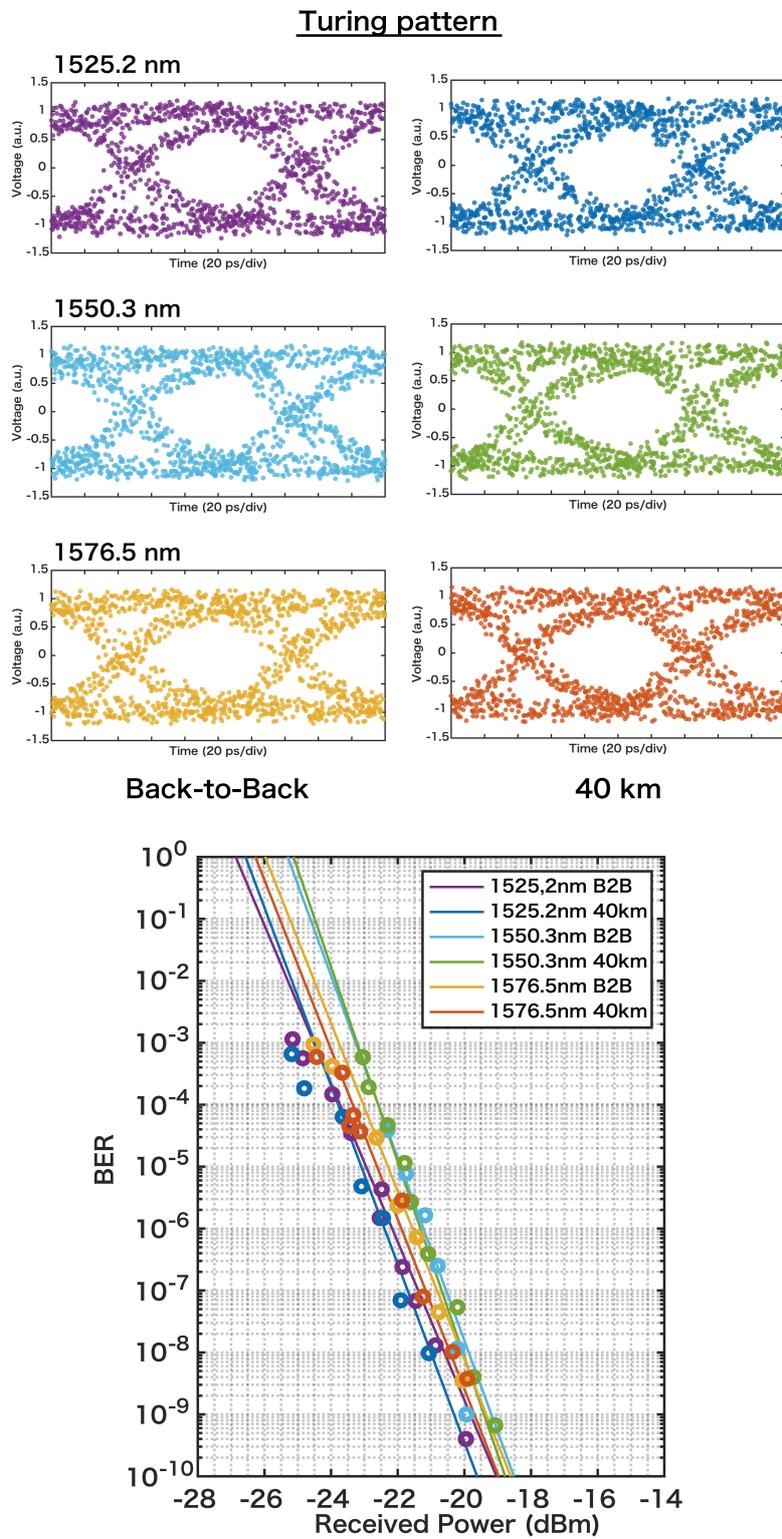


Fig. 5.12 Transmission characteristics obtained using the Turing pattern (Eye pattern, Bit Error Rate).

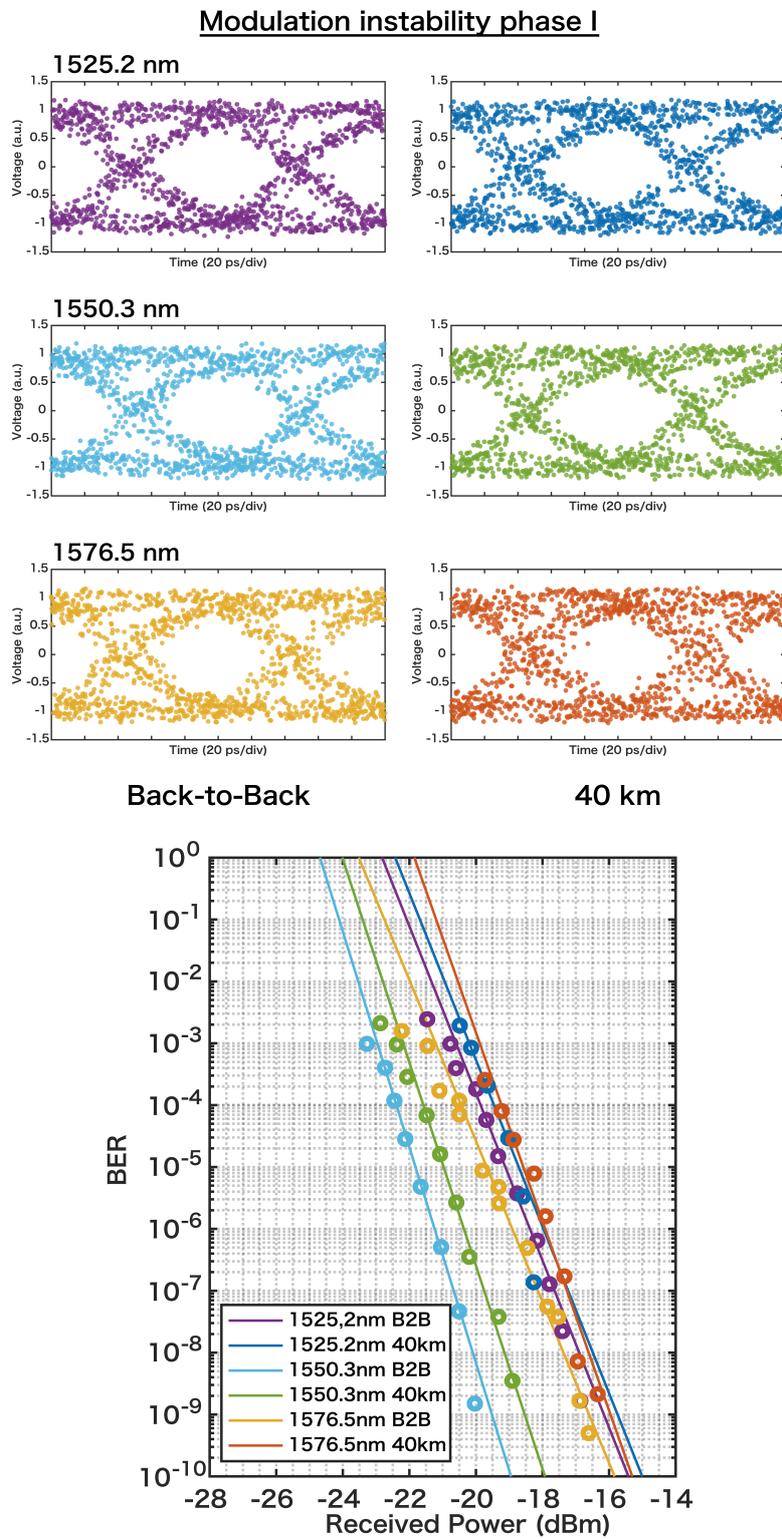


Fig. 5.13 Transmission characteristics obtained using the MI phase I (Eye pattern, Bit Error Rate).

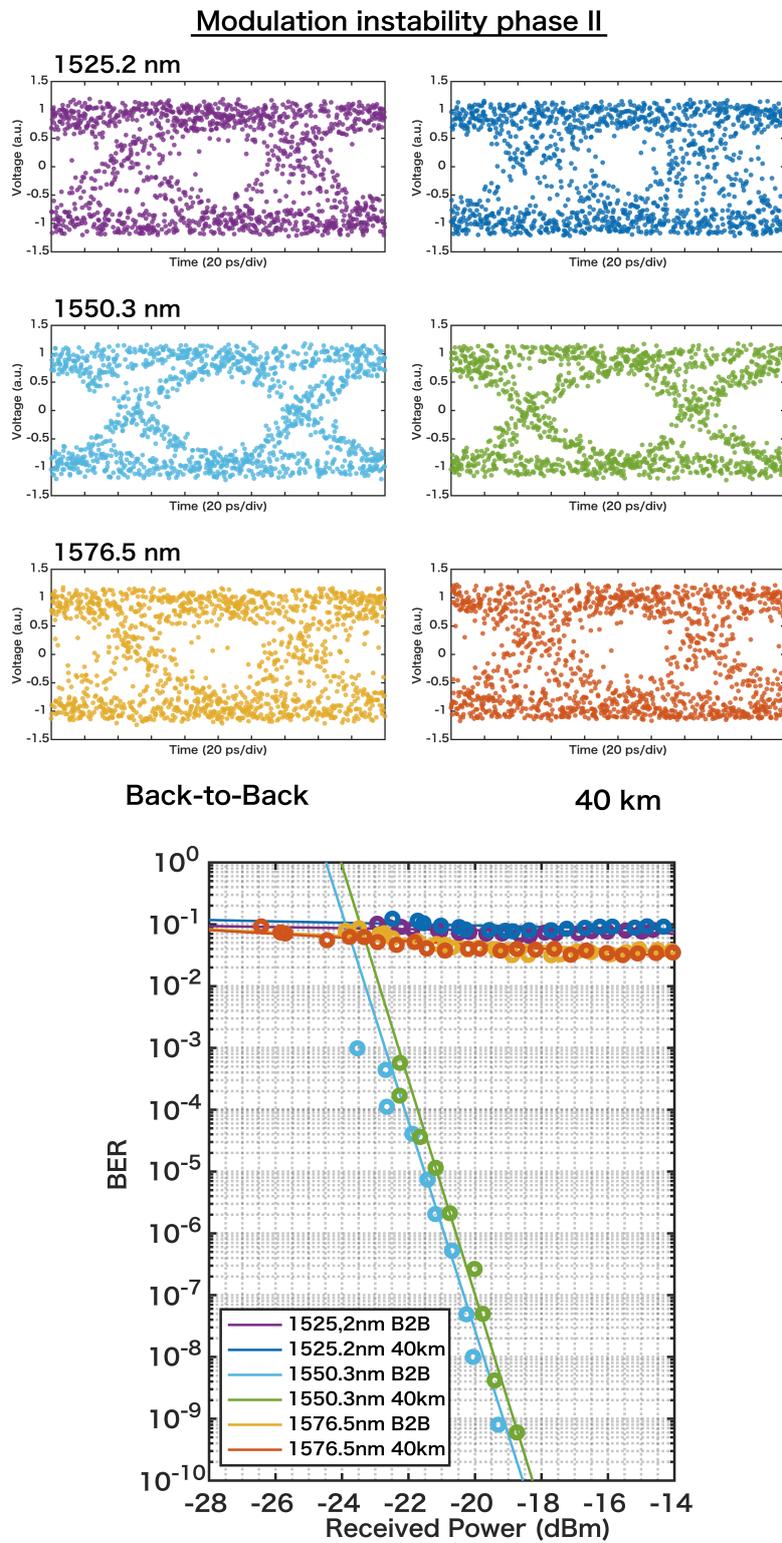


Fig. 5.14 Transmission characteristics obtained using the MI phase II (Eye pattern, Bit Error Rate).

## 5.4 マイクロコムのノイズ

マイクロコムの成長にともない、伝送特性が劣化していくことを確認した。体系的に測定この伝送特性劣化には、マイクロコム成長過程で生じるノイズが原因となっていると考えられる。ここから、マイクロコムのノイズについて考えていく。

### 5.4.1 ビートノイズ

マイクロコムの成長過程で生じるノイズの1つとしてビートノイズが考えられる。マイクロコムの発生理論については第2章で説明したが、ここではマイクロコムの成長過程について概略図 Fig. 5.15 を用いて説明する [2]。強い強度の光を入射し、四光波混合が発生すると、"Turing pattern"が発生する (State 1)。ここからデチューニングを変化させ、共振器に入る光が強くなると、コム線からサブコムが生成されはじめる (State 2)。マイクロコムが成長すると、"Turing pattern"の2つのコム線から生成されたサブコムはマージされる。このとき、1つの共振内に複数のサブコムが生じており、ビートが起きる。このビートがノイズとなっていると考えられる。

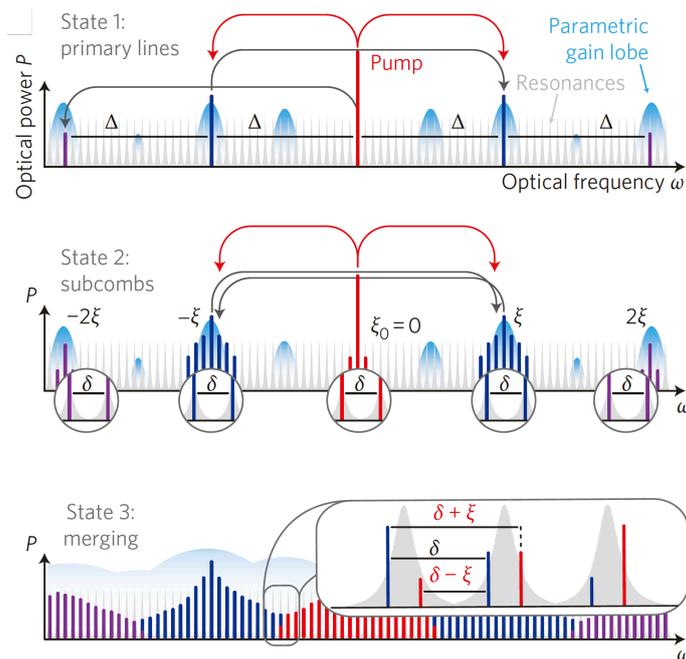


Fig. 5.15 State 1: generation of primary sidebands (spaced by  $\Delta$ ) via FWM. State 2: secondary lines generated around the primary lines form subcombs with a native spacing  $\delta$ . The spacing  $\Delta$  is not generally an integer multiple of  $\delta$ ; that is, the subcombs have different offset frequencies  $0, \pm\xi, \pm\xi, \dots$ . State 3: the subcombs merge into a gap-free spectrum (multiple lines can exist in a single resonance.) [T. Herr, K. Hartinger, J. Riemensberger, C. Wang, E. Gavartin, R. Holzwarth, M. Gorodetsky, and T. Kippenberg, "Universal formation dynamics and noise of kerr-frequency combs in microresonators," *Nature Photonics*, vol. 6, no. 7, pp. 480–487, 2012]

マイクロコムのコム線を1本切り出し、電気スペクトラムアナライザを用いてビートの観測を行った。"Turing pattern"時点ではビートは観測されなかった。マイクロコムの状態が、"Modulation instability phase I"となった際、3つのビートが観測された。これは、1つの共振内に3本のコム線がある状態だと考えられる。その後、マイクロコムが成長していくとサブコムのビートが増え、電気スペクトラムアナライザのノイズフロア全体が上昇する。この結果から、マイクロコムの成長にともなって明確にビートノイズが増えていることがわかり、これが伝送特性劣化の要因の1つであると考えられる。

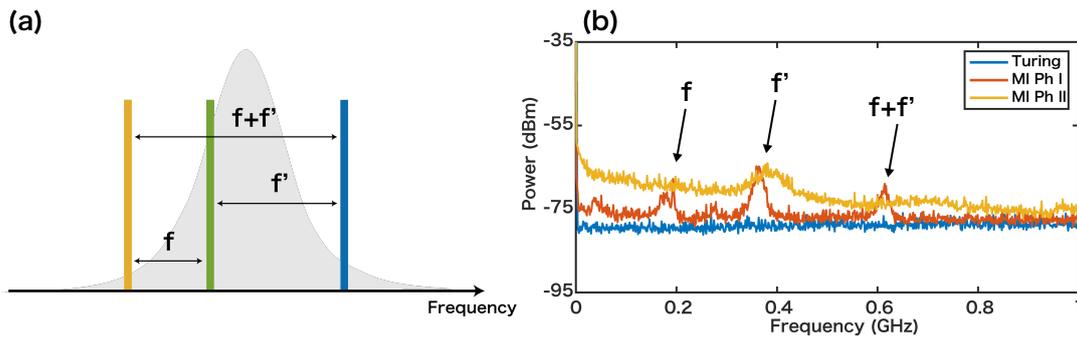


Fig. 5.16 (a) Schematic diagram of subcombs existing in one resonance (b) Beats observed with an electrical spectrum analyzer.

#### 5.4.2 相対強度ノイズ

相対強度ノイズ (relative intensity noise; RIN) は、レーザ光の強度の時間的なゆらぎを表すパラメータで、単位周波数当たりの光強度のゆらぎを平均光パワーで割ったものである。相対強度ノイズの測定法について説明する [70]。まず、測定するレーザ光をフォトディテクタを用いて受光する。受光した信号をバイアスティを用いて、DC 光電流と AC 電気信号に分ける。DC 光電流 ( $I_{dc}$ ) はデジタルマルチメータで測定し、AC 信号は利得  $G$  の増幅器を用いて増幅される。増幅されたシステムノイズパワースペクトル ( $N_{RF}(f)$ ) はシグナルアナライザで測定される。熱ノイズパワースペクトル ( $N_{th}(f)$ ) は、レーザ出力を 0 とし、フォトディテクタと増幅器を動作させた状態にすることで、同じシグナルアナライザから測定される。相対強度ノイズはシステムノイズパワースペクトルから熱ノイズとフォトディテクタのショットノイズを除くことにより、測定することができる。

$$RIN|_{\text{laser}}(f) = \frac{N_L(f)}{P_{\text{avg,elec}}} = \frac{[N_{RF}(f) - N_{th}(f)]/G(f) - N_{PD,shot}}{P_{\text{avg,elec}}} \quad (5.11)$$

ここで、 $N_L = (N_{RF} - N_{th})/G - N_{PD,shot}$  は強度ノイズによって誘起される電気ノイズパワースペクトル密度である。増幅器の負荷抵抗を  $R_L$  とした時、ショットノイズ、平均光パワーは、それぞれ  $N_{PD,shot} = 2qI_{dc}R_L$ 、 $P_{\text{avg,elec}} = I_d^2 c R_L$  と表される。以上のような過程を踏むことにより、相対強度ノイズを測定することができる。

マイクロコムの相対強度ノイズを測定した。マイクロコムの生成後、ファイバブラッググレーティングでポンプ光を減衰させる。その後、バンドパスフィルタを用いてマイクロコムのコム線を切り出し、フォトディテクタに入力する。入力の際、可変光減衰器を使用し、入力光のパワーを -15 dBm とした。入力可能範囲内であるならば、光は強い方が良い。しかし、マイクロコムのパワーが弱いため、上述のようなパワーで測定を行った。相対強度ノイズ測定は、光伝送実験に用いたものと同様に3本のコム線 (1525.2 nm, 1550.3 nm, 1576.5 nm) を使用した。測定条件は以下の表に示す。それぞれマイクロコムの成長に伴って、相対強度ノイズに変化が見られた。"Modulation instability phase II"の状態を考える。この時、コム線 1550.3 nm (ポンプ光) は相対強度ノイズの変化は小さいが、コム線 1525.2 nm, 1576.5 nm では非常に相対強度ノイズが増加していることがわかる。伝送特性を測定した際にも、コム線 1550.3 nm のアイパターン、ビットエラーレートは良好な特性を示したが、コム線 1525.2 nm, 1576.5 nm のアイパターン、ビットエラーレートは非常に劣化していた。両者の結果から、マイクロコムの伝送特性は相対強度雑音の増加によって劣化すると考えられる。これは、本研究の伝送方式が強度変調・直接検波方式という、強度の変化により信号"1", "0"を伝えるものであるため、強度の時間的ゆらぎである相対強度ノイズの影響を大きく受けているからだと考えられる。

このような相対強度ノイズの原因について考える。相対強度ノイズの測定には、生成したマイクロコムのコム線を1本切り出し、ノイズ測定系に入射することで測定を行っていた。光スペクトラムアナライザ上ではコム線は1本に見えるが、上述したビートノイズ測定で観測されたように、1つの共振に多くのサブコムが存在している。それぞれのサブコムは不安定であり、強度、周波数ともに非常に揺らいでいる。そのため、コム線1本の強度分布もサブコムの影響により非常に揺れていると考えられる。以上のことから、マイクロコムの成長にともなうサブコムの発生によって相対強度ノイズが増加していると考えられる。

Table 5.2 Relative intensity noise measurement conditions

Reference Level	-120 dBm
Resolution bandwidth (RBW)	100 kHz
Video bandwidth (VBW)	10 kHz
Start frequency	10 MHz
Stop frequency	1000 MHz
Sweep point	20000

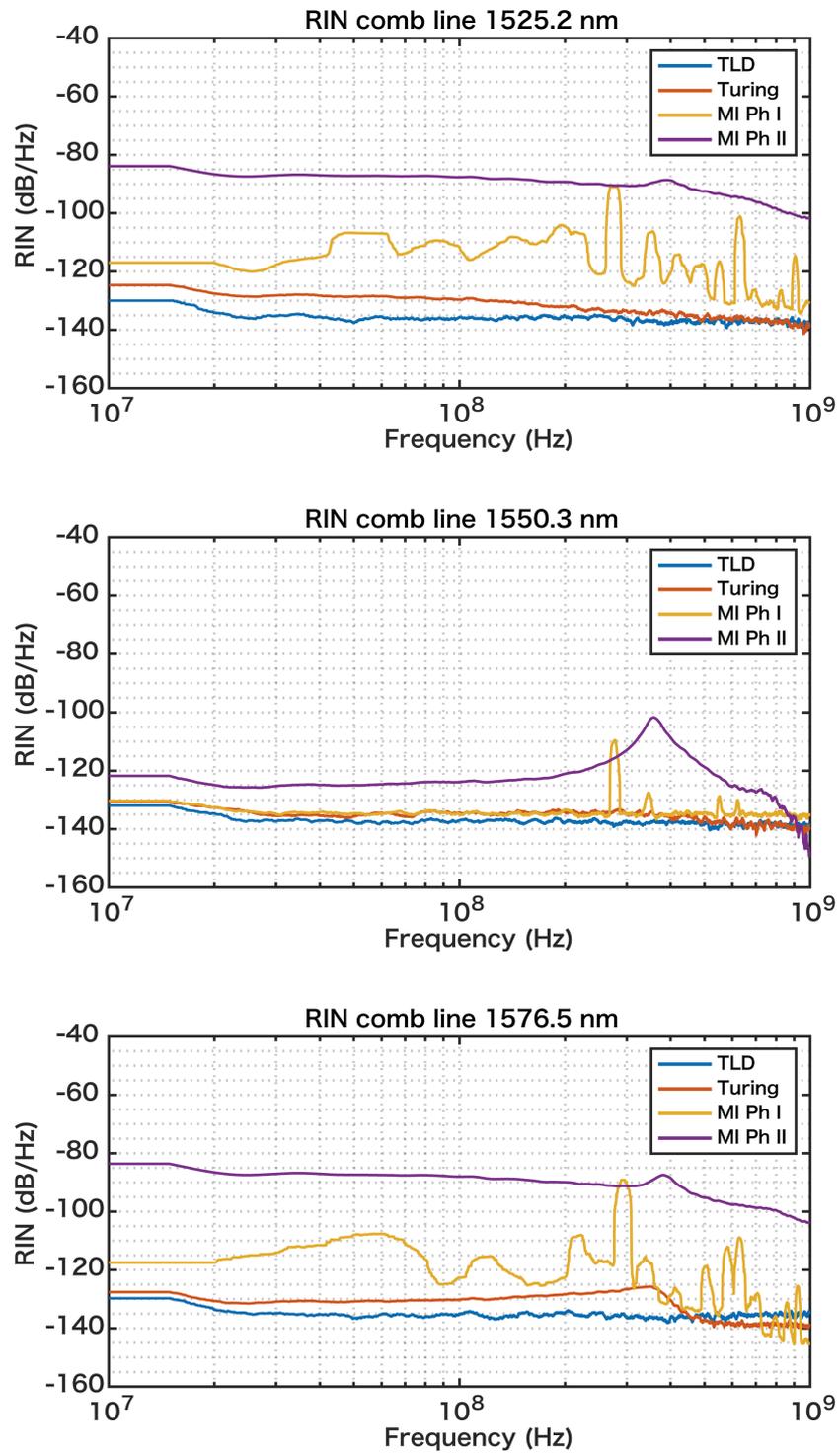


Fig. 5.17 Relative intensity noise of microcombs. (Top) the comb line 1525.2nm. (Middle) the comb line 1550.3nm. (Bottom) the comb line 1576.5nm.

## 5.5 散逸性カーソリトンの伝送特性

ここから散逸性カーソリトンの伝送特性について説明する。散逸性カーソリトンの生成・伝送にあたり、セットアップが非常に複雑となる。レーザ光のアンプに使用している EDFA が異なるため、ノイズ特性に変化が現れ、マイクロコムの伝送特性と単純に比較できないことに注意する。

散逸性カーソリトンの生成は「第4章：散逸性カーソリトンの発生」で使用したものと同様であり、生成後の伝送セットアップも同様であるため割愛する。散逸性カーソリトンの伝送実験に使用したコム線はマイクロコムの伝送特性測定に使用した、1525.2 nm, 1550.3 nm, 1576.5 nm, に加えて、1550.3 nm から 1576.5 nm の間に存在する 7 本のコム線を使用し、計 10 本の伝送特性を測定した。それぞれのコム線のアイパターンは、信号のバラツキが少なく、はっきりと開いて見えている。ビットエラーレートに関しては、それぞれコム線ごとに、ほぼ同等なビットエラーレートを得ることができており、エラーフリーまで観測した。以上から、散逸性カーソリトンは伝送応用に関する問題点は少なく、伝送応用に問題はない。他マイクロコム状態と比較し、散逸性カーソリトンは位相同期され、安定であるため伝送応用に最も適した状態であると考えられる。

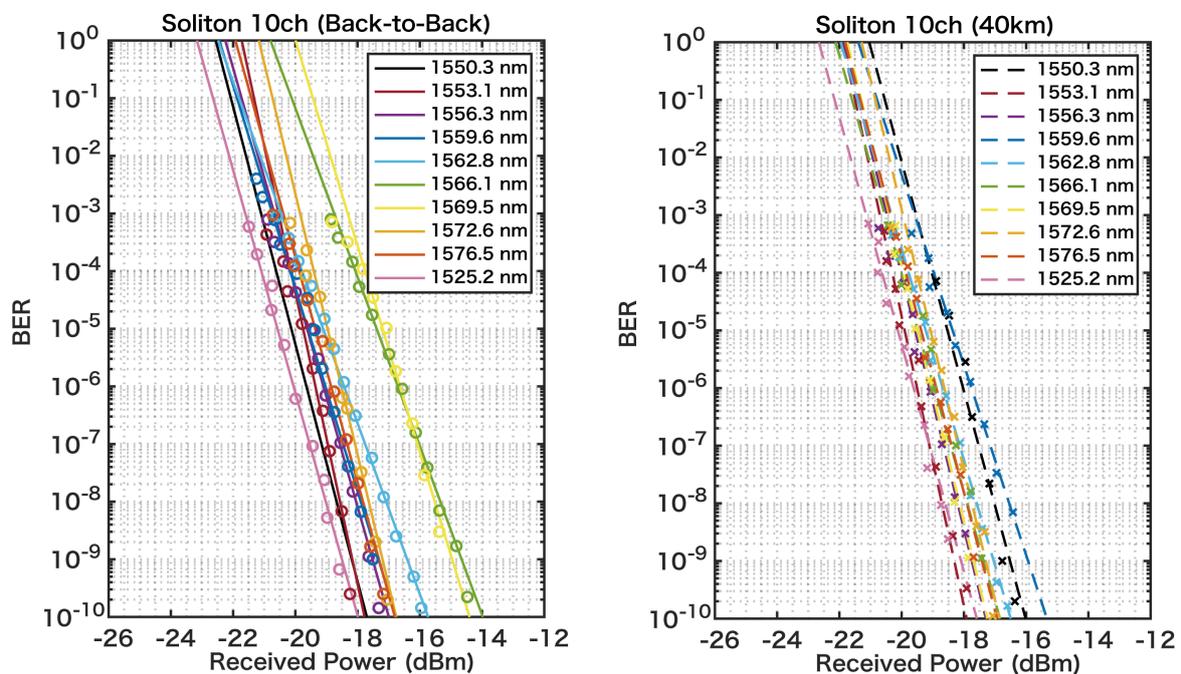


Fig. 5.18 Transmission characteristics obtained using the Dissipative Kerr soliton (Bit Error Rate).

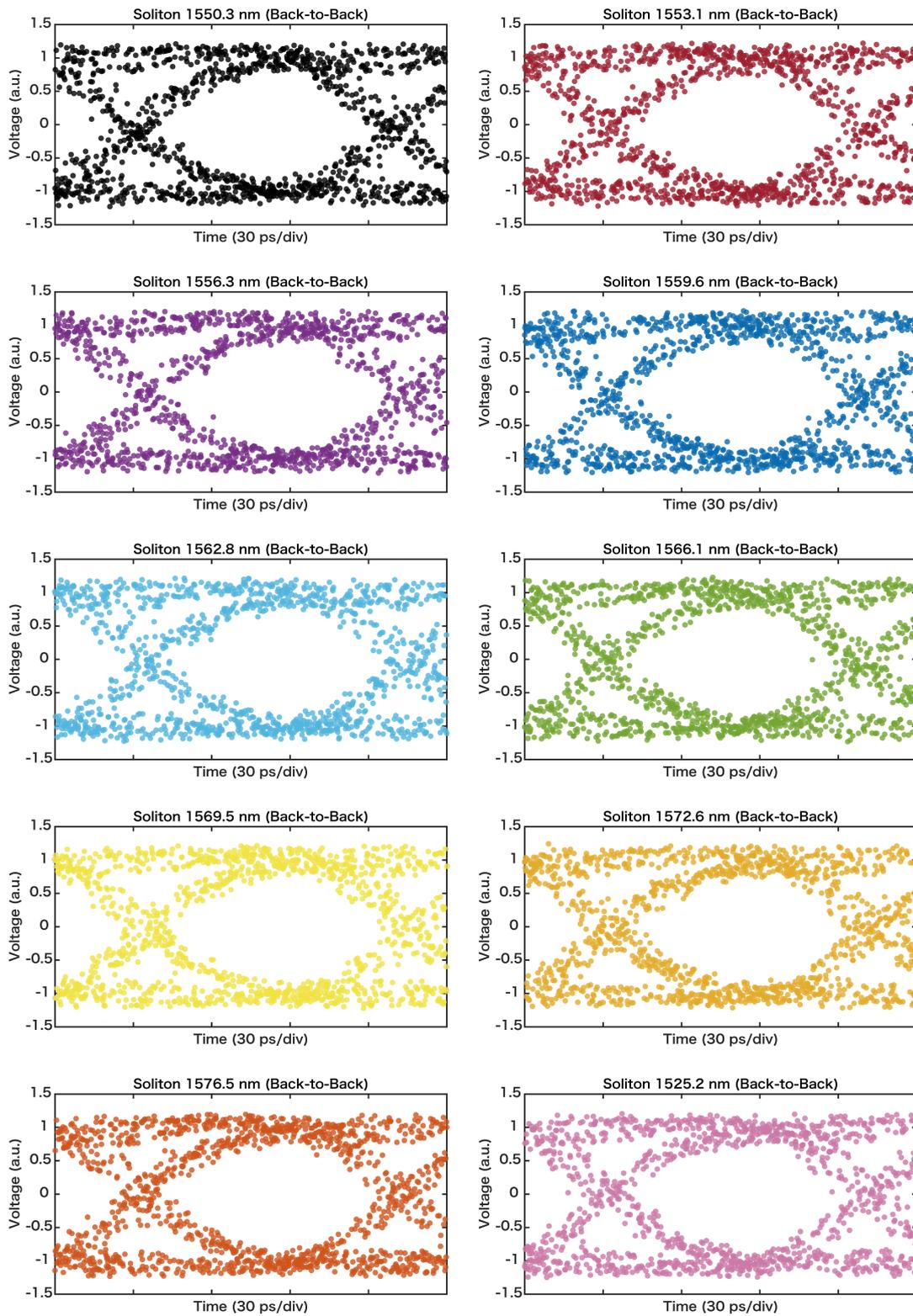


Fig. 5.19 Transmission characteristics obtained using the Dissipative Kerr soliton (Eye pattern, Back-to-Back).

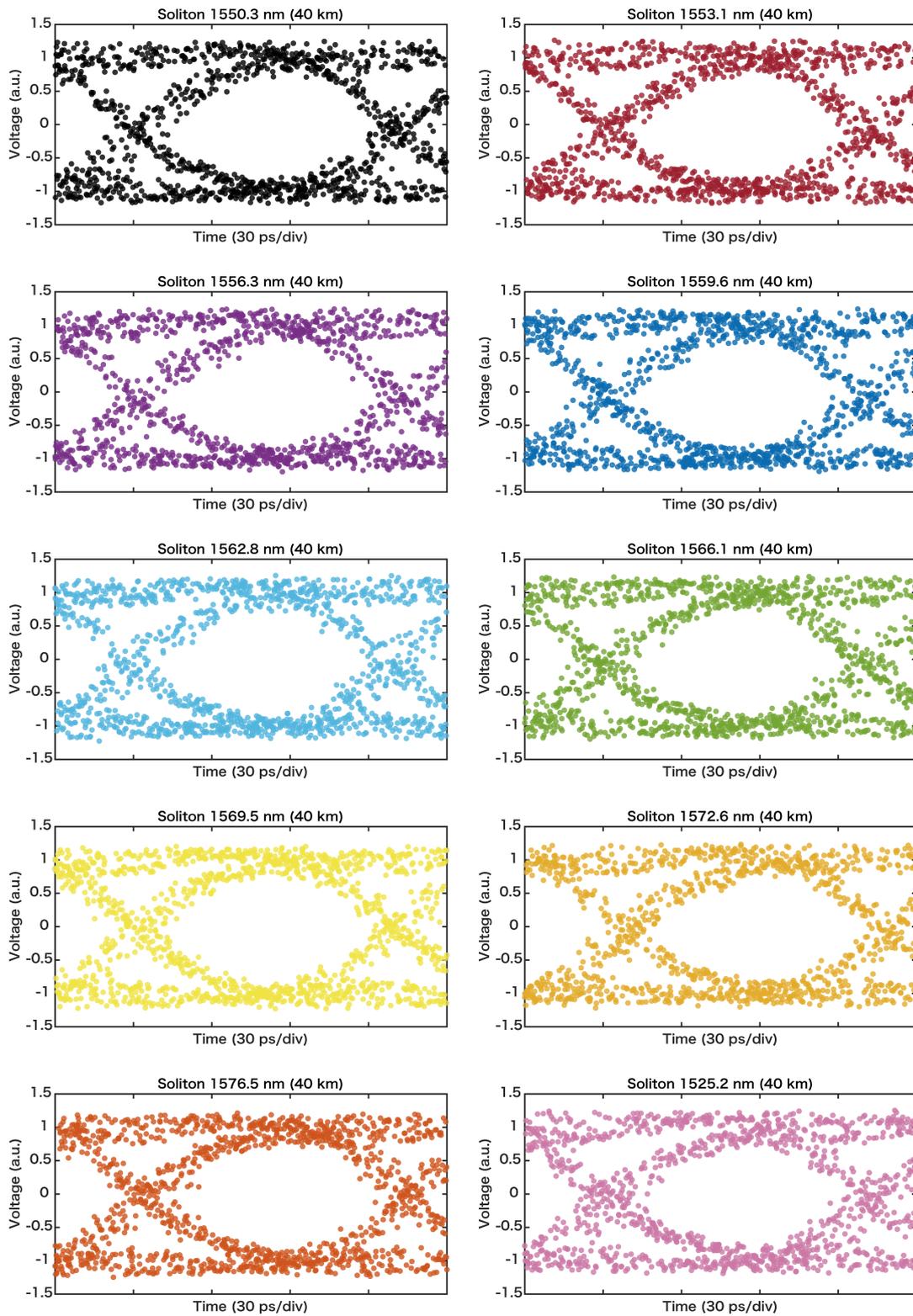


Fig. 5.20 Transmission characteristics obtained using the Dissipative Kerr soliton (Eye pattern, 40 km).

## 第 6 章

# 結論

微小光共振器を用いて生成したマイクロコムの光通信応用に向けた研究はこれまでいくつか報告されていたが、全て数あるマイクロコムの状態から 1 つを選定し応用したものであった。そこで、本研究ではマイクロコムの成長過程に応じた伝送特性の変化について研究を行った。

### シリコンナイトライド微小光共振器の評価

本研究では、シリコンナイトライド微小光共振器をファウンドリに作製を依頼した。デザインしたシリコンナイトライド微小光共振器を、アルミ加工し作製した調芯系を用いて光学測定を行った。ここでは、波長可変レーザのトリガ信号の発生と同時にパワーメータによって透過率を取得する手法を用いて  $Q$  値を測定した。測定された  $Q$  値は  $Q > 10^6$  であり、マイクロコム発生に十分な  $Q$  値であることが確認された。また、得られた透過スペクトルから FSR はおよそ 100 GHz, 400 GHz であった。

### シリコンナイトライド微小光共振器を用いたマイクロコム発生

シリコンナイトライド微小光共振器を用いて、マイクロコムの生成実験を行った。波長可変レーザを EDFA でアンプし、共振器に入射することで生成される。ポンプ波長と共振波長の差であるデチューニングを変化させることによって、マイクロコムの状態の遷移を観測した。初期のコムパターンからサブコムが生成され、最終的に山型のモジュレーションインスタビリティコムとなった。モジュレーションインスタビリティからさらにデチューニングを変化させると共振から外れ、マイクロコムは消失する。

次にソリトンステップの観測を行った。共振器の後段にファイバブラッググレーティングを用いて、透過とコムパワーに分け、オシロスコープで観測した。波長可変光源の波長掃引レベル (MHz/ $\mu$ s) では、数百 ns という短いソリトンステップの観測にとどまった。様々なパラメータを変化させてみたが、大きな改善は見られなかった。

散逸性カーソルトンの生成には熱拡散時間より速く波長掃引を行うことで温度上昇を遅延させ、

ソリトン領域に遷移する際の冷却を打ち消す必要がある。シリコンナイトライドは熱の影響を受けやすいため、ファストスキャンという非常に速い速度で波長掃引速度を行う手法を用いた。ファストスキャン (GHz/ $\mu$ s) によってソリトンステップに改善が見られ、サーマルリコイルが観測され始めた。サーマルリコイルの問題は、波長掃引速度や共振器入射パワーなどのパラメータの調整によって改善され、最終的に散逸性カーソリトンを観測することができた。

## マイクロコムの光通信応用

マイクロコムの光通信応用に向けた研究を行った。波長分割多重通信には ITU-T グリッドと呼ばれる波長・周波数の規定がある。光通信に应用する場合、マイクロコムのコム線を ITU-T グリッドに合わせる必要があり、シリコンナイトライド微小光共振器を温度調節することによって実現することにした。シリコンナイトライド微小光共振器を温度調節することによって、20.2 pm/K の温度に対する波長の変化を観測し、共振波長を ITU-T グリッドに合わせ込むことができた。共振波長を合わせこんだ後、マイクロコムを生成させることによって、波長誤差 0.1 nm 以下の精度で 20 ch 以上の合わせ込みを達成した。

デジタルコヒーレント通信を行うにあたり、通信用光源の線幅は 100 kHz 以下である必要がある。マイクロコム光源がデジタルコヒーレント通信に应用可能であるか確認するため、線幅測定を行った。線幅の評価は遅延自己ヘテロダイン法を用いて行い、ポンプ光源 (およそ 50 kHz) に近い線幅を有していることが確認された。これは十分にデジタルコヒーレント通信に应用可能な範囲であるといえる。ポンプ光源から、若干の劣化が見られる原因は高強度の光を入力することにより生じる熱雑音であると考えられる。

次にマイクロコムの伝送特性評価を行った。伝送特性はアイパターンとビットエラーレートを測定する。伝送特性に用いたマイクロコムは 3 種類あり、それぞれ "Turing pattern", "Modulation instability phase I", "Modulation instability phase II" と呼ぶ。"Turing pattern", "Modulation instability phase I" はアイパターンが開いて見え、ビットエラーレートもエラーフリーまで観測することができた。しかし、"Turing pattern", "Modulation instability phase I" の両者の伝送特性には違いが見え、"Modulation instability phase I" のほうが "Turing pattern" と比較し、伝送特性が劣化していた。"Modulation instability phase II" のアイパターンは信号のバラツキが多く、ビットエラーレートは  $10^{-2}$ - $10^{-1}$  あたりから変化が見られず、光通信に应用することが難しいことが確認された。

マイクロコムの成長による伝送特性劣化の原因を調査した。マイクロコムは成長するにあたってビートノイズが生じることが先行研究より報告されており、本研究でもビートノイズの測定を行った。ビートノイズの測定を行った結果、マイクロコムの成長に従ってビートノイズが見られたビートノイズ測定時、"Modulation instability phase I" のビートは 3 つ見え、1 つの共振内に 3 本のサブコムが生じていると考えられる。"Modulation instability phase II" に変化していくにあたり、サブコムの干渉、ビートが増加していき、最終的に電気スペクトラムアナライザのノイズフロアの上昇が観測された。

本研究の光伝送方式は強度変調直接検波方式であるため強度ノイズの影響を受けると考えられ

---

る。そのため、相対強度ノイズの測定を行った。相対強度ノイズはマイクロコム成長に従って増加していることが観測された。マイクロコムの強度ノイズ増加の要因はコム線の強度が時間的に不安定であることが問題であると考えられる。ビートノイズ測定時に観測できたように、マイクロコムのコム線は1本に見えるが、複数のサブコムから構成されている。それぞれのサブコムは不安定であり、サブコムの集合であるコム線の強度分布も不安定であることから、強度の時間的揺らぎが増え、相対強度ノイズが増加していると考えられる。

散逸性カーソリトンの伝送特性を測定した。レーザ光のアンプに使用している EDFA が異なるため、ノイズ特性に変化が現れ、マイクロコムの伝送特性と単純に比較できないことに注意する。観測された伝送特性は非常に良好であり、光通信応用に大きな問題はないと考えられる。様々なマイクロコムの伝送特性から、最も適したマイクロコムを考える。"Turing pattern"は利用できるコム線が少なく、マイクロコム光源を応用するメリットが少ない。"Modulation instability phase I"は Pound-Drever-Hall 法を用いる事によってデチューニングを固定し、応用することは可能だが、散逸性カーソリトンと比較するとあえて使用するメリットは小さいように思える。"Modulation instability phase II"は伝送特性が劣悪であり、光通信応用をすることが難しい。以上のことから、散逸性カーソリトンが最も光通信応用に適したマイクロコムであると考えられる。マイクロコムの様々な状態の伝送特性を比較したものは先行研究がなく、新たな知見であると考えられる。

## Appendix A

# 共振器内部パワーとデチューニング

共振器内部パワーとデチューニングの関係を説明する。ここでは、以下の簡略化された結合モード方程式をもとに考えていく [71].

$$\frac{\partial A_0}{\partial t} = -[1 + i\zeta_0 - i|A_0|^2]A_0 + P_{\text{in}} \quad (\text{A.1})$$

$\zeta_0$  はデチューニング,  $P_{\text{in}}$  は損失等を考慮した入力割合である。定常状態 ( $\partial A_0/\partial t = 0$ ) の時, 以下のようになる.

$$\left(\zeta_0 - |A_0|^2\right)^2 |A_0|^2 = P_{\text{in}} \quad (\text{A.2})$$

式 (A.2) を式変形させ, 以下のような形にする.

$$P_{\text{in}}^4 X^3 - 2\zeta_0 P_{\text{in}}^2 X^2 + (\zeta_0^2 + 1)X = 1 \quad (\text{A.3})$$

ここで,  $X$  は  $X = \frac{|A_0|^2}{P_{\text{in}}^2}$  である。上式を用いて, 共振器内部パワーのデチューニングに対する依存性を導くと Fig. A.1 のようになる。ポンプパワーが小さい場合, ローレンツ型の共振形状が得られる。ポンプパワーが大きい場合, 熱周波数シフト, 非線形周波数シフトが発生し, 共振形状は非対称に変化していく。ポンプレーザが掃引され, レーザ周波数が周波数シフトされた共振周波数と等しい時 ("effective zero detuning"), 共振器内部パワーが最も高い状態となる。このポイントを基準とし, 高周波側を "effective blue detuning" と呼び, 低周波側を "effective red detuning" と呼ぶ。マイクロコム生成を行うには, 周波数シフトを踏まえた, 実効的なデチューニングを考える必要がある。

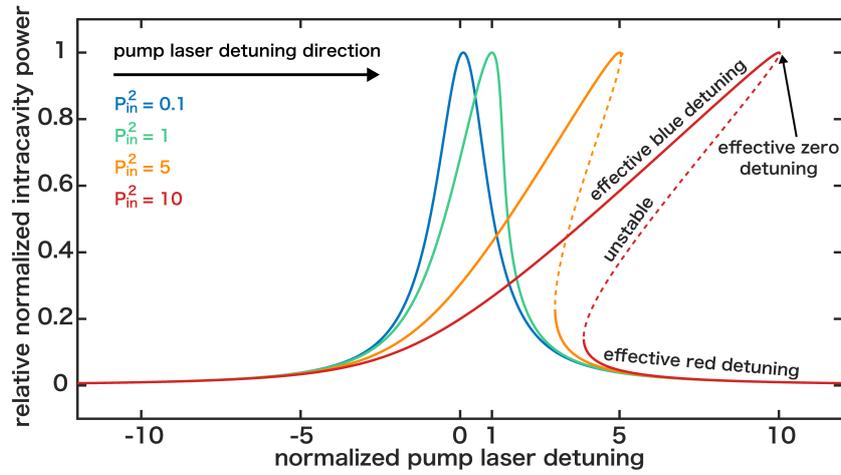


Fig. A.1 Intracavity power vs. pump laser detuning: The normalized intracavity power  $|A_0|^2/P_{\text{in}}^2$  is shown as a function of laser detuning  $\zeta_0$ . For low pump powers the intracavity power follows a Lorentzian resonance shape. For higher pump powers the resonance becomes increasingly asymmetric due to the non-linear resonance shift (self-phase modulation). Eventually this leads to bistability, that this, two stable solutions for  $|A_0|^2$  exist for a certain detuning values  $\zeta_0$ . When tuning the pump laser  $\omega_p$  into the resonance from the higher frequency side maximal intracavity power  $|A_0|^2 = P_{\text{in}}^2$  is reached for an effective zero detuning when the pump laser frequency is equal to the effective nonlinearly shifted resonance frequency. Before (after) this point the pump laser is effectively blue (red) detuned. Tuning the laser beyond effective zero detuning results in a sudden jump to the lower branch solution causing a triangular resonance shape. The value value  $|A_0|^2 = 1$  can always be reached for pump powers  $P_{\text{in}}^2 \geq 1$  and a detuning of  $\zeta_0 \leq 1$ .

## Appendix B

# パワーキック法

熱の影響を受けやすい微小光共振器の散逸性カーソリトン生成手法の1つにパワーキック法がある。散逸性カーソリトンの生成には熱平衡が重要であることは第1章で説明した。パワーキック法は、ポンプレーザのパワーを瞬間的に減少させることでモジュレーションインスタビリティ領域からソリトン領域への遷移を引き起こし、そこから瞬間的にパワーを増加させることで共振器内温度を上昇させ、冷却を補完する手法である。パワーキック法により発生した散逸性カーソリトンはフィードバックを帰すことによって安定する。

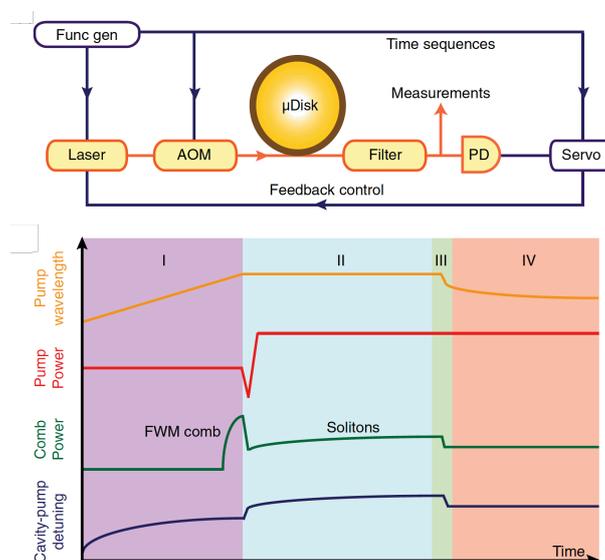


Fig. B.1 (Top) Schematic of experimental setup. (Bottom) Four phases of feedback-controlled soliton excitation: (I) pump laser scans into cavity resonance from the blue-detuned side; (II) laser scan stops and pump power is reduced ( $\sim 10\mu s$ ) to trigger solitons, and then increased ( $\sim 100\mu s$ ) to extend soliton existence range; (III) servo control is engaged to actively lock the soliton power by feedback control of laser frequency; (IV) lock sustains and solitons are fully stabilized. The cavity-pump detuning (vertical axis) is relative to the hot cavity resonant frequency. [X. Yi, Q.-F. Yang, K. Y. Yang, and K. Vahala, “Active capture and stabilization of temporal solitons in microresonators,” *Optics Letters*, vol. 41, no. 9, pp. 2037–2040, 2016]

本研究も、パワーキックを用いて散逸性カーソリトンの生成を試みた。高速な強度変調は、音響光学素子を用いて行った。音響光学素子は、結晶に RF の振動電場を入射してフォノンを発生させることで結晶中に密度の縞ができ、それをグレーティングとして結晶に入射した光を回折させる素子である。これをフォノンによる光子の散乱と見ることもでき、その場合、入射する RF のパワーはフォノンの数に対応するため、RF のパワーを制御することで回折光のパワーを制御することができる。パワーキック法を用いて実験をし、透過率を測定した結果を以下に示す。急激なパワーの減少から上昇まで観測でき、実際にパワーキックの動作が行われていることを確認した。ソリトンステップは多少変化し、数百 ns から数  $\mu\text{s}$  という長さになった。しかし、これ以上大きな変化はなかった。これはパラメータの調整不足だと考えられる。パワーキック法を用いた散逸性カーソリトンの生成には強度の変調深度や変調速度を調整する必要がある。しかし、本研究ではベストパラメータを見つけ出すことができなかった。

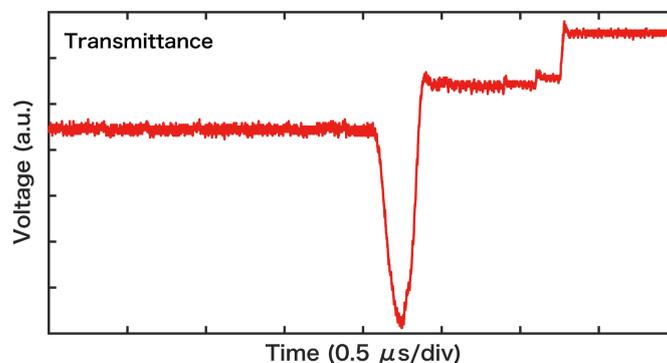


Fig. B.2 Measurement of transmittance with power kicking.

## Appendix C

# ソリトンクリスタル

マイクロコムの特異な状態にソリトンクリスタル (soliton crystal) というものがある。本研究でもソリトンクリスタルだと考えられるもの Fig. 5.5 が発生したため、説明する。ソリトンクリスタルは、2015 年 Nature Communications "Phase steps and resonator detuning measurements in microresonator frequency combs"で初めて報告された [72]。これはシリカロード共振器を用いて生成されたものであり、この時生成されたマイクロコムはスペクトルの形状から"Munich Olympic Stadium Comb"と呼ばれた。

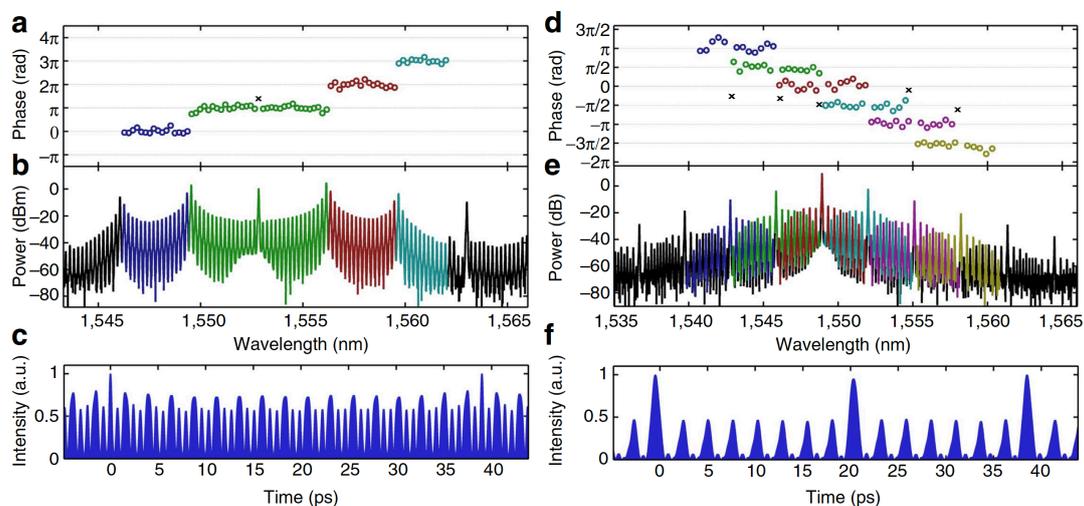


Fig. C.1 ‘Munich Olympic stadium’ comb and interleaved comb state. a-c and d-f show measurements of two different phase-locked comb states. The corresponding time domain traces in c and f are calculated based on the measured spectral amplitudes and phases. The comb state in a-c (‘Munich Olympic Stadium’-Comb) shows distinct phase steps of  $\pi$  between different sections. The comb state in d-f contains interleaved sections with double-free spectral range (FSR) mode spacing and a mutual phase offset of  $\pi/2$ . The phases of the stronger modes (every 15th FSR, black crosses in the phase plot) are not aligned with the rest of the comb. [P. Del’Haye, A. Coillet, W. Loh, K. Beha, S. B. Papp, and S. A. Diddams, “Phase steps and resonator detuning measurements in microresonator frequency combs,” *Nature Communications*, vol. 6, no. 5668, 2015]

報告以来、この特殊な形状のマイクロコムの解明が進んできた。ソリトン結晶という呼称は、2015年"Soliton crystals in Kerr resonators"の報告から使われており、この報告では、ソリトン結晶を実験、シミュレーション共に発生させた [73]。その後、2019年"Dynamics of soliton crystals in optical microresonators"でソリトン結晶のダイナミクスが報告され [74]、現在では様々な応用が考案されはじめている [75], [76]。

ソリトン結晶の発生原理について説明する。ソリトン結晶の発生に重要なものは2つある。1つ目はモードカップリング (avoided mode crossing; AMX) である。モードカップリングの存在が、CW backgroundの変調に繋がる。その変調にソリトンがトラップされることにより、共振器内部のソリトンパルスが規則的に並び、ソリトン結晶が形成される。2つ目はポンプパワーである。Fig. C.2をもとに説明する。一般的に散逸性カーソリトンはカオスの領域を通過して生成される。ソリトン結晶を生成させる場合はカオスの領域を通らないようにコムを発生させる必要があるため、ポンプパワーを調節しなければならない。これは、カオス領域を通ることによるCW backgroundの変化を抑制するためである。以上2つの点を満たすことにより、ソリトン結晶を生成させることができる。Fig. C.2(b)に示されるように、ソリトン結晶は sech のエンベロープを持つため、特殊なマルチソリトンの状態と考えることもできる [77]。

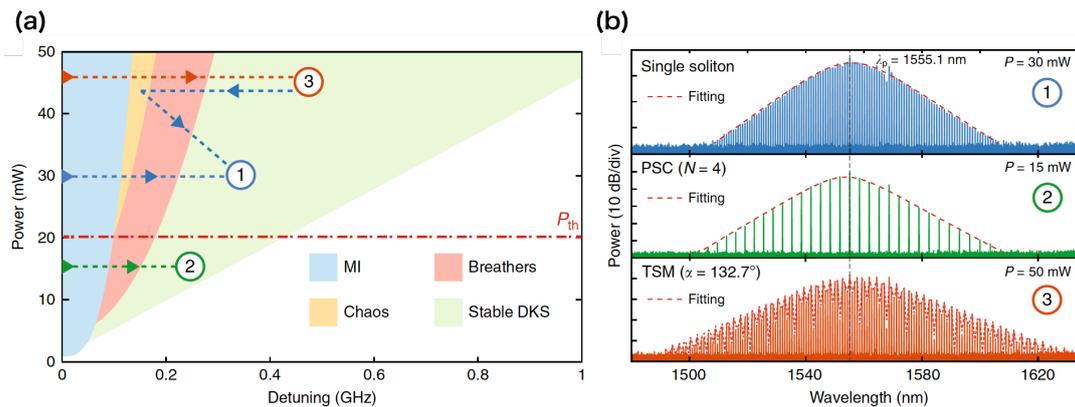


Fig. C.2 (a) Simulated stability diagram of the Lugiato – Lefever equation (LLE) involving the experimental avoided mode crossing (AMX) condition. Four different stability regions are listed: modulation instability (MI, blue), breathers (red), spatio-temporal and transient chaos (chaos, yellow), and stable dissipative Kerr soliton (DKS, green). PSC and TSM/single-soliton spectra are obtained by distinct approaches. PSC states are accessed under the threshold power to avoid the chaos region. Single-soliton or TSM states are accessed above the threshold power, by either directly falling to the states or backward tuning from a higher number of solitons. (b) Examples of experimentally generated spectra at resonance of 1555.1 nm: (1) single-soliton, (2) PSC ( $N = 4$ ), and (3) TSM ( $\alpha = 132.7^\circ$ ) with envelope fitting. The pump power is also shown for each microcomb generation. [J. Hu, J. He, J. Liu, A. S. Raja, M. Karpov, A. Lukashchuk, T. J. Kippenberg, and C.-S. Brès, “Reconfigurable radiofrequency filters based on versatile soliton microcombs,” *Nature Communications*, vol. 11, no. 4377, 2020]

ソリトン結晶はモードカップリングによって規則的に共振器内パルスが並ぶ。すべてのパルスが存在し、完全な等間隔パルスが周回しているような状態のソリトン結晶をパーフェクトソリトン結晶と呼び、1つないしは2つ欠けている状態はソリトン結晶と呼ぶ。ソリトン結晶の形状はパルスの相対角度、欠ける数によって変化する。先行研究の結果を Fig. C.3 に示す。本研究で観測されたものもパルスが欠けたソリトン結晶であると考えられる。

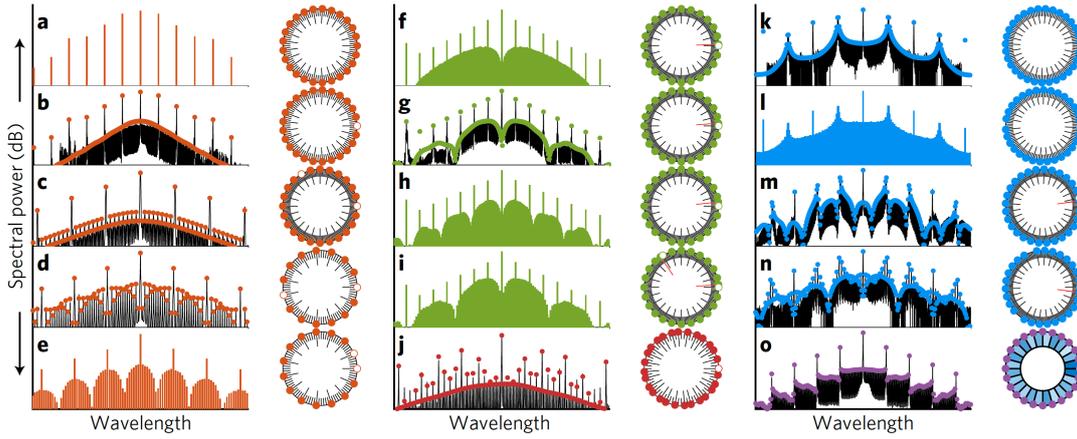


Fig. C.3 A taxonomy of soliton crystals. Measured optical spectra are shown in black and simulations in colour. Schematic depictions of the soliton distribution in the resonator are shown to the right of each spectrum. Major ticks in the schematic diagrams indicate the location or expected location of a soliton. Minor ticks indicate peaks of the extended background wave due to the mode crossing. (a) A perfect soliton crystal, consisting of 25 uniformly distributed solitons. (b-e) Soliton crystals exhibiting vacancies. (f-i) Soliton crystals exhibiting Frenkel defects. Shifted solitons still lie at peaks of the extended background wave. (j) A disordered crystal. (k – n) Crystals exhibiting superstructure. (o) A crystal with irregular inter-soliton spacings. Darker shading indicates a smaller inter-soliton spacing. The range in inter-soliton spacings is 3% of the mean. [D. C. Cole, E. S. Lamb, P. Del’Haye, S. A. Diddams, and S. B. Papp, “Soliton crystals in kerr resonators,” *Nature Photonics*, vol. 11, pp. 671–676, 2017]

先行研究 [74] を参考に以下の Lugiato-Lefever 方程式を用いてシミュレーションを行った。

$$\frac{\partial A(\phi, t)}{\partial t} = \sqrt{\frac{\kappa\eta P_{\text{in}}}{\hbar\omega_0}} - \left(\frac{\kappa}{2} + i(\omega_0 - \omega_p)\right) A(\phi, t) - i\frac{D_2}{2} \frac{\partial^2 A(\phi, t)}{\partial \phi^2} + ig|A(\phi, t)|^2 A(\phi, t) \quad (\text{C.1})$$

ここで、 $A(\phi, t)$  は共振器内部電界を示し、 $\phi$  は空間 (共振器外縁に沿った方位角) を示す。  $\kappa$  は減衰レートを表し、 $\kappa = \kappa_0 + \kappa_{\text{ex}}$  となる。  $\eta$  は  $\kappa_{\text{ex}}/\kappa$  であり、  $P_{\text{in}}$  は入力ポンプパワーを表す。  $\omega_0$ 、  $\omega_p$  はそれぞれ、共振周波数、ポンプ周波数を表す。  $g$  は非線形係数であり、  $g = \hbar\omega_0^2 cn_2/n_0^2 V_{\text{eff}}$  と表される。

ソリトン結晶の形成にモードカップリングが必要であることは説明した。シミュレーション上でモードカップリングを作製する場合、デチューニングに周波数シフトを与えてやれば良い。

ここではモード番号 15 に 130 MHz の周波数シフトを与えてシミュレーションを行った。以下にシミュレーション結果を示す。

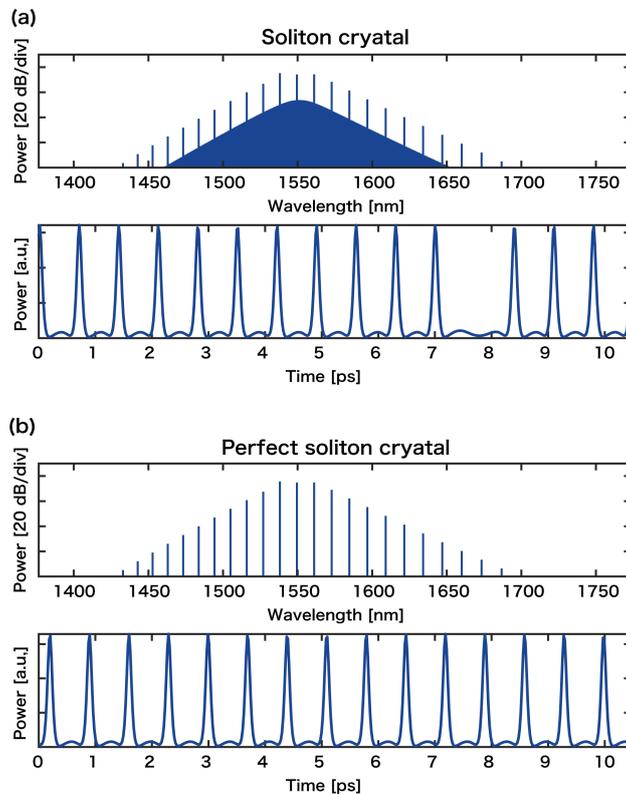


Fig. C.4 (a) Spectrum of soliton crystal obtained as a result of numerical simulation. (b) Spectrum of perfect soliton crystal obtained as a result of numerical simulation.

## Appendix D

# PDH ロック

マイクロコムの光通信応用、散逸性カーソリトンの安定化においてデチューニングの安定化は非常に重要なことである。ここではデチューニングの安定化手法として Pound-Drever-Hall(PDH) 法を提案する。PDH 法はレーザの安定化に一般的に利用されている手法である。PDH 法は、共振波長のディップに関して非対称である透過係数の導関数、すなわち共振波長の位相情報を用いる。そのため、共振波長のディップから、どちら側にずれているか測定することができ、非常に正確にロックすることができる。

以下に、PDH ロックの実験セットアップを示す。レーザ光はまず、電気光学変調器 (electro-optic modulator; EOM) を用いて変調される。その後、共振器を通過し、透過した光はフォトディテクタによって検知される。フォトディテクタの信号と信号発生器 (signal generator; SG) の信号をハイパスフィルタ (high-pass filter; HPF) で処理を行いながら、ミキサー (mixer; Mix) を用いて混合することで、位相特性を表す信号のみを取り出す。この信号をエラー信号とし、サーボ (servo) を介して、レーザの波長制御に帰すことによって共振にロックすることができる。

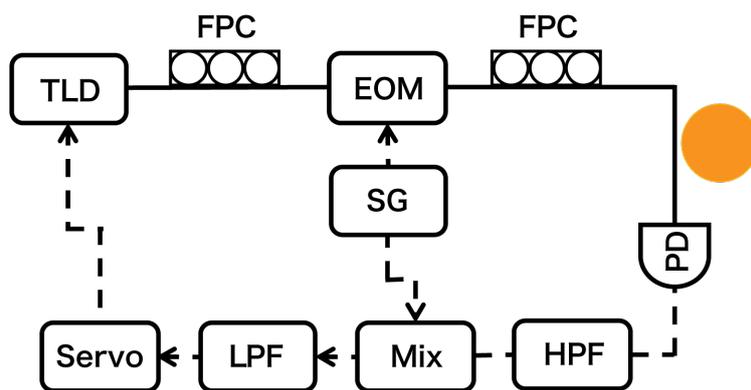


Fig. D.1 Experimental setup for PDH locking.

以下に, PDH ロックの実験結果を示す. 赤線で示されているものが透過スペクトルとなっており, 青線で示されているものがエラーシグナルである. エラーシグナルのゼロクロスポイント (緑点) となるようにレーザにフィードバックを帰す. ロックを行った結果が右に表されており, 透過スペクトルはディップの最も落ちている点で安定していることがわかる. また, エラーシグナルはゼロクロスポイントで安定しており, PDH ロックの動作が行われていることがわかる.

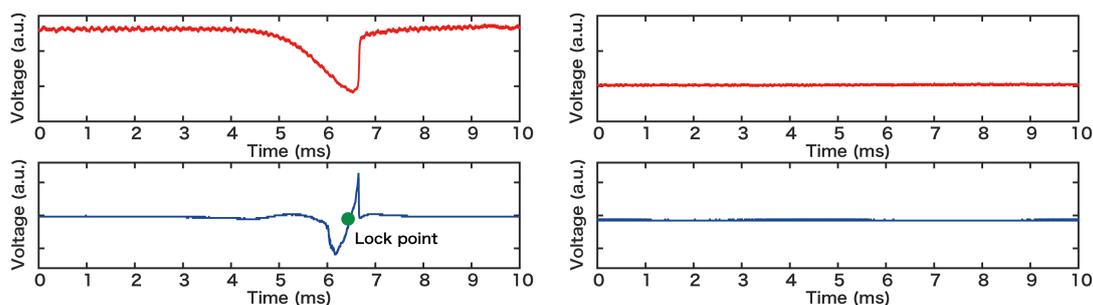


Fig. D.2 The result of locking the wavelength to resonance with PDH lock

ここでは共振にレーザをロックしたが, 電気光学変調により生成されたサイドバンドを共振にロックすることも可能である. サイドバンドを共振にロックすることによってポンプ光と共振のデチューニングを電気光学変調の変調周波数にロックすることができる. デチューニングを安定させることにより, 所望のモジュレーションインスタビリティコムを生成することが可能となる. また, ソリトン領域にレーザを停止させることも可能であるため, 散逸性カーソリトンの長期安定化にもつながる,

## 参考文献

- [1] C. Fabry and A. Perot, “Theorie et applications d’une nouvelle methode de spectroscopie interferentielle,” *Ann. Chim. Phys.*, vol. 16, no. 115, 1899.
- [2] T. Herr, K. Hartinger, J. Riemensberger, C. Wang, E. Gavartin, R. Holzwarth, M. Gorodetsky, and T. Kippenberg, “Universal formation dynamics and noise of kerr-frequency combs in microresonators,” *Nature Photonics*, vol. 6, no. 7, pp. 480–487, 2012.
- [3] L. Colombo, A. Kochar, G. Vidai-Alvarez, and G. Piazza, “X-cut lithium niobate laterally vibrating mems resonator with figure of merit of 1560,” *Journal of Microelectromechanical Systems*, vol. 27, no. 4, pp. 602–604, 2018.
- [4] J. Liu, H. Tian, E. Lucas, A. S. Raja, G. Lihachev, R. N. Wang, J. He, T. Liu, M. H. Anderson, W. Wang, S. A. Bhave, and T. J. Kippenberg, “Monolithic piezoelectric control of soliton microcombs,” *Nature*, vol. 583, pp. 385–390, 2020.
- [5] P. Del’Haye, A. Schliesser, O. Arcizet, T. Wilken, R. Holzwarth, and T. J. Kippenberg, “Optical frequency comb generation from a monolithic microresonator,” *Nature*, vol. 450, no. 7173, pp. 1214–1217, 2007.
- [6] X. Yi, Q.-F. Yang, K. Y. Yang, M.-G. Suh, and K. Vahala, “Soliton frequency comb at microwave rates in a high-Q silica microresonator,” *Optica*, vol. 2, no. 12, p. 1078, 2015.
- [7] K. Y. Yang, K. Beha, D. C. Cole, X. Yi, P. Del’Haye, H. Lee, J. Li, D. Y. Oh, S. A. Diddams, S. B. Papp, and K. J. Vahala, “Broadband dispersion-engineered microresonator on a chip,” *Nature Photonics*, vol. 10, no. 5, pp. 316–320, 2016.
- [8] T. Herr, V. Brasch, J. D. Jost, C. Y. Wang, N. M. Kondratiev, M. L. Gorodetsky, and T. J. Kippenberg, “Temporal solitons in optical microresonators,” *Nature Photonics*, vol. 8, no. 2, pp. 145–152, 2013.
- [9] I. S. Grudinin, N. Yu, and L. Maleki, “Generation of optical frequency combs with a CaF<sub>2</sub> resonator,” *Optics Letters*, vol. 34, no. 7, pp. 878–880, 2009.
- [10] Y. Xuan, Y. Liu, L. T. Varghese, A. J. Metcalf, X. Xue, P.-H. Wang, K. Han, J. A. Jaramillo-Villegas, A. A. Noman, C. Wang, S. Kim, M. Teng, Y. J. Lee, B. Niu, L. Fan, J. Wang, D. E. Leaird, A. M. Weiner, and M. Qi, “High-q silicon nitride microresonators exhibiting low-power frequency comb initiation,” *Optica*, vol. 3, no. 11, pp. 1171–1180, 2016.

- [11] X. Ji, F. A. S. Barbosa, S. P. Roberts, J. C. Avik Dutt, Y. Okawachi, A. Bryant, A. L. Gaeta, and M. Lipson, "Ultra-low-loss on-chip resonators with sub-milliwatt parametric oscillation threshold," *Optica*, vol. 4, no. 6, pp. 619–624, 2017.
- [12] M. H. P. Pfeiffer, J. Liu, A. S. Raja, T. Morais, B. Ghadiani, and T. J. Kippenberg, "Ultra-smooth silicon nitride waveguides based on the damascene reflow process: Fabrication and loss origins," *Optica*, vol. 5, no. 7, pp. 884–892, 2018.
- [13] H. Guo, M. Karpov, E. Lucas, A. Kordts, M. H. P. Pfeiffer, V. Brasch, G. Lihachev, V. E. Lobanov, M. L. Gorodetsky, and T. J. Kippenberg, "Universal dynamics and deterministic switching of dissipative kerr solitons in optical microresonators," *Nature Physics*, vol. 13, pp. 94–102, 2017.
- [14] M. Karpov, M. H. P. Pfeiffer, J. Liu, A. Lukashchuk, and T. J. Kippenberg, "Photonic chip-based soliton frequency combs covering the biological imaging window," *Nature Communications*, vol. 9, no. 1146, 2018.
- [15] T. Udem, R. Holzwarth, and T. W. Hänsch, "Optical frequency metrology," *Nature*, vol. 416, pp. 233–237, 2002.
- [16] T. Udem, J. Reichert, R. Holzwarth, and T. W. Hänsch, "Accurate measurement of large optical frequency differences with a mode-locked laser," *Optics Letters*, vol. 24, no. 13, pp. 881–883, 1998.
- [17] P. Del'Haye, A. Schliesser, O. Arcizet, T. Wilken, R. Holzwarth, and T. J. Kippenberg, "Optical frequency comb generation from a monolithic microresonator," *Nature*, vol. 450, pp. 1214–1217, 2007.
- [18] D. J. Jones, S. A. Diddams, J. K. Ranka, A. Stentz, R. S. Windeler, J. L. Hall, and S. T. Cundiff, "Carrier-envelope phase control of femtosecond mode-locked lasers and direct optical frequency synthesis," *Science*, vol. 288, no. 5466, pp. 635–639, 2000.
- [19] P. Del'Haye, T. Herr, E. Gavartin, M. L. Gorodetsky, R. Holzwarth, and T. J. Kippenberg, "Octave spanning tunable frequency comb from a microresonator," *Physical review letters*, vol. 107, no. 063901, 2011.
- [20] S. Fujii and T. Tanabe, "Dispersion engineering and measurement of whispering gallery mode microresonator for kerr frequency comb generation," *Nanophotonics*, vol. 9, no. 5, pp. 1087–1104, 2020.
- [21] M. Oxborrow, "How to simulate the whispering-gallery modes of dielectric microresonators in femlab/comsol," *Proc. SPIE*, vol. 6452, 2007.
- [22] T. Carmon, L. Yang, and K. J. Vahala, "Dynamical thermal behavior and thermal self-stability of microcavities," *Optics Express*, vol. 12, no. 20, pp. 4742–4750, 2004.
- [23] J. R. Stone, T. C. Briles, T. E. Drake, D. T. Spencer, D. R. Carlson, S. A. Diddams, and S. B. Papp, "Thermal and nonlinear dissipative-soliton dynamics in kerr-microresonator frequency combs," *Physical Review Letters*, vol. 121, no. 6, p. 063 902, 2018.

- [24] V. Brasch, M. Geiselmann, M. H. P. Pfeiffer, and T. J. Kippenberg, “Bringing short-lived dissipative kerr soliton states in microresonators into a steady state,” *Optics Express*, vol. 24, no. 25, pp. 29 312–29 320, 2016.
- [25] X. Yi, Q.-F. Yang, K. Y. Yang, and K. Vahala, “Active capture and stabilization of temporal solitons in microresonators,” *Optics Letters*, vol. 41, no. 9, pp. 2037–2040, 2016.
- [26] S. Zhang, J. M. Silver, L. D. Bino, F. Copie, M. T. M. Woodley, G. N. Ghalanos, A. Ø. Svela, N. Moroney, and P. Del’Haye, “Sub-milliwatt-level microresonator solitons with extended access range using an auxiliary laser,” *Optica*, vol. 6, no. 2, pp. 206–212, 2019.
- [27] H. Zhou, Y. Geng, W. Cui, S.-W. Huang, Q. Zhou, K. Qiu, and C. W. Wong, “Soliton bursts and deterministic dissipative kerr soliton generation in auxiliary-assisted microcavities,” *Light: Science and Applications*, vol. 8, no. 50, 2019.
- [28] P. Marin-Palomo, J. N. Kemal, M. Karpov, A. Kordts, J. Pfeifle, M. H. P. Pfeiffer, P. Trocha, S. Wolf, V. Brasch, M. H. Anderson, R. Rosenberger, K. Vijayan, W. Freude, T. J. Kippenberg, and C. Koos, “Microresonator-based solitons for massively parallel coherent optical communications,” *Nature*, vol. 546, pp. 274–279, 2017.
- [29] J. Pfeifle, A. Coillet, R. Henriët, K. Saleh, P. Schindler, C. Weimann, W. Freude, I. V. Balakireva, L. Larger, C. Koos, and Y. K. Chembo, “Optimally coherent kerr combs generated with crystalline whispering gallery mode resonators for ultrahigh capacity fiber communications,” *Physical Review Letters*, vol. 114, no. 9, p. 093 902, 2015.
- [30] J. Pfeifle, V. Brasch, M. Lauer mann, Y. Yu, D. Wegner, T. Herr, K. Hartinger, P. Schindler, J. Li, D. Hillerkuss, R. Schmogrow, C. Weimann, R. Holzwarth, W. Freude, J. Leuthold, T. J. Kippenberg, and C. Koos, “Coherent terabit communications with microresonator kerr frequency combs,” *Nature Photonics*, vol. 8, pp. 375–380, 2014.
- [31] B. Corcoran, M. Tan, X. Xu, A. Boes, J. Wu, T. G. Nguyen, S. T. Chu, B. E. Little, R. Morandotti, A. Mitchell, and D. J. Moss, “Ultra-dense optical data transmission over standard fibre with a single chip source,” *Nature Communications*, vol. 11, no. 2568, 2020.
- [32] A. Fülöp, M. Mazur, A. Lorences-Riesgo, Ó. B. Helgason, P.-H. Wang, Y. Xuan, D. E. Leaird, M. Qi, P. A. Andrekson, A. M. Weiner, and V. Torres-Company, “High-order coherent communications using mode-locked dark-pulse kerr combs from microresonators,” *Nature Communications*, vol. 9, no. 1598, 2018.
- [33] H. Haus and W. Huang, “Coupled-mode theory,” *Proceedings of the IEEE*, vol. 79, no. 10, pp. 1505–1518, 1991.
- [34] S. M. Spillane, T. J. Kippenberg, O. J. Painter, and K. J. Vahala, “Ideality in a fiber-taper-coupled microresonator system for application to cavity quantum electrodynamics,” *Physical review letters*, vol. 91, no. 043902, 2003.
- [35] S. Fujii, “Dispersion engineering of high-Q optical microresonators for frequency comb generation,” Ph.D. dissertation, Keio University, 2020.

- [36] V. H. N. Luong, “Studying optical micro-resonators coupling for future insertion in an opto-electronic oscillator,” Ph.D. dissertation, École normale supérieure de Cachan-ENS Cachan, 2012.
- [37] A. Serpengüzel, G. Griffel, and S. Arnold, “Excitation of resonances of microspheres on an optical fiber,” *Optics Letters*, vol. 20, no. 7, pp. 654–656, 1995.
- [38] V. S. Ilchenko, X. S. Yao, and L. Maleki, “Pigtailing the high-q microsphere cavity: A simple fiber coupler for optical whispering-gallery modes,” *Optics Letters*, vol. 24, no. 11, pp. 723–725, 1999.
- [39] N. Dubreuil, J. Knight, D. Leventhal, V. Sandoghdar, J. Hare, and V. Lefevre, “Eroded monomode optical fiber for whispering-gallery mode excitation in fused-silica microspheres,” *Optics letters*, vol. 20, no. 8, pp. 813–815, 1995.
- [40] J. C. Knight, G. Cheung, F. Jacques, and T. Birks, “Phase-matched excitation of whispering-gallery-mode resonances by a fiber taper,” *Optics letters*, vol. 22, no. 15, pp. 1129–1131, 1997.
- [41] T. Aoki, “Fabrication of ultralow-loss tapered optical fibers and microtoroidal resonators,” *Japanese Journal of Applied Physics*, vol. 49, no. 11R, p. 118 001, 2010.
- [42] S. Spillane, T. Kippenberg, O. Painter, and K. Vahala, “Ideality in a fiber-taper-coupled microresonator system for application to cavity quantum electrodynamics,” *Physical Review Letters*, vol. 91, no. 4, p. 043 902, 2003.
- [43] M. Soltani, V. Ilchenko, A. Matsko, A. Savchenkov, J. Schlafer, C. Ryan, and L. Maleki, “Ultrahigh q whispering gallery mode electro-optic resonators on a silicon photonic chip,” *Optics Letters*, vol. 41, no. 18, pp. 4375–4378, 2016.
- [44] M. H. P. Pfeiffer, J. Liu, M. Geiselmann, and T. J. Kippenberg, “Coupling ideality of integrated planar high-q microresonators,” *Physical review applied*, vol. 7, p. 024 026, 2017.
- [45] M. Anderson, N. G. Pavlov, J. D. Jost, G. Lihachev, J. Liu, T. Morais, M. Zervas, M. L. Gorodetsky, and T. J. Kippenberg, “Highly efficient coupling of crystalline microresonators to integrated photonic waveguides,” *Optics Letters*, vol. 43, no. 9, pp. 2106–2109, 2018.
- [46] G. Liu, V. S. Ilchenko, T. Su, Y.-C. Ling, S. Feng, K. Shang, Y. Zhang, W. Liang, A. A. Savchenkov, A. B. Matsko, L. Maleki, and S. J. B. Yoo, “Low-loss prism-waveguide optical coupling for ultrahigh-q low-index monolithic resonators,” *Optica*, vol. 5, no. 2, pp. 219–226, 2018.
- [47] Y. Zhuang, H. Kumazaki, S. Fujii, R. Imamura, N. A. B. Daud, R. Ishida, H. Chen, and T. Tanabe, “Coupling of a whispering gallery mode to a silicon chip with photonic crystal,” *Optics Letters*, vol. 44, no. 23, pp. 5731–5734, 2019.
- [48] C. J. Krückel, A. Fülöp, T. Klintberg, J. Bengtsson, P. A. Andrekson, and V. Torres-Company, “Linear and nonlinear characterization of low-stress high-confinement silicon-rich nitride waveguides,” *Optics Express*, vol. 23, no. 20, pp. 25 827–25 837, 2015.

- [49] P. A. Franken, A. E. Hill, C. W. Peters, and G. Weinreich, "Generation of optical harmonics," *Physical review letters*, vol. 7, no. 4, p. 118, 1961.
- [50] B. E. A. Saleh, M. G. Teich, 尾崎義治, and 朝倉利光 (訳), "Fundamentals of photonics (基本光工学)," *Wiley Interscience*(森北出版),
- [51] T. J. Kippenberg, S. M. Spillane, and K. J. Vahala, "Kerr-nonlinearity optical parametric oscillation in an ultrahigh-q toroid microcavity," *Physical review letters*, vol. 93, no. 8, p. 083 904, 2018.
- [52] A. A. Savchenkov, A. B. Matsko, D. Strekalov, M. Mohageg, V. S. Ilchenko, and L. Maleki, "Low threshold optical oscillations in a whispering gallery mode caf(2) resonator," *Physical review letters*, vol. 93, p. 243 905, 2004.
- [53] A. Hasegawa and F. Tappert, "Transmission of stationary nonlinear optical pulses in dispersive dielectric fibers. i. anomalous dispersion," *Applied Physics Letters*, vol. 23, no. 142, 1973.
- [54] Y. K. Chembo and C. R. Menyuk, "Spatiotemporal lugiato-lefever formalism for kerr-comb generation in whispering-gallery-mode resonators," *Physical review A*, vol. 87, no. 5, p. 053 852, 2013.
- [55] S. Coen, H. G. Randle, T. Sylvestre, and M. Erkintalo, "Modeling of octavespanning kerr frequency combs using a generalized mean-field lugiato-lefever model," *Optics Letters*, vol. 38, no. 1, pp. 37–39, 2013.
- [56] X. Yi, Q.-F. Yang, K. Y. Yang, M.-G. Suh, and K. Vahala, "Soliton frequency comb at microwave rates in a high-q silica microresonator," *Optica*, vol. 2, no. 12, pp. 1078–1085, 2015.
- [57] X. Yi, Q.-F. Yang, K. Y. Yang, and K. Vahala, "Imaging soliton dynamics in optical microcavities," *Nature Communications*, vol. 9, no. 3565, 2018.
- [58] J. Liu, E. Lucas, A. S. Raja, J. He, J. Riemensberger, R. N. Wang, M. Karpov, H. Guo, R. Bouchand, and T. J. Kippenberg, "Photonic microwave generation in the x- and k-band using integrated soliton microcombs," *Nature Photonics*, vol. 14, pp. 486–491, 2020.
- [59] C. J. Krückel, A. Fülöp, Z. Ye, P. A. Andrekson, and V. Torres-Company, "Optical bandgap engineering in nonlinear silicon nitride waveguides," *Optics Express*, vol. 25, no. 13, pp. 15 370–15 380, 2017.
- [60] C.-L. Tien and T.-W. Lin, "Thermal expansion coefficient and thermomechanical properties of sin thin films prepared by plasma-enhanced chemical vapor deposition," *Appl. Opt.*, vol. 51, no. 30, pp. 7229–7235, 2012.
- [61] A. Arbabi and L. L. Goddard, "Measurements of the refractive indices and thermo-optic coefficients of si<sub>3</sub>n<sub>4</sub> and sio<sub>x</sub> using microring resonances," *Opt. Lett.*, vol. 38, no. 19, pp. 3878–3881, 2013.
- [62] A. C. Hryciw, R. D. Kekatpure, S. Yerci, L. D. Negro, and M. L. Brongersma, "Thermo-optic tuning of erbium-doped amorphous silicon nitride microdisk resonators," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 98, p. 041 102, 2013.

- [63] F. Aflatouni and H. Hashemi, "Wideband tunable laser phase noise reduction using single sideband modulation in an electro-optical feed-forward scheme," *Optics Letters*, vol. 37, no. 2, pp. 196–198, 2012.
- [64] M. Karpov, H. Guo, A. Kordts, V. Brasch, M. H. P. Pfeiffer, M. Zervas, M. Geiselmann, and T. J. Kippenberg, "Raman self-frequency shift of dissipative kerr solitons in an optical microresonator," *Physical Review Letters*, vol. 116, p. 103 902, 2016.
- [65] X. Xue, Y. Xuan, C. Wang, P.-H. Wang, Y. Liu, B. Niu, D. E. Leaird, M. Qi, and A. M. Weiner, "Thermal tuning of kerr frequency combs in silicon nitride microring resonators," *Optics Express*, vol. 24, no. 1, pp. 687–698, 2016.
- [66] V. Torres-Company, J. Schröder, A. Fülöp, M. Mazur, L. Lundberg, Ó. B. Helgason, M. Karlsson, and P. A. Andrekson, "Laser frequency combs for coherent optical communications," *Journal of Lightwave Technology*, vol. 37, no. 7, pp. 1663–1670, 2019.
- [67] 野村忠和 and 今井正明, "短け遅延光ファイバを用いた遅延自己ホモダイン・ヘテロダイン法による半導体レーザのスペクトル線幅測定," *電子情報通信学会技術研究報告. EMD, 機構デバイス*, vol. 96, no. 217, pp. 43–48, 1996.
- [68] G. Huang, E. Lucas, J. Liu, A. S. Raja, G. Lihachev, M. L. Gorodetsky, N. J. Engelsens, and T. J. Kippenberg, "Thermorefractive noise in silicon-nitride microresonators," *Phys. Rev. A*, vol. 99, no. 6, 061801(R), 2019.
- [69] F. Chang, K. Onohara, and T. Mizuoichi, "Forward error correction for 100 g transport networks," *IEEE Communications Magazine*, vol. 48, no. 3, S48–S55, 2010.
- [70] F. Tan, M. K. Wu, M. Liu, M. Feng, and N. H. Jr., "Relative intensity noise in high speed microcavity laser," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 103, no. 14, p. 141 116, 2013.
- [71] T. Herr, "Solitons and dynamics of frequency comb formation in optical microresonators," Ph.D. dissertation, École polytechnique fédérale de Lausanne, 2013.
- [72] P. Del'Haye, A. Coillet, W. Loh, K. Beha, S. B. Papp, and S. A. Diddams, "Phase steps and resonator detuning measurements in microresonator frequency combs," *Nature Communications*, vol. 6, no. 5668, 2015.
- [73] D. C. Cole, E. S. Lamb, P. Del'Haye, S. A. Diddams, and S. B. Papp, "Soliton crystals in kerr resonators," *Nature Photonics*, vol. 11, pp. 671–676, 2017.
- [74] M. Karpov, M. H. P. Pfeiffer, H. Guo, W. Weng, J. Liu, and T. J. Kippenberg, "Dynamics of soliton crystals in optical microresonators," *Nature Physics*, vol. 15, pp. 1071–1077, 2019.
- [75] J. Hu, J. He, J. Liu, A. S. Raja, M. Karpov, A. Lukashchuk, T. J. Kippenberg, and C.-S. Brès, "Reconfigurable radiofrequency filters based on versatile soliton microcombs," *Nature Communications*, vol. 11, no. 4377, 2020.
- [76] B. Corcoran, M. Tan, X. Xu, A. Boes, J. Wu, T. G. Nguyen, S. T. Chu, B. E. Little, R. Morandotti, A. Mitchell, and D. J. Moss, "Ultra-dense optical data transmission over standard fibre with a single chip source," *Nature Communications*, vol. 11, no. 2568, 2020.

- [77] A. L. Gaeta, M. Lipson, and T. J. Kippenberg, “Photonic-chip-based frequency combs,” *Nature Photonics*, vol. 13, pp. 158–169, 2019.