# 目次

第1部	序論	3
1.1	はじめに	3
1.2 1.2.1 1.2.2 1.2.3	<b>微小光共振器</b> 光共振器	<b>4</b> 4 6
1.3	光周波数コム	6
1.4	微小光共振器の分散	7
1.5	ソリトンコム	8
1.6	本研究の目的	9
<b>第</b> 2部	理論	10
2.1 2.1.1 2.1.2	<b>共振器理論</b> 光共振器	<b>10</b> 10 14
2.2 2.2.1 2.2.2	<b>微小光共振器と導波路の結合</b> 結合モード理論	<b>15</b> 15 19
2.3	ソリトンコム発生	20
2.4	微小共振器の評価方法	21

2.4.1	Q値及び透過率の測定	21
2.4.2	分散測定	22
<b>第</b> 3部	SiN リング共振器の設計と光学評価	24
3.1	SiN リング共振器について	24
3.2	SiN リング共振器のモデル 1	24
3.3	SiN リング共振器のモデル 2	26
3.3.1	チップごとの測定値の散らばりの比較	27
3.3.2	同じチップでの測定値の散らばりの比較	28
3.3.3	複数のリング導波路幅での共振器の比較	28
3.3.4	分散測定とモード結合	30
第4部	結論	34
参考文献		34
謝辞		37

## 第1部

## 序論

#### 1.1 はじめに

現代社会において,私たちは以前とは比較できないほど大量の情報をインターネットを 用いてやり取りしながら日々生活している. Apple が 2007 年に iPhone を発売したのを 皮切りに,スマートフォンにより SNS やオンラインゲーム,動画視聴などを楽しめるよ うになった.また様々な動画配信サービスの登場により膨大な数の映像作品をいつでも楽 しむことができるようになった.これらサービスの普及により私たちが扱うデータ通信量 は急速に増加している.さらに 2020 年より covid-19 が世界的に大流行し,人々の生活様 式は大きく変化した.感染拡大防止のための行動制限によりテレワークが推奨されたり, 授業のオンライン化が行われた.コロナ禍の収束は依然見えず,オンラインでの交流は生 活に根付き,データ通信量は今後も増加し続けると考えられる.

膨大な量のデータを快適に取り扱うためには大容量のインターネット通信網が必要であ り、またデータ通信量の増加に伴い急増する電力消費量の問題にも取り組まなねばならな い. 2019 年に NTT, インテル,ソニーの3社を中心に IOWN(Innovative Optical and Wireless Network)と呼ばれる次世代コミュニケーション基盤の構想が打ち出された. こ れは革新的な技術によりこれまでのインフラの限界を超え,あらゆる情報を基に個と全体 との最適化を図り、多様性を受容できる豊かな社会を創るため、光を中心とした革新的技 術を活用した高速大容量通信,膨大な計算リソース等を提供可能,端末を含むネットワー ク・情報処理基盤の構想である [1]. IOWN 構想において現在研究開発を進めるための技 術の一つに、オールフォトニクスネットワークがある. これは従来のエレクトロニクス ベースによる技術では困難な圧倒的な低消費電力,高品質・大容量,低遅延の伝送の実現 を目指すものであり、例えばコンピュータで演算を行うチップ内の配線に光通信技術を導 入することにより低消費電力化を図る.

本研究で用いる微小光共振器は光を小さな領域に閉じ込めることが可能であり,集積可能な光素子としての応用が期待されている.特に微小光共振器による光周波数コムは周波数領域で一定の間隔でならんだ縦モードをもつ光で,計量学 [2] や光通信 [3],分光 [4] など,様々な応用が期待できる光源である.

#### 1.2 微小光共振器

#### 1.2.1 光共振器

共振とは,物体や波動などの振動系がある周期で振動しているとき,外部から固有振動 数に近い周期で刺激を与えると,その振動が呼応して大きくなる現象である.一般には音 波を対象とした共振が楽器や発声に利用されているが,光においても同様に共振現象が起 こる.

光共振器はある共振周波数において光を閉じ込めて蓄積するデバイスである.フィー ドバックを取り入れた光発信系として考えられ,光は漏れ出すことなく系内を繰り返し 反射しながら巡回する.最も単純な共振器として知られるのはファブリ・ペロー (Fabry-Perot)型共振器であるが,これは二枚の平行な平面鏡によって構成され,共振器内部に 入った光が共振条件を満たすときに平面鏡内で反射を繰り返す.このときの共振条件は平 面鏡間の往復光路長が波長の整数倍となるようなことであり,この条件を満たす波長の光 は複数存在する.

### 1.2.2 ウィスパリングギャラリーモード共振器

ロンドンの金融街,シティ・オブ・ロンドンにあるセント・ポール大聖堂は円形回廊を 持ち,その壁に向かってささやくと声が反射しながら伝搬して自身の背後からその声が聞 こえる現象が起きる.このような現象は Whispering Gallery(ささやきの回廊) と呼ばれ る.半径 R の円状の構造を考えると,この現象は (1.2.1) 式で表される波長  $\lambda$  を満たす音 波に生じる.

$$2\pi R = \lambda \cdot l \quad (l = 1, 2, 3 \cdots)$$
 (1.2.1)

この現象を応用した光共振器が WGM 共振器である. Fig.1 は WGM 共振器のイラス ト図である. 光の場合においても共振条件は音波の場合と同様に (1.2.1) 式で表すことが でき,屈折率 *n* の材料を用いた WGM 共振器の隣り合うモード間の周波数間隔を表す自 由スペクトル領域 (FSR: Free Spectral range) は次のように表すことができる.

$$FSR = \frac{c}{2\pi nR} \tag{1.2.2}$$

微小光共振器の場合,非常に小さな半径 R をもつため GHz や THz といったオーダーの FSR を容易に作り出すことができる. 共振器の光を閉じ込める性能を示す値として Q 値がある. Q 値は次のように定義される.

ここで ω<sub>0</sub> は共振器の共振角周波数である. (1.2.3) 式から分かるように,損失が少ない ほど *Q* 値が大きく性能の良い共振器である. また *Q* 値は次のように表すことができる.

$$Q = \frac{\nu_0}{\nu_{\rm FWMH}} \tag{1.2.4}$$

$$=\omega_0 \tau_0 \tag{1.2.5}$$

 $\mu_0$ は共振器の共振周波数、 $\nu_{\rm FWMH}$ は共振スペクトルの半値全幅、 $\tau_0$ は共振器内のエネル ギー減衰の時定数である.

WGM 共振器一般的に Q 値が高くモード体積が小さいため,共振器内部のエネルギー 密度が高まり非線形光学効果を観測することができる.この性質を用いて周波数コム発生 [5] や光周波数フィルタ [6] レーザ光源 [7] など様々な応用が研究されている.WGM 共振 器の種類として MgF<sub>2</sub>[8] や CaF<sub>2</sub>[9] などのロッドを手作業で削りだして共振器を形成す る結晶共振器,シリカ基盤をエッチングして CO<sub>2</sub> レーザでリフローすることでできるシ リカトロイド共振器 [5] などがある.



Fig.1: Schematic of an optical whispering gallery mode.

## 1.2.3 シリコンナイトライド (SiN) リング共振器

本研究ではシリコンナイトライド微小光共振器を使用する.シリコンナイトライド (Si<sub>3</sub>N<sub>4</sub>) は長らく CMOS 互換の材料として半導体製造プロセスで多く用いられてきたた め, CMOS プロセスを用いることによる集積化が可能である. SiN 共振器の Q 値は結 晶共振器には及ばないが従来の CMOS 技術との相性が良く,通信波長帯での損失も小さ く,大きな非線形性をもつため,今やフォトニクスに欠かせない材料となっている [10]. Fig.2 は SiN リング共振器の電子顕微鏡画像である.



Fig.2: SEM image of a SiN microresonator.[Wang, B., Morgan, J.S., Sun, K. et al. "Towards high-power, high-coherence, integrated photonic mmWave platform with microcavity solitons." Light Sci Appl 10, 4 (2021).]

### 1.3 光周波数コム

光周波数コムとは時間領域ではパルス列として,周波数領域では等間隔に並んだスペクトルを持つ光のことである.等間隔に並んだスペクトルの形状が櫛 (コム)状であるため 光周波数コムと呼ばれる. Theodor Hänsch, John Hall の両氏が精密分光測定技術の研 究に光周波数コムを使用し,2005 年にその功績が認められノーベル物理学賞を受賞した.

光周波数コムの生成方法としてはチタンサファイアレーザやファイバレーザなどのモー ドロックレーザを使用する手法や,電気光学変調器を用いた手法がある.電気光学変調器 を使用して生成される光周波数コムは電気光学変調コム (EO コム) と呼ばれる. 2007 年 に微小光共振器を用いた光周波数コムが発表され,マイクロコムと呼ばれるようになっ た. Fig.3 にマイクロコム発生のイラスト図を示す.マイクロコムは三次の非線形効果 (カー効果) である四光波混合をベースとしているために光カーコムとも呼ばれる.四光 波混合は三次の非線形媒質に二つ以上の光子が入射したとき,相互作用によってこれらの 波長と全く異なる波長を持つ光子が生じる現象のことである.三次の非線形媒質に周波数  $f_{p1}, f_{p2}$ の光が入射し,そこに周波数 $f_{probe}$ を持つプローブ光が入射した場合を考える. このとき位相整合条件が満たされる場合に周波数 $f_i$ をもつアイドラ光が発生する.周波 数 $f_i$ に関して,

$$f_{\rm i} = f_{\rm p1} + f_{\rm p2} - f_{\rm probe} \tag{1.3.1}$$

が成り立つ.特に  $f_{p1} = f_{p2}$ となるとき縮退四光波混合と呼ばれる.マイクロコムを発生 させる手順を以下に説明する.まず共振器に入射したポンプ光が縮退四光波混合を起こ し、これによりプローブ光とアイドラ光が励起される.このプローブ光とアイドラ光の周 波数が共振周波数と一致するとき、光は共振器内に長い時間閉じ込められる.新たに発生 した光がポンプ光と被縮退四光波混合を起こす.これを連鎖的に繰り返すことでポンプ光



Fig.3: Schematic of microcomb generation.

#### 1.4 微小光共振器の分散

Fig.4 に分散を考慮したときの共振周波数を示す.分散とは,媒質中を伝搬する光の波 長や偏光によってその媒質の屈折率が変化することである.媒質自身に由来する材料分散 と,共振器の形状に由来する構造分散の二つに大きく分けられる.分散を考慮に入れない 場合には共振モードの間隔は一定であるが,実際の共振器をは分散を持つため FSR は波 長依存性を有する.

ある共振器モード (周波数 ω<sub>0</sub>)を中心として、各モードを中心から数えた相対番号 μ で

表すとする.このとき、そのモードの周波数  $\omega_{\mu}$  はテイラー展開により以下のように記述 される.

$$\omega_{\mu} = \omega_0 + D_1 \mu + \frac{1}{2} D_2 \mu^2 + \cdots$$
 (1.4.1)

ここでパラメータ  $D_1$  は共振器の FSR, パラメータ  $D_2$  が FSR の波長依存性を, つまり 分散を表す.  $D_2 > 0$  の場合を異常分散と呼び, 周波数が高いほど FSR が広がり共振周 波数は全体的に高くなる.  $D_2 < 0$  の場合を正常分散と呼び, 周波数が高いほど FSR は 狭くなるため共振周波数は全体的に低くなる. マイクロコムの発生には基本的には異常分 散である必要があり, これを得るためには材料分散だけではなく構造分散の設計も重要で ある.



Fig.4: Resonance frequencies taking cavity dispersion into account.

### 1.5 ソリトンコム

ソリトン (soliton: 孤立波) とは,非線形方程式の解として得られるパルス状の波動の ことである. ソリトンはその形状と速度を変えることなく長距離伝搬が可能であり,パル ス同士が互いに衝突しても各波動は独立して存在することができる.特にパルス波が光波 であるとき光ソリトンと呼ばれる. 微小光共振器を用いたソリトンの発生は共振器の異常 分散特性によるパルス拡大,および自己位相変調によるパルス圧縮によるパルス形状の釣 り合い,そしてパラメトリック利得および共振器内での損失によるパワーの釣り合いの二 つが平衡する場合に実現される.また共振周波数とポンプレーザの周波数の差を表すデ チューニングにも制限があり,ソリトン発生のためにはポンプ周波数が共振周波数に対し て低周波側に存在する必要がある.これを波長で考えた場合共振波長に対してポンプレー ザの波長が長波長側 (赤外側) である必要があり,ソリトンはレッドデチューンな領域で なければ発生しない.このようにして発生するソリトンを散逸性カーソリトンまたは単に ソリトンコムという.

## 1.6 本研究の目的

SiN リング共振器を用いたソリトンコムは,その CMOS プロセスによる集積可能な点 も含め様々な応用が期待できる光源である.本研究では SiN リング共振器におけるソリ トンコムに必要な gap(リング型導波路とバス導波路の間の距離) 幅と κ(結合強度) の関係 について調べ,設計した共振器について評価を行う.

## 第2部

## 理論

### 2.1 共振器理論

### 2.1.1 光共振器



Fig.5: Illustration of a Fabry-Perot resonator.

Fig.5 に一般的なファブリ・ペリー型共振器のモデルを示す.前述のようにファブリ・ペロー型共振器は二枚の平行で高反射率の平面鏡で構成された共振器である.共振器内部 に入った光は,平行に並んだ平面鏡内で反射を繰り返し閉じ込められる.

Fig.5 のように,距離 d だけ離れた二枚の反射率 R = 1 の平面鏡内を z 方向にのみ伝搬 する光を考える. 周波数  $\nu$  の単色波は波動関数

$$u(\mathbf{r}, t) = \operatorname{Re}U(\mathbf{r})\exp(j2\pi\nu t)$$
(2.1.1)

を持ち,これは電場の横方向成分を表す.複素振幅  $U(\mathbf{r})$  はヘルムホルツ方程式  $\Delta^2 U + k^2 U = 0$ を満たす.  $k = 2\pi\nu/c$  は波数であり、単位長さに含まれる波の数を表す. また c は媒質中での光の速度である. 共振器のモードは適当な境界条件を与えられたヘルムホル ツ方程式の基本解である. ファブリ・ペロー型共振器が満たすべき境界条件は、反射鏡の 表面で電場の横方向成分がゼロとなることである. つまり以下の境界条件を満たす必要が

ある.

$$U(\mathbf{r})|_{z=0} = 0 \tag{2.1.2}$$

$$U(\mathbf{r})|_{z=d} = 0 \tag{2.1.3}$$

A を定数とし定在波

$$U(\mathbf{r}) = A \sin kz \tag{2.1.4}$$

は、k が条件  $kd = q\pi$  を満たす場合、ヘルムホルツ方程式を満たし、z = 0 および z = dにおいて  $U(\mathbf{r}) = 0$  である。q はモード番号を表す自然数である。この条件は k を

$$k_q = \frac{q\pi}{d} \tag{2.1.5}$$

と制限するため、共振器のモードは  $A_q$  を定数として複素振幅  $U(\mathbf{r}) = A_q \sin k_q z$  を持つ. q が自然数に限られるのは、q が負の場合  $\sin k_q z = -\sin k_q z$  となり独立したモードを構成しないためである。また q = 0 の場合  $U(\mathbf{r})|_{q=0} = 0$  となりエネルギーを運ばないモードに関連付けられる。したがって共振器のモードは離散的な値を持ち、モード番号 q の共振周波数は以下のように表すことができる。

$$\nu_q = \frac{qc}{2d} \tag{2.1.6}$$

隣り合うモードの周波数間隔

$$\nu_{\rm FSR} = \nu_{q+1} - \nu_q = \frac{c}{2d} \tag{2.1.7}$$

は自由スペクトル領域と呼ばれ,周波数軸上では分散や非線形光学効果の影響が無ければ 一定の値をとる.

次に共振器が損失を有する場合を考える. 共振器内を光が一往復した (2d) 進んだときの減衰係数を  $\alpha$ , 位相変化を  $\phi = 2kd$  とすると共振器内の光の強度は

$$I = |U|^{2} = \frac{|U_{0}|^{2}}{|1 - \alpha \exp(-j\phi)|^{2}} = \frac{I_{0}}{(1 - \alpha)^{2} + 4\alpha \sin^{2}(\phi/2)}$$
(2.1.8)

ここで共振する光のもつ最大強度は、 $\sin(\phi/2) = 0$ のとき

$$I_{\max} = \frac{I_0}{(1-\alpha)^2}$$
(2.1.9)

電界強度 *I* とその最大値 *I*<sub>max</sub> との比は

$$\frac{I}{I_{\text{max}}} = \frac{(1-\alpha)^2}{(1-\alpha)^2 + 4\alpha \sin^2(\phi/2)}$$
(2.1.10)

 $\theta$ が十分に小さい場合 sin $\theta \approx \theta$ の近似が成り立つため, (2.1.10) 式は  $\phi$  についてのローレンツ関数の形を取っていることが分かる. ローレンツ関数は平均値が 0 で,全積分で面積が 1 となるように規格化された関数で,スペクトルの広がりを記述することができる. 共振スペクトルの半値全幅 (FWHM: Full Width at Half Maximum) は以下のように表される.

$$\Delta \nu = \frac{c(1-\alpha)}{2\pi d\sqrt{\alpha}} \tag{2.1.11}$$

損失が大きくなるほど共振スペクトルの幅が広がることが分かる.減衰係数 α は,光が 指数関数的に減衰することから,単位長さあたりの減衰係数を用いて以下のように表さ れる.

$$\alpha = \exp(-\alpha_r \cdot 2L) = \exp(-\frac{\alpha_t}{c}2d) \tag{2.1.12}$$

ここで  $\alpha_{rc}$  は単位時間当たりの損失を表す.入波光の電界強度が減少してゆき  $1/\sqrt{e}$  になるまでの時間は光子寿命と呼ばれ、以下の関係式が成り立つ.

$$\frac{1}{\sqrt{e}} = \exp(-\frac{\alpha_r}{2} \cdot \tau) \tag{2.1.13}$$

$$\tau = \frac{1}{\alpha_r c} \tag{2.1.14}$$

よってある時間 t が経過したときの減衰係数は以下の式のようになる.

$$\alpha = \exp(-\frac{t}{2\tau}) \tag{2.1.15}$$

共振器の光を閉じ込める性能を示す Q 値は前述のように

と定義される. 高い Q 値を持つ共振器は損失が小さく光子寿命が長いため, 共振スペクトルの半値全幅が狭くなる. (2.1.16) 式の分数項は光子寿命  $\tau$  の相当し, (2.1.16) 式は以下のように書き換えることができる.

$$Q = \omega \tau = \frac{\nu}{\Delta \nu} \tag{2.1.17}$$

*Q*値と同様に共振器の性能を示す値としてフィネス*F*がある.フィネスは共振器の減衰 係数 *α* を用いて以下のように表すことができる.

$$F = \frac{\pi\sqrt{\alpha}}{1-\alpha} \tag{2.1.18}$$

さらにフィネスは共振スペクトルの半値全幅と FSR を用いて

$$F = \frac{\nu_{\rm FSR}}{\Delta\nu} \tag{2.1.19}$$

と表される. 減衰係数が1に近づくほどフィネスは大きくなり, 共振は鋭くなる. *Q*値と フィネスの違いは, *Q*値はある共振周波数におけるスペクトルの幅のみを表すのに対し, フィネスは (2.1.19) 式の分子 Δν が (2.1.11) 式において共振器長 *d* を含むことから分か るように, 共振器のサイズに対するスペクトル幅を表す. Fig.6 はそれぞれ損失がない場 合と共振を考慮に入れた場合の共振を表す.



**Fig.6:** (a)Resonance frequency of a loss-less resonator. (b)Resonance frequency taking loss into acount.

#### 2.1.2 微小光共振器

2.1 でファブリ・ペロー型共振器の Q 値について述べたが、微小共振器の Q 値の場合、 様々な要因に制限される、微小共振器中の光子寿命  $\tau$  の逆数  $\tau^{-1}$  は光の減衰を表す、光 の減衰は以下の式より表される.

$$\tau^{-1} = \tau_{\text{material}}^{-1} + \tau_{\text{scattering}}^{-1} + \tau_{\text{radiation}}^{-1} + \tau_{\text{coupling}}^{-1}$$
(2.1.20)

 $\tau_{\text{material}}^{-1}, \tau_{\text{scattering}}^{-1}, \tau_{\text{radiation}}^{-1}, \tau_{\text{coupling}}^{-1}$  はそれぞれ共振器固有の材料による吸収,材料 による散乱,WGM の放射損失,導波路との結合損失を表す.実際の測定によって得られ る Q 値はこれらの影響全てを含んだ Q 値であり,このときの Q 値は  $Q_{\text{load}}$  と呼ばれる. 様々な要因を排除した共振器固有の Q 値は  $Q_{\text{unload}}$  または  $Q_0$  と呼ばれ,結合による Q値を  $Q_{\text{coupling}}$  または  $Q_{\text{ext}}$  と呼ばれる.減衰率を  $\gamma_0 = \omega/Q_0, \gamma_{\text{ext}} = \omega/Q_{\text{ext}}$  と定義す ると微小共振器の Q 値は以下の式で表される.

$$Q_{\text{load}}^{-1} = Q_{\text{material}}^{-1} + Q_{\text{scattering}}^{-1} + Q_{\text{radiation}}^{-1} + Q_{\text{coupling}}^{-1}$$
(2.1.21)

$$= Q_{\text{unload}}^{-1} + Q_{\text{coupling}}^{-1} \tag{2.1.22}$$

 $Q_{unload}^{-1}$ は共振器固有の値であり、これは共振器を作製した段階で決定されてしまうため 後天的に Q 値を変化させることができない. しかしながら実際の Q 値は、導波路と共振 器の結合距離を変化させることにより  $Q_{coupling}^{-1}$ を変化させることが可能であり、実測値 として得られる  $Q_{load}^{-1}$  はある程度変動させることが可能である. 以下 (2.1.21) 式の  $Q_{load}^{-1}$ それぞれの Q 値について説明する.  $Q_{material}^{-1}$  は材料固有のパラメータであり材料吸収に よる損失に起因する. 材料吸収は共振器内部に存在する鉄やクロム、ニッケルなどの金属 不純物に起因し、これらが内部の光を吸収することにより生じる.  $Q_{scattering}^{-1}$  はレイリー 散乱による損失である. レイリー散乱とは光の波長より小さいサイズの粒子に起因する光 の散乱現象であり、共振器の材料の僅かな密度変化や欠陥によって生じる. レイリー散乱 による損失は短波長側となるほど顕著となるため、長波長側では材料吸収による損失が支 配的となる. 波長 1550nm では材料吸収による損失が最小となるためレイリー散乱によ る影響と同程度になる.  $Q_{radiation}^{-1}$  は光が共振器の外へ放射されることによる数値である. 理論的には、微小共振器内に光は WGM により内部を全反射しながら閉じ込められるが、 実際には共振器と大気の境界で完全な全反射が起きないために  $Q_{radiation}^{-1}$  が生じる.

## 2.2 微小光共振器と導波路の結合

### 2.2.1 結合モード理論



Fig.7: Schematic of a coupling between a resonator and a waveguide.

微小共振器と導波路との結合について結合モード理論を用いて考える.まず共振器内の モード振幅 *a*(*t*) が

$$\exp(j\omega_0 t)\exp(-\frac{t}{2\tau_0}) \tag{2.2.1}$$

に依存するとき,結合モード方程式は以下のように表される.

$$\frac{da}{dt} = j\omega_0 a - \frac{1}{2\tau_0}a \tag{2.2.2}$$

ただし  $\frac{1}{\tau_0}$  は共振器固有の損失を表しており, (2.2.2) 式は外部の導波路との結合に関する 項は含まない.また  $\frac{1}{2\tau_0}$  となるのはモード振幅を基準としているためである.この式に外 部への損失項を導入すると, (2.2.2) 式は外部への損失  $\tau_{\text{ext}}$  を用いて以下のように変形さ せることができる.

$$\frac{da}{dt} = j\omega_0 a - (\frac{1}{2\tau_0} + \frac{1}{2\tau_{\text{ext}}})a$$
(2.2.3)

さらに外部との結合の際の損失も考慮する.入射波の振幅を sin とし、導波路との結合定

数を κ<sub>ext</sub> とすると (2.2.3) 式は以下のように表すことができる.

$$\frac{da}{dt} = j\omega_0 a - (\frac{1}{2\tau_0} + \frac{1}{2\tau_{\text{ext}}})a + \kappa_{\text{ext}}s_{\text{in}}$$
(2.2.4)

上式より定常状態  $\frac{da}{dt} = 0$  において以下の式が成り立つ.

$$a = \frac{\kappa_{\text{ext}} s_{\text{in}}}{j(\omega - \omega_0) + \left[(1/2\tau_0) + (1/2\tau_{\text{ext}})\right]}$$
(2.2.5)

これより入射光が存在せず, 共振器固有の損失が無い状態  $(s_{in} = 0, \tau_0 = \infty)$  を考える. このとき共振器のモードは  $\frac{1}{\tau_{ext}}$  で減衰する.外部導波路への出射波振幅を  $s_{out}$  とすると 共振器のモードと出射波の間にエネルギー保存則が成り立つ.

$$\frac{d}{dt}|a|^2 = -\frac{2}{\tau_{\text{ext}}}|a|^2 = -|s_{\text{out}}|^2$$
(2.2.6)

次に時間反転法  $(t \rightarrow -t)$  を用いて考える.時間反転法は入射波と同じ経路をたどり時間が巻き戻るような波である、位相共役波を用いる.入射波の周波数を  $\omega_0$ 、振幅を  $\bar{s}_{in}$ 、 共振器モードの成長を  $1/\tau_{ext}$  としたとき、共振器モードの周波数は

$$\omega = \omega_0 - \frac{j}{\tau_{\text{ext}}} \tag{2.2.7}$$

となる.これを (2.2.5) 式に代入する. 共振器内の損失が 0( $\tau_0 = 0$ ) であるとすると, 位相共役波  $\bar{a}$  は

$$\bar{a} = \frac{\kappa_{\text{ext}} s_{\text{in}}}{2/\tau_{\text{ext}}} \tag{2.2.8}$$

となる.時間反転法において  $|\bar{s}_{in}|^2 = |s_{out}|^2$  が成り立つため,また t = 0 においては  $|\bar{a}|^2 = |a|^2$  のため式 () より

$$|\bar{s}_{\rm in}|^2 = \frac{2}{\tau_{\rm ext}} |a|^2 = \frac{2}{\tau_{\rm ext}} |\bar{a}|^2$$
(2.2.9)

となる. (2.2.8) 式と (2.2.9) 式を解くと

$$|\kappa| = \sqrt{\frac{2}{\tau_{\text{ext}}}} \tag{2.2.10}$$

となる.外部導波路の出射波は

$$s_{\rm out} = s_{\rm in} - a \sqrt{\frac{2}{\tau_{\rm ext}}} \tag{2.2.11}$$

となる. 上式と (2.2.5) 式から放射波による光パワー sout が以下の式で表される.

$$s_{\text{out}} = \{1 - \frac{2/\tau_{\text{ext}}}{j(\omega - \omega_0) + [(1/2\tau_0) + (1/2\tau_{\text{ext}})]}\}s_{\text{in}}$$
(2.2.12)

共振器の強度透過率 T は入力透過率と出射光強度の比によって表すことができる.

$$T = \left|\frac{s_{\text{out}}}{s_{\text{in}}}\right|^2 = \frac{(1/\tau_0 - 1/\tau_{\text{ext}})^2 + (\omega - \omega_0)^2}{(1/\tau_0 + 1/\tau_{\text{ext}})^2 + (\omega - \omega_0)^2}$$
(2.2.13)

共振状態では $\omega = \omega_0$ のため

$$T = \left(\frac{Q_0 - Q_{\text{ext}}}{Q_0 + Q_{\text{ext}}}\right)^2 \tag{2.2.14}$$

となる. 上式を変形させると

$$Q_{\text{load}} = \frac{1 \pm \sqrt{T}}{2} Q_{\text{unload}} \tag{2.2.15}$$

となる.上式の+と – はそれぞれ under coupling, over coupling を表す.これらは共振器と外部導波路との結合状態を表し,関係性によって三つの場合分けが可能である.

$$\begin{cases}
Q_{\text{unload}} < Q_{\text{coupling}}: \text{ under coupling} \\
Q_{\text{unload}} = Q_{\text{coupling}}: \text{ critical coupling} \\
Q_{\text{unload}} > Q_{\text{coupling}}: \text{ over coupling}
\end{cases}$$
(2.2.16)

under coupling は共振器内部の損失が外部導波路との結合による損失よりも大きい状態 を指す. このとき外部導波路を通して透過する光の方が共振器に結合し入ってゆく光より も大きい. under coupling は共振器と導波路の距離を離すことにより実現される. critical coupling は共振器内部の損失が外部導波路との結合損失と等しい状態を指す. こ のとき強度透過率 T は T = 0 となり入射光が全て共振器に閉じ込められ,最も効率が良 い. over coupling は外部導波路との結合損失が共振器内部の損失よりも大きい状態を指 す. このとき入射波のほとんどは共振器に結合しており,外部導波路から透過する光より も共振器から結合して出てくる成分の方が大きい. over coupling は共振器と導波路の距 離を近づけることにより実現される. 実験的に得ることができるのは  $Q_{unload}$  と強度透過 率 T である. 得られた  $Q_{load}$  を (2.2.15) 式に代入することにより共振器固有の  $Q_{unload}$ を求めることができる. さらに (2.1.22) 式から  $Q_{coupling}$  も求めることができる.

次に, 導波路への入力パワーを  $P_{\rm in}$  とすると  $P_{\rm in} = |\bar{s}_{\rm in}|^2$  であり,入射波と共振周波数 の差であるデチューニングを  $\Delta \omega = \omega - \omega_0$  とおいて式を書き換えると

$$|a|^{2} = \frac{1/\tau_{\text{ext}}}{\Delta^{2} + (1/2\tau)^{2}} P_{\text{in}}$$
(2.2.17)



Fig.8: Schematic of coupling differences when changes distance between fiber and microresonator.

となる.共振器の内部パワー  $P_{\rm cav}$  は共振器の内部エネルギー  $|a|^2$  と周回時間  $T_{
m R}$  を用いて

$$P_{\rm cav} = \frac{|a|^2}{T_{\rm R}} = \nu_{\rm FSR} \cdot |a|^2 = \nu_{\rm FSR} \cdot \frac{1/\tau_{\rm ext}}{\Delta^2 + (1/2\tau)^2} P_{\rm in}$$
(2.2.18)

と表すことができる.ただし  $T_{
m R} = nL/c$ である.フィネスを  $\nu_{
m FSR}$ を含むように変形すると

$$F = \nu_{\rm FSR} \frac{Q_{\rm load}}{\nu} = 2\pi \nu_{\rm FSR} \tau \qquad (2.2.19)$$

となる. 共振条件  $(\Delta = 0)$  では

$$P_{\rm cav} = \frac{F}{\pi} \frac{2\tau}{\tau_{\rm ext}} P_{\rm in} \tag{2.2.20}$$

と表すことができる. 特に critical coupling の状態では  $\tau = \tau_{\text{ext}}/2$  であるため

$$P_{\rm cav} = \frac{F}{\pi} P_{\rm in} \tag{2.2.21}$$

となる.

## 2.2.2 光結合の手法

微小光共振器と導波路との結合には様々な手法がある.共振器の種類によって光を結合 させる手法は異なる.ファブリ・ペロー型共振器の場合は,平面鏡に光を入射させればよ い.しかし WGM 共振器の場合には直接光を入射させることができないため,何らかの 導波路を用いその導波路から漏れ出す光を共振器に結合させて入射させる.この光はエバ ネッセント光や近接場光と呼ばれるものであり,全反射条件下において低屈折率媒質側に 染み出る特殊な光である.エバネッセント光を用い導波路と共振器間の光結合を行う手 法は多くあり,プリズムを用いた手法や angled cleaved fiber と呼ばれる断面が鋭利な光 ファイバを用いる手法,またファイバの一部を熱し部分的に引き伸ばしたテーパファイバ を用いる手法などがある.

導波路結合とは、チップ上に完全に集積させた導波路および共振器間の光を結合させ る手法である.本研究で用いるシリコンナイトライド微小光共振器がこれに該当する. CMOS 互換プロセスで共振器を作製する場合、共振器の設計と同時に導波路構造の設計 も可能であり、共振器と導波路の距離を自由に変えて様々な結合状態を実現することがで きる.共振器と導波路は作製時点で固定されるため共振器と導波路間の距離は変わらず、 結合条件は変化しないため、安定した結合状態を維持することができる.共振器と導波路 間が等距離を保つことにより結合は安定するが、一方で結合を調整することは難しくな る.共振器作製後に調整はできないため作製前の設計が重要となる.

チップ上の導波路にはレンズファイバを用い光を入射させる.入射の際チップとファイ バ間に空間があるため,損失の発生が不可避となる.この損失はアライメントを正確に行 うことで小さくすることは可能だが,2-3 dB の損失は免れない.

19



**Fig.9:** (a) a prism coupling. (b) an angle cleaved fiber coupling. (c) a taperd optical coupling.

### 2.3 ソリトンコム発生

光が物質中を伝搬するとき、その電界に媒質の電子が影響され原子内で分極が起こる. 光電界強度は比較的弱いため、この分極は線形とみなされる.しかしながらレーザ等の高 い光強度の光源を用いる場合誘電分極 *P* が電界強度 *E* の冪級数として表される.これを 非線形光学効果と呼ぶ.

$$P = \epsilon_0(\chi^{(1)}E + \chi^{(2)}E^2 + \chi^{(3)}E^3 + \cdots)$$
(2.3.1)

ϵ₀ は真空の誘電率, χ<sup>(1)</sup>, χ<sup>(2)</sup> は二次及び三次の非線形感受率というテンソル量である. これらの係数の値は高次になるほど極めて小さく,特に三次の非線形光学効果(カー効果) を観測することは容易ではない.しかしながら高い Q 値をもつ WGM 共振器の光を閉じ 込める性能をもってすれば,光と物質の相互作用を強め三次の非線形光学効果を起こすこ とが可能である.SiN リング共振器では FSR が 200 GHz, Q 値が 0.75 × 10<sup>6</sup> の共振器 を用いたソリトンコムの発生が報告されている [11].ソリトンコムは光カー効果と呼ばれ る現象が核となる.光カー効果は伝搬する光の強度により媒質の屈折率が以下に示すよう な非線形応答を示す現象のことを言う.

$$n(I) = n_0 + n_2 I \tag{2.3.2}$$

$$n_2 = \frac{3}{2n^2\epsilon_0 c} \chi^{(3)} \tag{2.3.3}$$

 $n_0$ は通常の線形屈折率, $n_2$ は非線形屈折率係数とカー係数とも呼ばれる. SiN のカー係数は  $2.5 \times 10^{-15}$  cm<sup>2</sup>/W で,これはシリカや MgF<sub>2</sub> 結晶等と比べて一桁大きく,非線形

光学効果が生じやすいと言える.光カー効果が起こると,光は伝搬するほど異なる屈折率 を受けることになるため,結果として光の強度に応じた一定の位相偏移を受ける.これを 自己位相変調と呼ぶ.自己位相変調はソリトンコムの発生に必要不可欠で,自己位相変調 によるパルス圧縮と異常分散によるパルス拡大が釣り合うことにより,パルスの形状が維 持される.ソリトンコムの発生において共振器に求められる条件とは,高いQ値を有し 適切な大きさの異常分散を有する共振器であればソリトンコムの発生は可能となるが,分 散測定により横モード結合が確認される場合はソリトンコムの発生は望むことができない [12].

### 2.4 微小共振器の評価方法

## 2.4.1 Q 値及び透過率の測定

Fig.10 に Q 値及び透過率の測定を行った実験系を示す.



Fig.10: Set up for Q factor measurement.

波長可変レーザ (Tunable Laser; TL) は 1480~1640 nm の範囲で波長を変えることの できる TSL-710 を使用した. 波長掃引の際に内蔵する波長計 (最小精度 0.1 pm) によっ て波長の値を記録し, 波長が変化する度にトリガ信号を発生させる. トリガ信号の発生と 同時にパワーメータ (PWM: Power Meter) によって透過率を取得し, これらを DAQ に よって一括収集して処理を行うことにより透過スペクトルを得る. 得られた点群に対して ローレンツ関数で行うフィッティングによって共振スペクトルを描画し, ピークの周波数 と半値全幅を計算することにより Q 値を得ることができる. レーザから共振器に入射さ せる際は偏波保持ファイバ (PMF: Polarization Maintaining Fiber) を用い, 偏波が混じ るのを防ぐ.

Fig.11 の 1548nm 付近のディップをローレンツ関数にてフィッチングを行ったものを Fig.12 に示す. このフィッティングにより求められた Q 値は 2.11 × 10<sup>6</sup> であった.



Fig.11: Transmittance spectrum.



Fig.12: Fitting.

## 2.4.2 分散測定

分散測定の測定系は Q 値測定と同様である.分散測定とは,広い周波数 (波長) 範囲に おける多数の共振モード間の FSR を測定する作業である.測定の手順を以下に説明する. 光源の波長を短波長から長波長へ連続的に変化させ共振器の透過率を調べる.これより分 散による FSR の増減を調べ, (1.4.1) 式におけるパラメータ D<sub>2</sub> のモード番号 µ に対する 変化を求め、二次曲線によりフィッティングを行い値を算出する. この測定により共振 器が正常分散または異常分散どちらを有するのか判断することが可能となる. Fig.13 に FSR 250 GHz, リング導波路幅 1.8 µm, バス導波路幅 1.6 µm の共振器の分散測定の結 果を表している. 1530 nm 付近ではプロットが途切れている. これをモード結合と呼び, 1550 nm の共振周波数をもつ基本モードファミリーと異なるモードファミリーと結合し ていることを表す.



Fig.13: Dispersion measurement

## 第3部

## SiN リング共振器の設計と光学評価

#### 3.1 SiN リング共振器について

本研究で使用した SiN リング共振器は外部のファウンダリに作製を依頼した. これは SiN 層が Si 基板上に SiN 膜を作製する場合,熱膨張係数差から自発的クラック発生が顕 著に見られ,作製が非常に困難なためである. 今回使用した共振器は二種類あり,それ ぞれ 2020 年 9 月と 2021 年 9 月に作製を依頼し 2021 年 1 月と 2022 年 1 月に完成した. 作製を依頼したのはいづれも Ligentec MPW run と呼ばれるファウンダリで,光ダマシ ンプロセスによる厚み 0.8 µm の SiN 膜を導波路層としたフォトニクス回路のプラット フォームを提供している. 非常に Q 値が高く技術力のあるファウンダリであり,多くの 研究グループが SiN 共振器の作製を依頼している.

#### 3.2 SiN リング共振器のモデル 1

まず 2020 年 9 月に作製を依頼した SiN リング共振器の設計について説明する.本研究 で作製した SiN リング共振器のデザインの概略図を Fig.14 に示す.導波路の高さは 0.8  $\mu$ m で固定されるため,導波路のデザインで変更できる箇所は導波路幅のみである.リン グ導波路幅は 1.6  $\mu$ m に固定した. これは通信波長帯の広範囲で異常分散を得るためであ る.バス導波路は 1.2  $\mu$ m, 1.4  $\mu$ m, 1.6  $\mu$ m で振った. これは 2021 年のデザインにおい て設計されていたバス導波路幅である 1.2  $\mu$ m, 1.4  $\mu$ m を踏襲しつつ,先行研究に倣っ てバス導波路幅とリング導波路幅を同じとした <sup>[13]</sup>. 共振器長は式 (1.2.2) より,求める 共振器の FSR を得るため変化させる.本研究では FSR を 250 GHz とするため共振器 の半径を 91.2  $\mu$ m とした. FSR250 GHz の SiN リング共振器を扱うのは初めてのため, 2021 年に設計した共振器のデータを参考に共振器と導波路間の距離 (ギャップ)を大まか に決定し,パラメータもまた大まかに決定しクリティカルカップリングが得られるように した.



Fig.14: Schematic design of SiN resonator.

次に Q 値および透過率の測定を行った. チップ W3F16 に含まれる FSR が 250GHz に おいてバス導波路幅とギャップを振った共振器の Q 値の測定結果を Fig.15(a) に,また同 共振器の透過率の測定結果を Fig.15(b) に示す. Fig15.(a) に示した Q 値の測定結果を見 ると,いづれのバス導波路幅においてもギャップが増加し,つまり共振器と導波路間の距 離を大きくした場合 Q 値が増大することが分かる.これは (2.1.22) 式において Q<sub>coupling</sub> がギャップの増加に伴い増加したため測定値 Q<sub>load</sub> も増加したと考えることができる.次 に Fig.15(b) に示した透過率の測定結果について考察する.バス導波路幅 1.2µm を基準 とした場合残り二つのグラフははそのまま左にシフトさせたような結果となった.これは



Fig.15: Optical measurement results of chip W3F16 (FSR 250 GHz, Buswidth 1.6  $\mu$ m).



**Fig.16:** Bond strength  $\kappa$ .

導波路幅の増加が実質的にギャップの増加となったと考えることができる.また Q 値と 透過率を対比すると、クリティカルカップリングから多少アンダーカップリングに近づい た箇所で最も Q 値が高くなっていることが分かる.ソリトンコムの発生には高い Q 値お よび低い透過率が必要であるため、クリティカルカップリングから多少アンダーカップリ ングに近づいた箇所を含むよう共振器を設計する必要がある.バス導波路幅に関してはク リティカルから多少アンダーカップリングに近づいたギャップでの Q 値が他と比べて高 いことや、先行研究においてリング導波路とバス導波路を同一としている点を踏まえ、3.4 で述べる設計ではバス導波路を 1.6 μm に固定することとする.

Fig.16 は測定で得た Q 値と式 (2.2.10) を用いて導出した結合強度を表す. ギャップの 増加に伴い結合強度が大きくなっており, ギャップの増加に伴う Q<sub>coupling</sub> の増加を理解 することができる. また, リング導波路幅が大きいほど結合が強いことが分かる.

#### 3.3 SiN リング共振器のモデル 2

2021 年のチップの評価結果を踏まえ別のチップのデザインの検討を行った. 2021 年の 共振器と比較するためバス導波路幅は 1.6 µm とし今回はリング導波路幅を振りその影 響を評価することとした. 3.2 のチップの評価結果より, ギャップが 0.5 µm 前後にクリ ティカルカップリングが起こると予想されるため, ギャップを 0.4 µm から 0.55 µm へ 0.05 µm ずつ振った.

2021 年のチップと同様に Q 値と透過率の測定を行った. 3.3Fig.15 と同様に, チップ A1 に含まれる FSR が 250GHz においてバス導波路幅とギャップを振った共振器の Q 値の測定結果を Fig.17(a) に, また同共振器の透過率の測定結果を Fig.17(b) に示す.. バス導波路幅とリング導波路幅はともに 1.6 µm である. 比較対象として 3.2 のチップ W3F16 のうち, バス導波路幅およびリング導波路幅の設計が同一である共振器における 測定結果を, Fig.16 グラフ上に示す.. Fig.16(a) のグラフを見ると, オーバーカップリ



Fig.17: Optical measurement results of chip A1 and W3F16 (FSR 250 GHz, Buswidth 1.6  $\mu$ m Ringwidth 1.6  $\mu$ m).

ング~クリティカルカップリングにかけて非常に一致した様子が見られる.透過率に関し てはクリティカルカップリング~アンダーカップリングにかけてよく一致した様子が見ら れる.

### 3.3.1 チップごとの測定値の散らばりの比較

本実験においては同一デザインのチップを複数製作し,チップごとの測定値の散らばり について評価を行った.チップ A1, B1, B2 に含まれる FSR が 250GHz において共振 器の Q 値の測定結果を Fig.18(a) に,また同共振器の透過率の測定結果を Fig.18(b) に示 す.バス導波路幅と導波路幅はともに 1.6 µm とした..

Fig.18(a) において, B1 が若干小さな Q 値を示したが, これはソリトンコムの発生に関



Fig.18: Optical measurement results of chip A1, B1 and B2 (FSR 250 GHz, Buswidth 1.6  $\mu$ m Ringwidth 1.6  $\mu$ m).

わるような値ではないと言える. また Fig.18(b) からは, クリティカルカップリング, ア ンダーカップリングともに一致した様子が見られる. アライメントの精度により透過率が かなり変化することを留意すると, 今回作製した共振器の透過率の測定値の散らばりは小 さいと言える.

### 3.3.2 同じチップでの測定値の散らばりの比較

同一チップ上において,同一デザインの共振器の評価および比較を行った. チップ A1 はリング導波路幅 1.6 μm, ギャップ 0.45 μm および 0.5 μm の共振器を二つずつ含む. それぞれの共振器の Q 値の測定結果を Fig.19(a) に,透過率の測定値を Fig.19(b) に示 す.

Q 値,透過率ともに許容範囲内の測定値の散らばりであった.

#### 3.3.3 複数のリング導波路幅での共振器の比較

チップ A1 に含まれる FSR が 250GHz において共振器の Q 値の測定結果を Fig.20(a) に,また同共振器の透過率の測定結果を Fig.20(b) に示す.リング導波路幅は 1.0, 1.2, 1.4, 1.6, 1.8, 2.0 μm と 6 種類に変え測定を行った. Fig.20(a)(b) について,リング導 波路幅 1.0 μm ではギャップは 0.45 μm および 0.50 μm の二個のみ振っており,またリ



Fig.19: Optical measurement result of chip A1 (FSR 250GHz Buswidth 1.6  $\mu m$  Ringwidth 1.6  $\mu m$ ).



Fig.20: Optical measurement result of chip A1 (FSR 250GHz Buswidth 1.6  $\mu$ m Ringwidth 1.0~2.0  $\mu$ m).

ング導波路幅 1.2  $\mu$ m のギャップ 0.40  $\mu$ m のプロットはデータ処理不具合のため得るこ とができなかった. Fig.20(a) からは、リング導波路幅の増加に伴い Q 値の増大する様子 が見られるが、これはリング導波路幅の増加が実質的なギャップの増加となり、これによ り  $Q_{coupling}$  の値が増大したと考えられる. 透過率に関しては 1.0  $\mu$ m を除いておおむね 0.5  $\mu$ m 付近にてクリティカルカップリングとなり、3.3 で得られた結果に基づく予想と一 致した. リング導波路幅 2.0  $\mu$ m のものは 0.45  $\mu$ m のときクリティカルカップリングと なったがこれはプロットが少ないことが要因であると考えられる.

#### 3.3.4 分散測定とモード結合

チップ A1 に含まれる FSR が 250GHz において共振器の分散測定結果を以下に示す. Fig.21(a)~(f) はリング導波路幅 1.0~2.0 μm の分散の測定値である. Fig.22(a)~(f) は Fig.21(a)~(f) に対応する共振器の透過スペクトルである. Fig.23 は分散の測定値と理論 値の比較を表す. 理論値は導波路の形状から解析的に求めた. 測定値と理論値の誤差があ るが, これは分散測定で使用した波長計の精度が低いためだと考えられる. また, 分散を 求める際の二次関数のフィッティングの精度も要因として考えられる.

Fig.21(b), (e) を見るとモード結合があることが分かる. モード結合がある場合その 共振器の透過スペクトルにおいて, モード結合が起きている波長でのディップは浅くな る. (b)1.2 μm は, この理論通りにモード結合が見られた 1540 nm 付近でディップが浅 くなっていることが分かる. (e))1.8 μm はこの理論に沿っていなかった. 中心波長付近 にモード結合がある場合ソリトンコムは発生しないため, モード結合が起きやすい条件に ついて明らかにできれば非常に有用だと考えられ, 今後の課題である.



(e) Ringwidth 1.8  $\mu$ m (D=81.7 ps/km/nm) (f) Ringwidth 2.0  $\mu$ m (D=71.0 ps/km/nm)

Fig.21: Dispersion measurement results.



(e) Ringwidth 1.8  $\mu$ m

(f) Ringwidth 2.0  $\mu$ m

Fig.22: Transmittance spectrum.



Fig.23: Compariosn between measured value and theoretical value of dispersion.

## 第4部

## 結論

バス導波路幅を振った SiN 共振器の Q 値と透過率の測定を行い,ソリトンコムに最適 なギャップを発見しこれを新しい共振器の設計に取り入れた.新しい共振器の測定を行 い,クリティカルカップリングから多少アンダーカップリングの位置にソリトンコムに最 適なギャップが現れた.新しい共振器はリング導波路幅 1.6 µm の場合ソリトンコムの発 生が期待できる位置で Q 値が 10<sup>6</sup> を超えており,ソリトンコムの発生の条件を満たして いると考えられる.また,新しく作製した共振器の光学測定値の散らばりは,チップごと 及び同じチップ上においても小さいことが分かった.分散測定の結果については,低い精 度の測定であったが測定値と理論値の誤差は小さかった.モード結合の有無がソリトンコ ムの発生に大きく影響するため,モード結合が起きる原因を明らかにすることが今後の課 題の一つである.

## 参考文献

- [1] NTT 研究開発
   https://www.rd.ntt/iown/
   (閲覧日 2021 年 1 月 14 日)
- [2] Spencer, D. T. et al. "An optical-frequency synthesizer using integrated photonics." Nature 557, 81-85 (2018).
- [3] Marin-Palomo, P. et al. "Microresonator-based solitons for massively parallel coherent optical communications." Nature 546, 274–279 (2017).
- [4] Suh, M. G. et al. "Microresonator soliton dual-comb spectroscopy." Science 354,600-603 (2016).
- [5] P. Del' Haye, A. Schliesser, O. Arcizet, T. Wilken, R. Holzwarth and T. J. Kippenberg, "Optical frequency comb generation from a monolithic microresonator." Nature 450, 1214–1217 (2007).
- [6] S. T. Chu, B. E. Little, W. Pan, T. Kaneko, S. Sato and Y. Kokubun, "An eight-channel add-drop filter using vertically coupled microring resonators over a cross grid," in IEEE Photonics Technology Letters, vol. 11, no. 6, pp. 691–693, (1999).
- [7] T. J. Kippenberg, J. Kalkman, A. Polman and K. J. Vahala, "Demonstration of an erbium doped microdisk laser on a silicon chip," 2006 Conference on Lasers and Electro-Optics and 2006 Quantum Electronics and Laser Science Conference, (2006).
- [8] W. Liang, A. B. Matsko, A. A. Savchenkov, V. S. Ilchenko, D. Seidel, and L. Maleki, "Generation of Kerr combs in MgF2 and CaF2 microresonators," IEEE Photonics Journal (2011).
- [9] I. S. Grudinin, N. Yu, and L. Maleki, "Generation of optical frequency combs with a CaF2 resonator," Optics Letters 34, 878–880 (2009).
- [10] Ikeda, K., Saperstein, R. E., Alic, N. and Fainman, Y., "Thermal and Kerr non linear properties of plasma-deposited silicon nitride/silicon dioxide waveguides." Opt. Express 16, 12987-12994 (2008).

- [11] Zhou, H., Geng, Y., Cui, W. et al. "Soliton bursts and deterministic dissipative Kerr soliton generation in auxiliary-assisted microcavities." Light Sci Appl 8, 50 (2019).
- [12] T. Herr, V. Brasch, J. D. Jost, I. Mirgorodskiy, G. Lihachev, M. L. Gorodetsky, and T. J. Kippenberg, "Mode spectrum and temporal soliton formation in optical microresonators," Physical Review Letters 113 (2014).
- [13] Junqiu Liu, Arslan S. Raja, Maxim Karpov, Bahareh Ghadiani, Martin H. P. Pfeiffer, Botao Du, Nils J. Engelsen, Hairun Guo, Michael Zervas, and Tobias J. Kippenberg, "Ultralow-power chip-based soliton microcombs for photonic integration," Optica 5, 1347–1353 (2018).