

目次

第 1 部 序論	3
1.1 はじめに	3
1.2 微小光共振器	4
1.2.1 微小光共振器の性能	4
1.2.2 微小光共振器の種類	5
1.2.2.a ファブリ・ペロー共振器	5
1.2.2.b ウィスパリングギャラリモード共振器	6
1.2.2.c フォトニック結晶共振器	8
1.2.2.d リング共振器	9
1.3 利得媒質	9
1.3.1 固体レーザ	10
1.4 可飽和吸収体	13
1.5 モードロック	14
1.6 本研究の目的	15
第 2 部 原理	17
2.1 結合モード理論	17
2.2 スプリットステップフーリエ法	19
2.2.1 概要	19
2.2.2 計算方法と精度	20
第 3 部 利得媒質及び可飽和吸収を有する微小光共振器	23

3.1	計算モデル	23
3.2	シミュレーション結果	23
3.2.1	$Q = 10^8$ の場合	24
3.2.2	$Q = 5 \times 10^6$ の場合	25
第 4 部 結合共振器モデルの解析		27
4.1	計算モデル	27
4.2	シミュレーション実行結果	29
4.2.1	$Q_c = 10^6$ の場合	29
4.2.2	$Q_c = 10^8$ の場合	30
4.2.3	最適な結合効率	32
4.2.4	より低い変調深度の振る舞い	33
4.2.5	共振器 B に利得媒質を付与した際の振る舞い	35
第 5 部 結論		38
参考文献		40
謝辞		41

第 1 部

序論

1.1 はじめに

1990 年代の IT 革命以降, 多くの人々が手軽にインターネットを利用できるようになった。また携帯端末の進化と普及は日々進み, いまや生活に欠かせないものとなっている。2020 年からは日本でも都市部を中心に 5G の運用が始まった。また新型コロナウイルスの流行により, オンライン学習の普及やリモートワークの推奨がなされ, 社会全体における通信需要はますます高まっている。今後もコンテンツの多様化や IoT の進展などにより, 移動通信トラフィックの増加傾向は継続することが予想される。

高度情報化社会となった現代において, データ通信量の増加とともに課題となるのは, データのやり取りによって生まれる電力消費である。この問題に対する解決策の一つとして期待されているのが, 電気集積回路に替わり光を用いたシステムの実現である。電気をを用いた回路では電気抵抗に依るジュール熱によるエネルギー損失が存在し, 電流の増加とともにエネルギー損失も大きくなる。光集積回路を用いた場合そのエネルギーロスが存在せず, 低い電力での動作が可能となり, また省エネルギー化も達成することも可能であり, 消費電力問題の一つの解決策となるであろう。

本研究は, 光集積回路におけるモード同期レーザ光源の抱える問題を, 理論的な解析を通して解決することを目的としており, これはまた現在の技術によって実現可能なレベルでのモード同期レーザ光源の実現を目指すものである。これが実現すれば, 通信等様々な分野へ応用も期待できると考える。

1.2 微小光共振器

1.2.1 微小光共振器の性能

微小光共振器は、光を微小領域内に閉じ込めることのできる光学素子である。微小光共振器の性能は Q 値 (Q :Quality Factor) とモード体積 V の二つの指標によって表される。 Q 値とは共振器内において光をどれだけ閉じ込められるのかを表しており、共振角周波数 ω_0 を用いて次のように定義される。

$$Q = \omega_0 \times \frac{\text{共振器に蓄えられているエネルギー [J]}}{\text{単位時間あたりに失われるエネルギー [J/s]}} \quad (1.2.1)$$

共振器内部のエネルギーが $1/e$ 倍となる時間 τ_0 を用いると Q 値は

$$Q = \omega_0 \times \tau_0 \quad (1.2.2)$$

となる。光子寿命が長い共振器、すなわち Q 値の高い共振器ほどエネルギー損失の少ない高性能なものになる。

微小光共振器の Q 値を下げる要因は複数あり、下記の式で表される。

$$Q_{load}^{-1} = Q_{MATERIAL}^{-1} + Q_{scattering}^{-1} + Q_{radiation}^{-1} + Q_{coupling}^{-1} \quad (1.2.3)$$

右辺はそれぞれ材料吸収、表面散乱、放射損失、結合損失であり、これらの損失の値により全体の性能 Q_{load}^{-1} が求まる。

モード体積 V は、光を閉じ込める領域の大きさを表す指標である。電界 $E(x, y, z)$ と誘電率 ϵ を用いて次のように表される。

$$V_{eff} = \frac{\int \int \int \epsilon |E(x, y, z)|^2 dx dy dz}{\max[\epsilon |E(x, y, z)|^2]} \quad (1.2.4)$$

より狭い空間に光を多く閉じ込めることで相互作用が大きく働くため、微小光共振器の場合 Q 値が大きく、 V が小さいものほど性能の高いものとなる。

1.2.2 微小光共振器の種類

1.2.2.a ファブリ・ペロー共振器

ファブリ・ペローの名前は, 1899 年に Charles Fabry(1867-1945) と Alfred Perot(1863-1925) が発表した干渉計が由来となっている. ファブリ・ペロー共振器は Fig.1.1. に表されるように, 二枚の平行で高反射率を持った鏡とその間の空間によって構成されている.

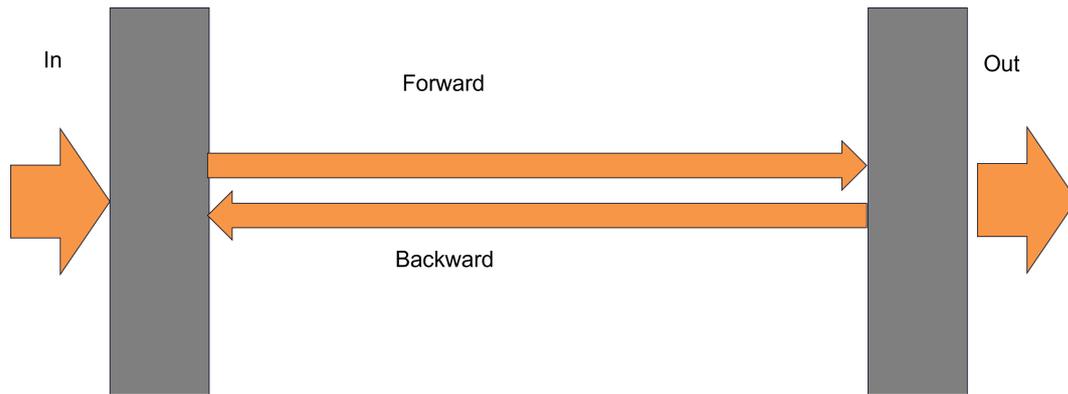


Fig. 1.1. Schematic illustration of Fabry-Perot cavity.

共振器に入射した光は二枚の鏡の間を往復し, 内部エネルギーは上昇していく. 共振器内に定在波を形成できる波長は, ミラー間の距離を L , 共振器内部の屈折率を n とし, 存在する光の波長を λ とすれば,

$$m\lambda = 2nL \quad (m = 1, 2, 3, \dots) \quad (1.2.5)$$

と表すことができる. 上式のように, 共振器内に存在できる光の周波数は離散的な値を取るが, この間隔を FSR という. FSR は光速 c を用いて

$$\text{FSR} = \frac{c}{2L} \quad (1.2.6)$$

と表現することができる.

ファブリ・ペロー共振器のミラーの反射率を高くすることにより, 損失は減少し, Q 値を高めることが可能となる. モード体積が大きく集積化が難しいという欠点はあるものの, $Q = 10^{10}$ という高性能な共振器の作製^[1]もされている.

1.2.2.b ウィスパリングギャラリーモード共振器

ウィスパリングギャラリーという名前は英国ロンドンにあるセントポール大聖堂のドームに由来しており (Fig.1.2(b)), 楕円形のホールで声を発すると, 壁面を反射して遠くの離れた人の耳まで声が届く現象のことを指す. Fig.1.2(a) にドーム壁面沿いに音の伝搬する様子を示す.

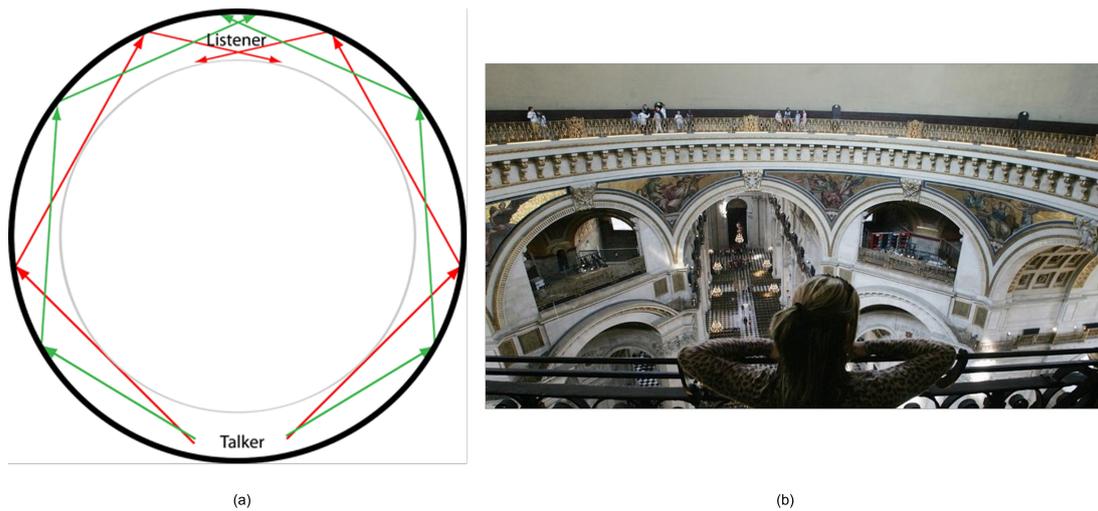


Fig. 1.2. (a) Schematic illustration of Whispering Gallery Mode. [http://www.sonicwonders.org/images/whispering(2022/01/20)](b) A look at the dome of St. Paul' s Cathedral (London).

同じような仕組みで光波が共振器を周回する形の共振器をウィスパリングギャラリーモード (WGM) 共振器という. WGM 共振器の構造は複数あり, Fig.1.3. に示すようにファイバの先端を熱することでできるシリカ微小球^[2], ファイバを熱して引き延ばすことによってできるボトル共振器^[3], シリコンピラー上にディスク型のシリカを乗せたディスク共振器^[4], そして今回の研究のモデルでもあるシリカトロイド共振器^[5]などがあげられる.

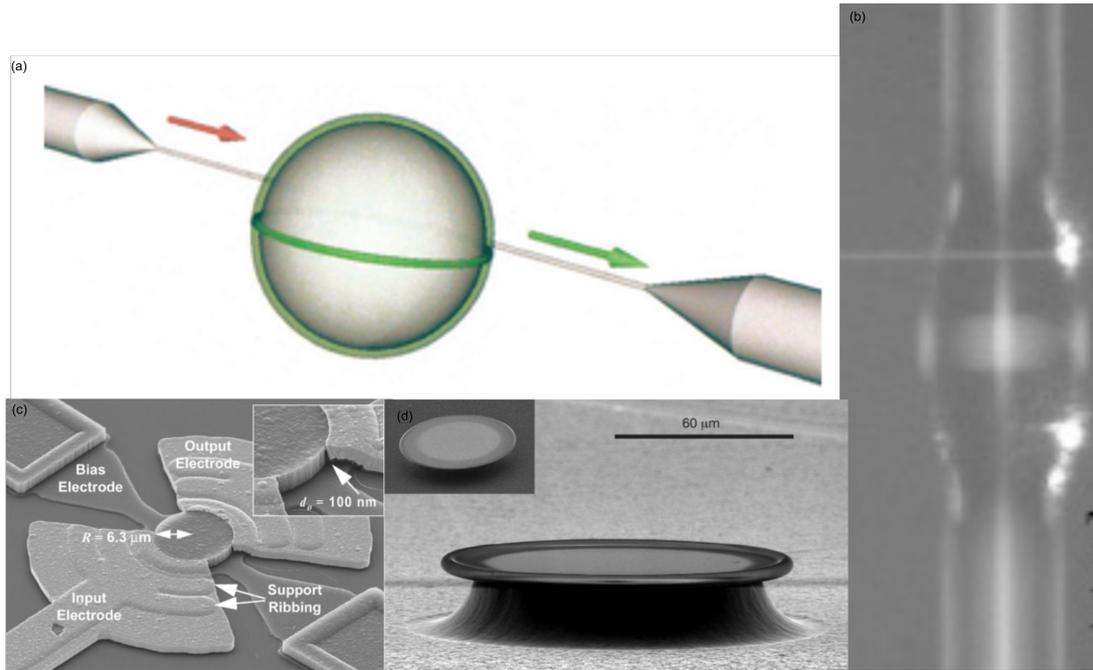


Fig. 1.3. Some type of microresonators. (a) Schematic illustration of sphere resonator. (b) Microbottle resonator. (c) Schematic illustration of disk resonator. (d) Schematic illustration of toroid microcavity.

他にも、用いる物質によって種々の共振器が存在する。なかでも、 MgF_2 や CaF_2 を用いた結晶共振器では、 Q 値が 10^{10} と非常に高性能なものが作製されている^[6, 7]。ただし結晶共振器の作製は結晶材料を切削し研磨することによって行われるため、半径数 mm から数 cm と大きく、集積化の課題が存在する。



Fig. 1.4. Calcium fluoride resonators that have $Q = 2 \times 10^{10}$.

WGM 共振器の共振波長 λ は、半径 R に対して以下のような条件を満たす。

$$l\lambda = 2\pi R \quad (1.2.7)$$

共振器内を伝搬する光のエネルギーが高まることで、非線形光学効果を伴う様々な物理現象を起こすことが可能となる。

1.2.2.c フォトニック結晶共振器

フォトニック結晶とは、屈折率が周期的に変化する構造体であり、ナノ構造体の場合光の制御に用いられる。固体結晶中の電子エネルギーにはバンドギャップが存在するが、それと似たような形でフォトニック結晶中の光子に対してもフォトニックバンドギャップが存在する。バンドギャップ内の周波数を持った光は結晶中を伝搬できないことを利用し、光制御がなされる。一次元フォトニック結晶は1987年にEli Yablonovitch, Sajeev Johnにより提唱され、それ以降二次、三次のフォトニック結晶においても研究が進んだ。Fig.1.5に二次元フォトニック結晶の構造を示す。

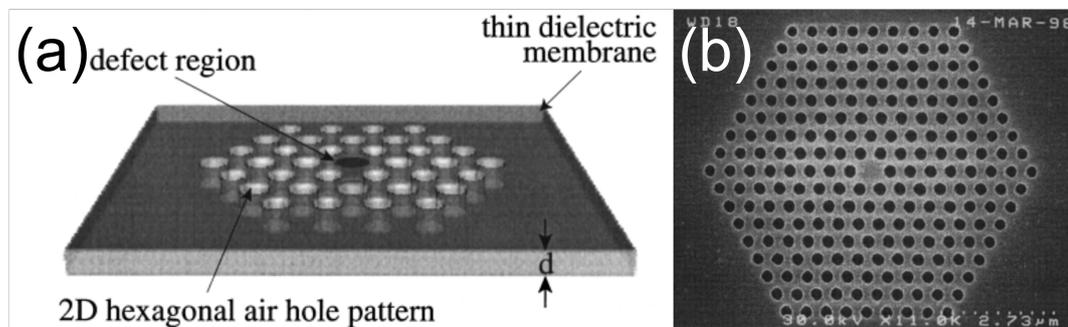


Fig. 1.5. (a) Schematic of the 2D patterned dielectric slab. (b) Top view of a microfabricated 2D hexagonal array of air holes with a single central hole missing. [O. Painter, J. Vuckovic, and A. Scherer, "Defect modes of a two-dimensional photonic crystal in an optically thin dielectric slab", Journal of the Optical Society of America B. Vol.16, pp.275-285 (1999)]

一次元フォトニック結晶はカメラなどの反射防止膜にも用いられる誘電体多層膜である。二次元、三次元のフォトニック結晶は周期的に屈折率が変化する構造体に欠陥部分を作ることによりそこに光が局在し、導波路や共振器としての特性を持たせることができる。WGM共振器は光の全反射により光を閉じ込めるが、フォトニック結晶共振器はブラッグ反射によって光を閉じ込める。三次元のフォトニック結晶は全方位の光がブラッグ反射するようなフォトニックバンドを持つため、注目が高まっている。

1.2.2.d リング共振器

リング共振器は、高屈折材料と低屈折率材料を組み合わせることにより光の全反射を起こす共振器である。CMOS プロセスによって作製できるため、手軽で自由度の高い設計が可能となる。Fig.1.6 にリング共振器の構造を示す。微小光共振器としては、 SiO_2 基板上に窒化ケイ素を用いたものが主流となっており、 SiO_2 の屈折率は 1.44 であるのに対し、窒化ケイ素の屈折率はおよそ 2.0 のため全反射条件を満たす。窒化ケイ素は非線形屈折率 n_2 が高いため、ほかの共振器に比べ非線形光学との相性が良いという利点が存在する。

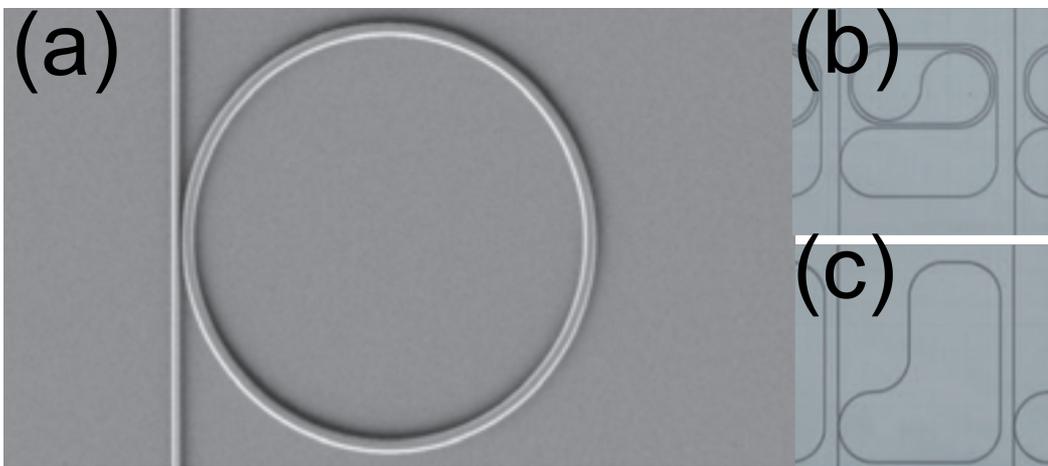


Fig. 1.6. (a) SEM image of SiN ring resonator. (b)(c) other SEM images of SiN ring resonators that have different FSR. [D. J. Moss, R. Morandotti, A. L. Gaeta and M. Lipson, "New CMOS-compatible platforms based on silicon nitride and Hydex for non-linear optics", Nature Photonics 7, pp.597-607 (2013)]

1.3 利得媒質

光デバイスにおいて利得媒質は、レーザー発振をするために欠かせないものである。レーザー (laser: Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation) は誘導放出による光増幅放射の意味を持ち、指向性、収束性が高く、波長帯の狭いコヒーレント光を発生させる。利得媒質として用いられる材料により種々のレーザーが開発されており、それぞれ特徴を持っている。以下に近年までに開発されてきたレーザーと用いられている利得媒質を種類ごとにまとめる。

1.3.1 固体レーザー

固体レーザーは、1960年にT. H. Maimanによって開発された、世界初のレーザーである。利得媒質としては固体のルビーを用いている。ルビーは酸化アルミニウム Al_2O_3 の変種であり、不純物としてクロム Cr が混入した鉱物である。基底準位に存在するクロムを励起し反転分布を形成し、誘導放射によって 694.3 nm の赤色光を放出することが可能である。ルビーレーザーは3準位系であるため、励起した後すぐ下の準位に遷移をし、少し落ちた準位と基底状態の間でのレーザー発振となっている。そのため Cr^{3+} の半数以上を上準位に移した反転分布状態を作り出す必要があり、エネルギー効率としては4準位系より劣る。4準位系の場合、レーザー発振の際のエネルギー遷移は、基底準位へではなく基底準位より少し高い準位への遷移となっているため、反転分布の形成がより起こりやすい。4準位系を用いたレーザーの代表的な例が Nd:YAG レーザーである^[8]。Nd:YAG 結晶は YAG ($\text{Y}_3\text{Al}_5\text{O}_{12}$) 結晶の一部を Nd に置換した結晶であり、外部エネルギーを与えることにより 1064nm の光を誘導放射することによって放出する。KTP(KTiOPO_4) 結晶や KDP(KH_2PO_4) 結晶に通すことで2倍波、4倍波の生成が可能となり、研究開発分野や医療分野で用いられるレーザーの代表となっている。

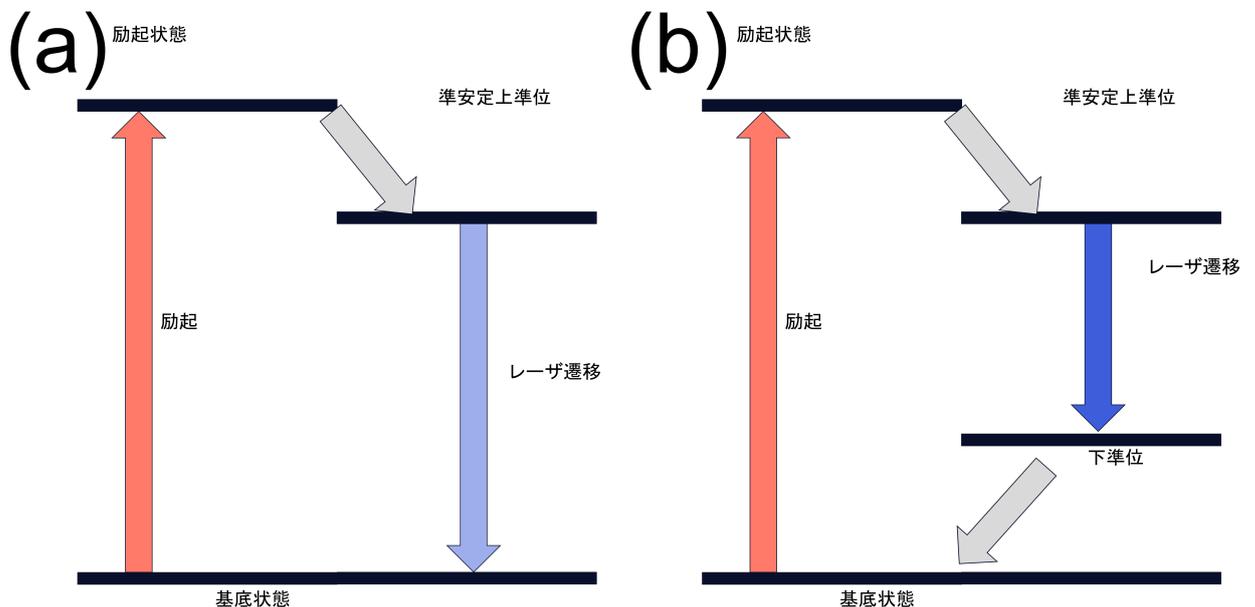


Fig. 1.7. Schematic illustrations of (a) three-level laser (b) four-level laser

エルビウム (Er: Erbium) やイッテルビウム (Yb: Ytterbium) などの希土類元素を用いたレーザも存在する。代表的な光学デバイスとしては、エルビウム添加光ファイバ増幅器 (EDFA: Erbium Doped optical Fiber Amplifier) があげられる。エルビウムはクロムと同じように 3 準位系であり、レーザ発振によって 1550 nm の放射が可能である。この波長は光通信波長帯域であり、通信分野における重要な役割を果たしている。基本的な EDFA の構造を Fig.1.8 に示す。

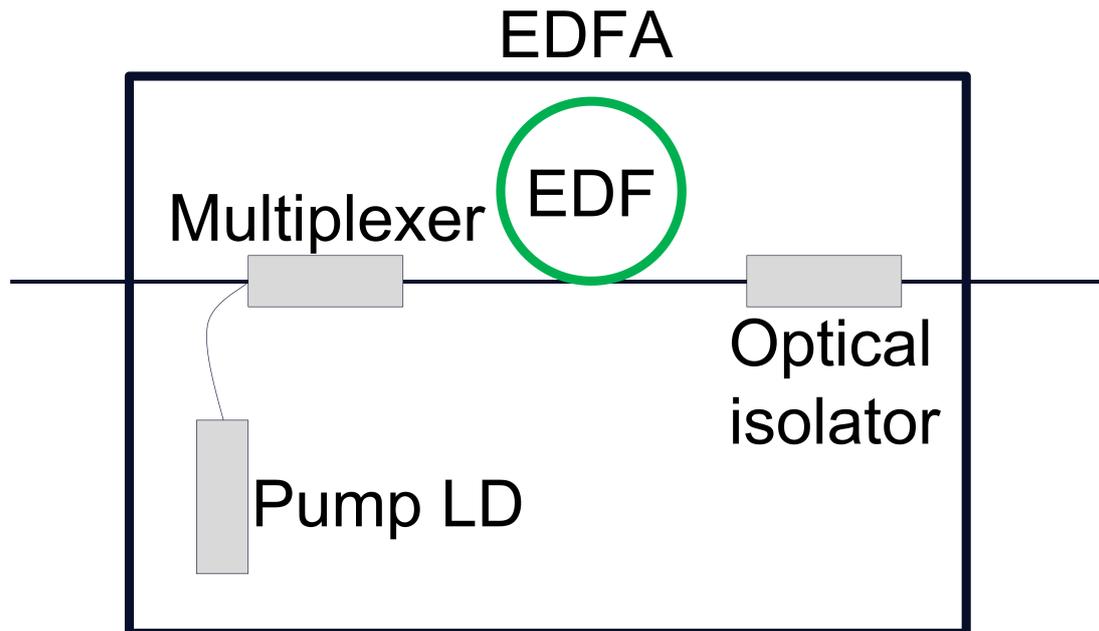


Fig. 1.8. Schematic illustration of EDFA configuration.

利得を増加させるためにはファイバに添加する Er イオンの量を増加させればよいが、その量には限界がある。Er イオンを添加しすぎることによってイオン同士がクラスタリングを形成し、イオン間隔が狭くなる。Fig.1.9 に示すように $^4I_{13/2}$ へ励起された 2 つのイオンのうち 1 つがさらに上に励起され、もう 1 つが基底状態へと遷移するアップコンバージョンが起きてしまう。

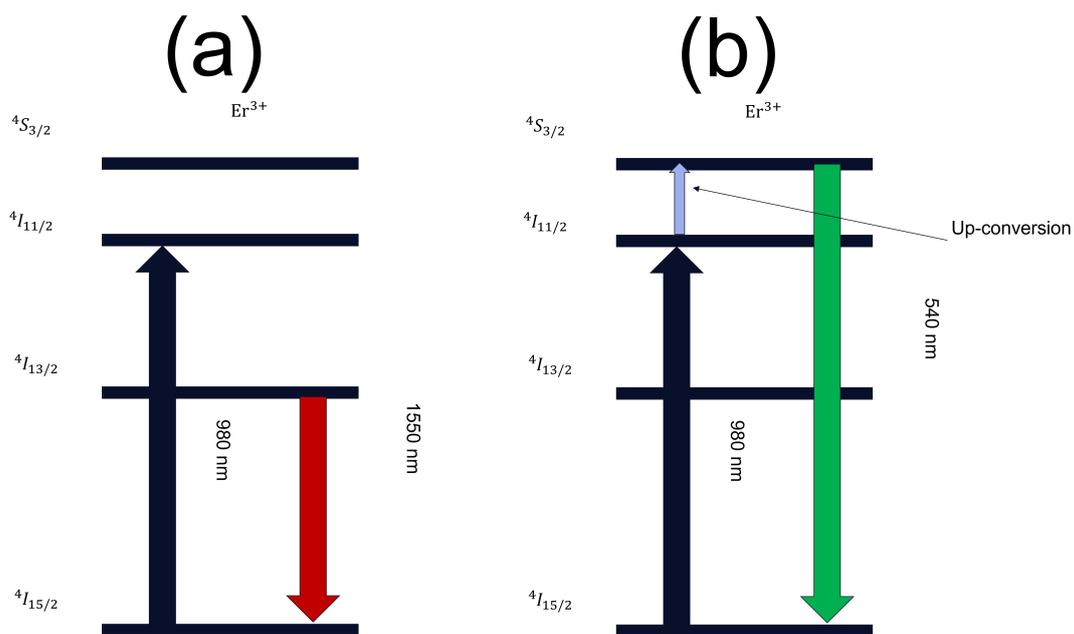


Fig. 1.9. (a) Schematic illustration showing luminescence of Erbium ions. (b) Schematic illustration showing up-conversion process of Erbium ions.

この時放出される光は 546 nm 付近であり、1550 nm の光を効率よく得ることができなくなってしまう。ルビーレーザーの場合と同じように、酸化アルミニウムをシリカに添加することにより Er イオンの周囲を酸化アルミニウムが囲い、高濃度添加であってもクラスタリングの軽減が可能である^[9]。また同じ希土類元素である Yb を同時に添加することにより、より効率的なレーザー発振が可能である^[10]。Fig.1.10 に Er イオンのクラスタリングと酸化アルミニウムによる影響を表したモデルを示す。

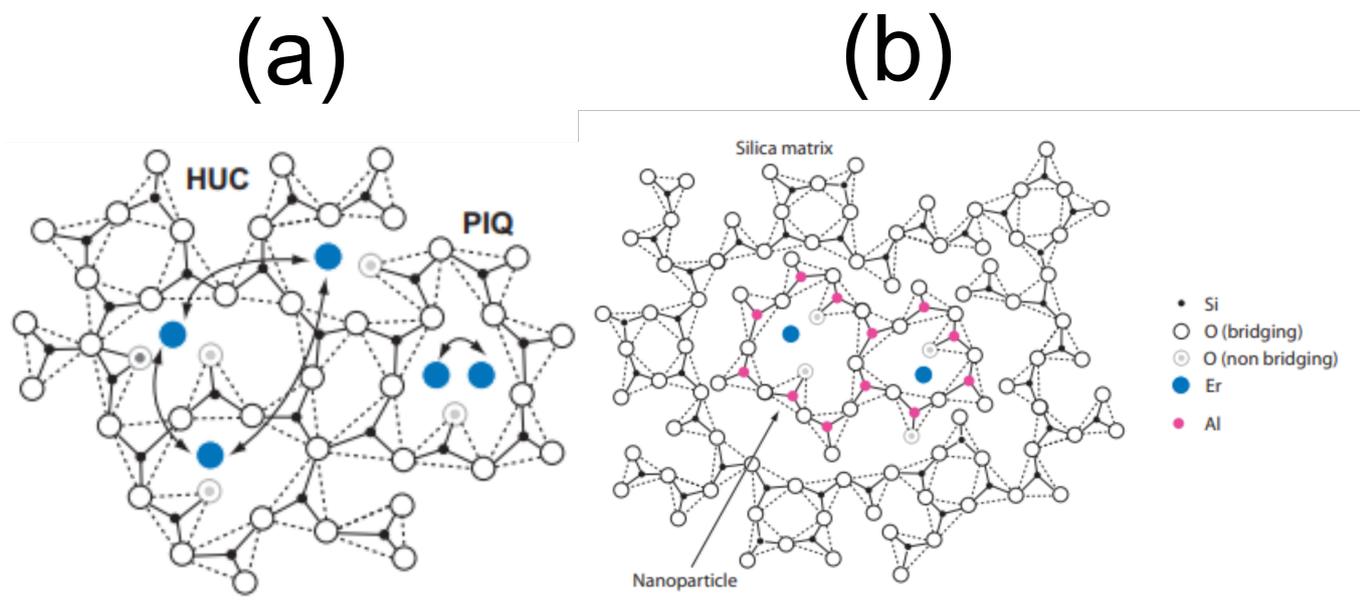


Fig. 1.10. (a) Scheme of Pair-induced quenching (PIQ) and homogeneous up-conversion (HUC) processes in Erbium-doped silica glass. (b) Scheme of Erbium-doped nanoparticle structures incorporated in a silica glass matrix.

1.4 可飽和吸収体

可飽和吸収特性とは、入射光の強度が高い場合には光を透過し、強度が低い場合には光を吸収するような特性を意味する。可飽和吸収体の入射光 I に対する吸収量 $\alpha(I)$ は、

$$\alpha(I) = \frac{\alpha_0}{1 + I/I_{sat}} + \alpha_{ns} \quad (1.4.8)$$

と表すことができる。 α_0 は変調深度 (modulation depth), α_{ns} は線形損失, I_{sat} は飽和強度を表しており、変調深度が可飽和吸収体の特性の指標となっている。可飽和吸収体の代表的な例としてカーボンナノチューブ (CNT) が挙げられる。CNT は強いエネルギーを加えられた場合、上準位に励起される原子数の限界を迎え、それ以上光を吸収しなくなる特徴がある。この特性によって強度の高い入射光が透過し、強度の弱い光を吸収することが可能となる。 Fig.1.11. に可飽和吸収特性を示す。

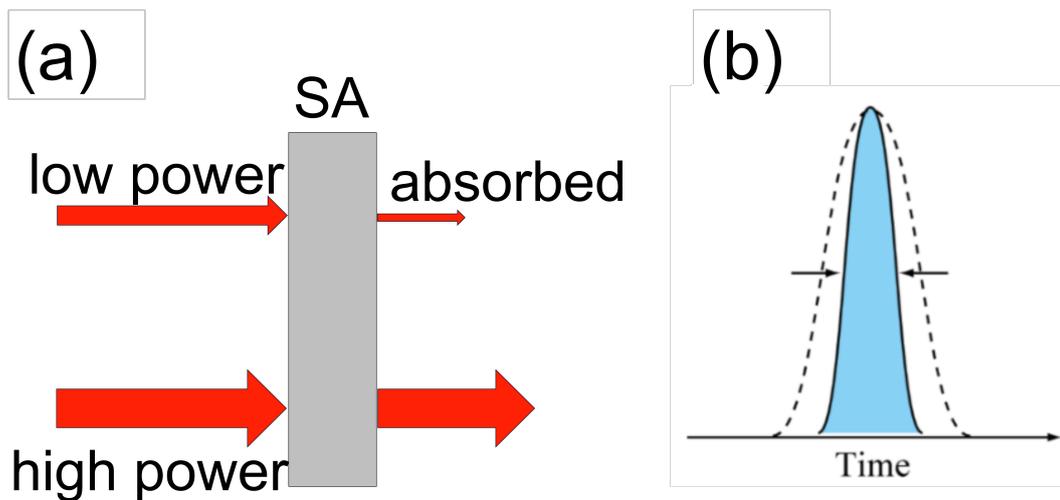


Fig. 1.11. (a)Schematic illustration of saturable absorber effect. (b)Schematic illustration of saturable absorber effect in time domain

1.5 モードロック

短パルスを得るための方法は複数存在し、Qスイッチング^[11]やレーザパルス圧縮^[12]、そしてモードロックなどが挙げられる。レーザ共振器内には縦モードと呼ばれる光の波長が少しずつずれた光が存在しており、これらの光の位相を揃えることをモードロックと呼ぶ。位相が揃うことにより各波長の山となる部分が重なり合い光が強くなるため、時間軸で見ると単パルスを形成することが可能となっている。Fig.1.12.にMLの仕組みを示す。

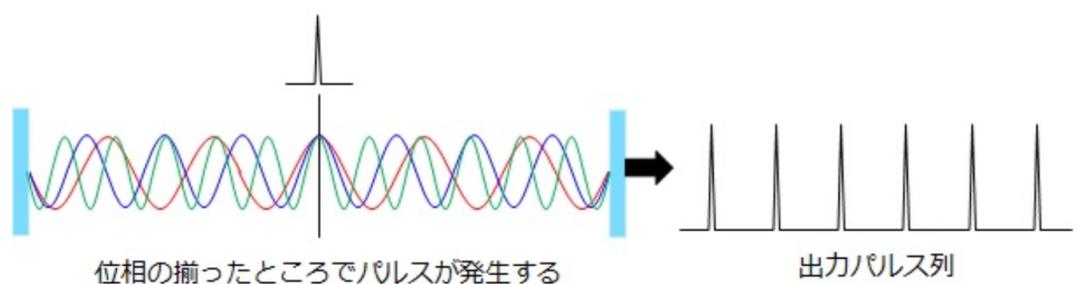


Fig. 1.12. (a)Schematic illustration of ML structure.[<https://www.fiberlabs.co.jp/tech-word/mode-locked-laser/> (2021/1/22)]

モードロックのかけ方には能動的な方法と受動的な方法がある。能動的な手法としては

音響，電気光学変調器といった変調器を共振器系に入れ，外部信号によってモードロックをかける．受動モードロックの方法としては前節で解説した可飽和吸収体を用いるものが主流となっている．その他強度によって光の屈折率が変化するカー効果を用いた受動モードロック手法も研究されている^[13]．

1.6 本研究の目的

モードロックレーザーは，利得媒質や可飽和吸収体の効果によってモードロックのかかった短パルスを出力することができる．Fig.1.13. に示すように微小共振器に対してそれらの媒質を添加，修飾することによる通信波長帯で動作する小型の受動モード同期レーザーの開発が検討されている．

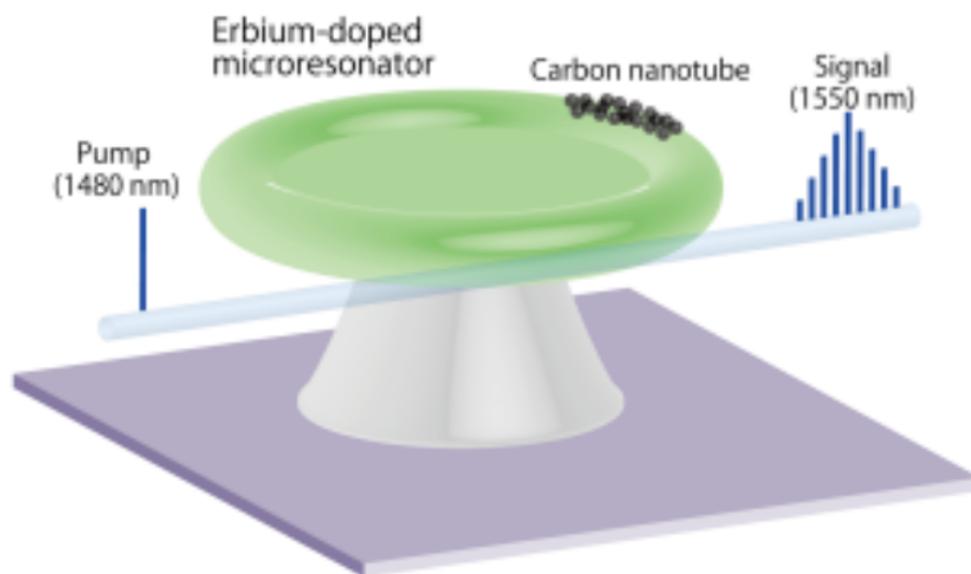


Fig. 1.13. Schematic illustration of on-chip mode-locked laser with CNT and Er-doped microtoroid.

しかし CNT 修飾などを行う工程でシリカトロイド共振器の性能は大きく落ち込んでしまう．本研究は Fig.1.13. に示したモデルとは異なり，利得媒質と可飽和吸収体を添加，修飾する共振器を別々にしたモデルを考え，その特性について単一共振器モデルとの比較を行った．繰り返し周波数が数 100 GHz と非常に高いレーザー光源としての性能が期待されているこのシリカトロイド共振器で，実際に高 Q 値でのパルス化が実現できれば，様々な分野での活躍が期待される．

第 2 部では共振器と導波路間の光の振る舞い，また共振器間での結合を計算する結合モード理論についてまとめる．また，光の伝搬を計算する際に必要となるスプリットステップフーリエ法についても説明する．第 3 部では単一共振器モデルについて，実際に作製可能なパラメータを用いて ML 動作可能な範囲の探索を行い，CNT 修飾による Q 値の落ち込みによる影響について調べる．第 4 部では第 3 部で得られた結果と比較しながら，共振器間の結合係数を変化させた際の ML 動作範囲の探索を行う．最後に本研究のまとめを第 5 部で行う．

第 2 部 原理

2.1 結合モード理論

結合モード理論 (Coupled-mode theory) は、導波路設計に用いるために生まれた理論である^[14]。近年では導波路設計の分野にとどまらず、微小光共振器の分野にもよく用いられており、共振器内や共振器と導波路間における光の伝搬をモデル化するために必要な理論となっている。Fig.2.1. のような共振器と導波路の結合モデルを考える。

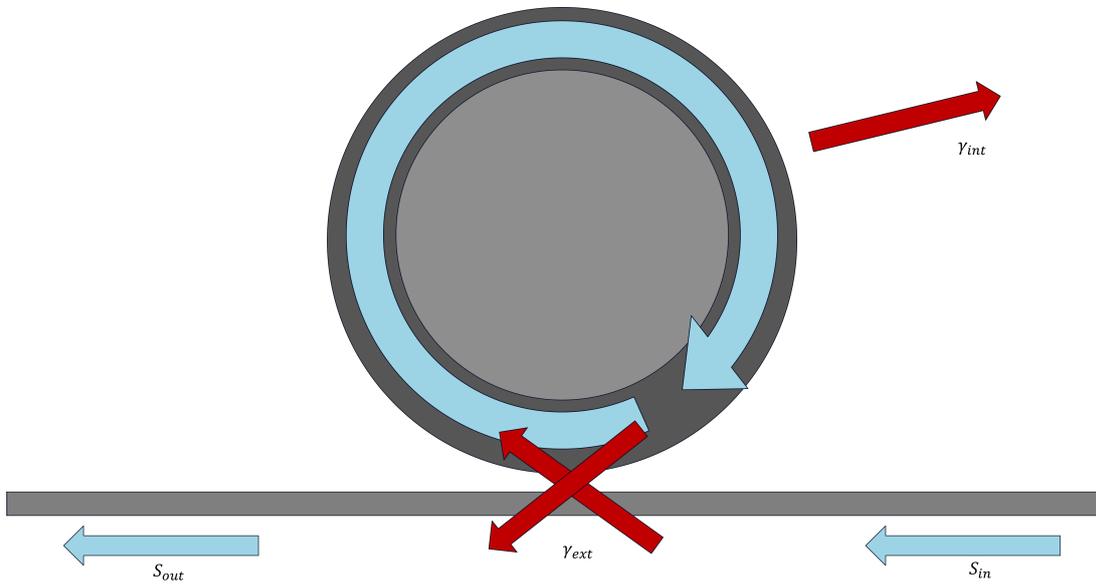


Fig. 2.1. Schematic illustration of coupled mode theory model with a side-coupled microresonator.

ここで S_{in} は入力光の振幅、 γ_{int} は共振器固有の損失、 γ_{ext} は共振器と導波路間の結合による損失を表す。共振器内のモード振幅 a の時間変化は次式によって与えられる。

$$\frac{da}{dt} = j\omega a - \frac{(\gamma_{int} + \gamma_{ext})a}{2} \quad (2.1.1)$$

$$\kappa = \sqrt{\frac{1}{\tau_{ext}}} \quad (2.1.2)$$

ここで、モード振幅の時間変化が 0 になる状態、定常状態を考えると、共振器内部のパ

ワ- a は

$$a = \frac{\kappa}{j(\omega_0 - \omega) - \left(\frac{\gamma_{int} + \gamma_{ext}}{2}\right)} \quad (2.1.3)$$

となる. 出力光 S_{out} は

$$S_{out} = S_{in} - \kappa a \quad (2.1.4)$$

のため, (2.1.3) 式及び (2.1.4) 式より入力光と出力光の関係が分かり, 透過率 T は

$$T = \left| \frac{S_{out}}{S_{in}} \right|^2 = \frac{(\omega_0 - \omega)^2 + \frac{1}{4}(\gamma_{int} - \gamma_{ext})^2}{(\omega_0 - \omega)^2 + \frac{1}{4}(\gamma_{int} + \gamma_{ext})^2} \quad (2.1.5)$$

と求まる. この式から透過率特性は Fig2.2. のようになる.

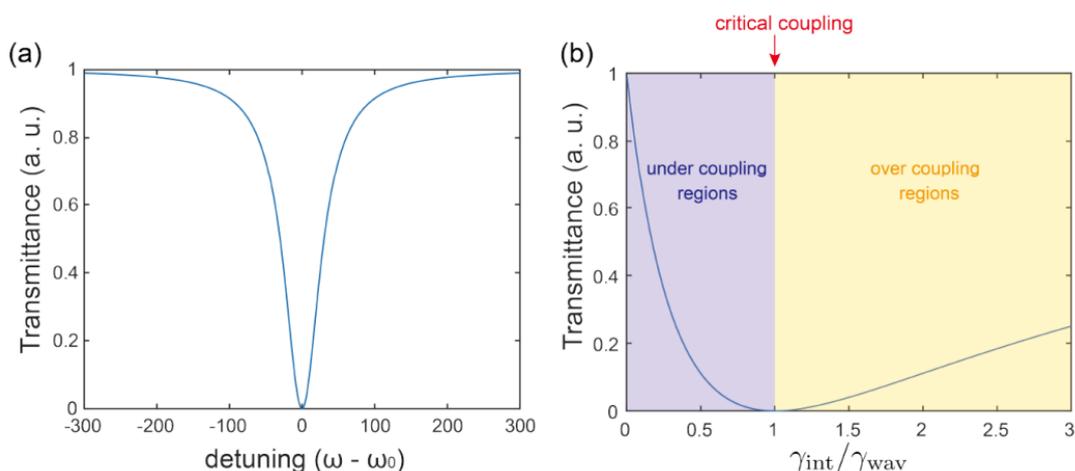


Fig. 2.2. (a) Transmission spectrum of a side-coupled cavity calculated by coupled mode theory. Critical coupling condition is assumed. (b) Minimum transmittance different coupling conditions. [Y. Honda, “シリカトロイド結合共振器によるブリルアン発振,” bachelor thesis (Keio University, 2017)].

(a) より $\omega = \omega_0$ のとき, つまり入力した周波数が共振器の共振周波数と同じになるとき, 透過率は最小の値になることがわかる. (a) では $\gamma_{int} = \gamma_{ext}$ の場合を考えており, 透過率の最小値は 0 となっている. このように共振器の損失と結合損失が等しい場合を critical coupling と呼ぶ.

結合係数が増える場合, 透過率の最小値は (2.1.5) 式より変化する. $\omega = \omega_0$ とし結合条件を変化させた場合の透過率の最小値を Fig2.2.(b) に示す. $\gamma_{int} > \gamma_{ext}$ の場合, つまり共振器と導波路の結合が弱い場合, 導波路側のモード振幅が共振器から結合されるモード振幅よりも大きくなり, 最低透過率が 0 にならないことが伺える. 同様に $\gamma_{int} < \gamma_{ext}$ の場合, 結合が強くと導波路側のモード振幅よりも共振器側のモード振幅が大きくなるこ

とにより最低透過率が増加する。critical coupling よりも結合が弱い条件のことを under coupling と呼び、実験的には導波路と共振器間の距離を大きくすることに対応する。反対に critical coupling よりも結合が強い場合のことを over coupling と呼び、結合系の距離を小さくすることに対応する。

2.2 スプリットステップフーリエ法

2.2.1 概要

媒質中の光の伝搬は非線形シュレディンガー方程式を解くことによってシミュレーションすることが可能となる。パルス伝搬の問題を解くために用いられてきた手法の1つに、有限差分法があげられる。なかでもスプリットステップフーリエ法は他の有限差分法と比べて計算が速いため頻繁に用いられる^[15]。スプリットステップフーリエ法が最初に用いられたのは1973年であり、それ以降大気中の波動の伝搬や半導体レーザー、導波結合器等、光学の問題に幅広く用いられる。この方法を用いる場合、初めに非線形シュレディンガー方程式の線形成分と非線形成分を以下のように分け、見通しをよくする。

$$\frac{\partial A}{\partial z} = (\hat{D} + \hat{N})A \quad (2.2.6)$$

$$\hat{D} = -\frac{i}{2}\beta_2 \frac{\partial^2}{\partial T^2} \quad (2.2.7)$$

$$\hat{N} = i\gamma|A|^2 \quad (2.2.8)$$

\hat{D} は線形媒質の分散及び吸収を表す微分演算子であり、 \hat{N} は非線形演算子を表しており、ファイバーの非線形性の影響を示す。スプリットステップフーリエ法は線形の効果と非線形の効果が独立に作用するものと仮定し別々に計算を行うため、このように項を分る。光が z から $z+h$ まで距離 h だけ伝搬するとした場合、次のようにステップを分けて計算を行う。

ステップ1 線形性のみを考慮した h 伝搬

非線形効果はないものとして計算を行うため、上式は $\frac{\partial A}{\partial z} = \hat{D}A$ となる。よって

$$A(z+h, T) = \exp\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right)A(z, T) \quad (2.2.9)$$

となる.

ステップ 2 非線形性のみを考慮

今度は線形項を無視して計算を行うため, 上式は $\frac{\partial A}{\partial z} = \hat{N}A$ となる. よって

$$A(z+h, T) = \exp(h\hat{N})\exp(h\hat{D})A(z, T) \quad (2.2.10)$$

となる.

ステップ 1, 2 を繰り返し行うことにより, 微小距離 h を何度も進む計算を行い, 長距離の伝搬についても計算が可能となっている. また, 角周波数 ω はフーリエ空間の周波数を表しており, フーリエ空間では \hat{D} が単なる数として扱うことができる. FFT のアルゴリズムを用いることにより上式の計算を素早く行うことが可能となり, スプリットステップフーリエ法がほかの有限差分法に比べて計算速度が速い理由の 1 つとなっている.

2.2.2 計算方法と精度

スプリットステップフーリエ法は, 本来であれば同時に起こる線形効果と非線形効果を別々に分けて計算を行うが, そのため必ず誤差が生じる. 線形効果と非線形効果を別々に分けた場合と分けない場合では距離 h 伝搬した後の解はそれぞれ

$$A(z+h, T) = \exp(h\hat{N})\exp(h\hat{D})A(z, T) \quad (2.2.11)$$

$$A(z+h, T) = \exp[h(\hat{D} + \hat{N})]A(z, T) \quad (2.2.12)$$

となる. この差が誤差となる. これらの差はベーカー・キャンベル・ハウズドルフの公式

$$\exp(\hat{a})\exp(\hat{b}) = \exp(\hat{a} + \hat{b} + \frac{1}{2}[\hat{a}, \hat{b}] + \frac{1}{12}[\hat{a} - \hat{b}, [\hat{a}, \hat{b}]] + \dots) \quad (2.2.13)$$

において $\hat{a} = h\hat{D}$ および $\hat{b} = h\hat{N}$ とすることで求まる. 主要な誤差 e は

$$e = \frac{1}{2}[h\hat{D}, h\hat{N}] = \frac{1}{2}h^2[\hat{D}, \hat{N}] \quad (2.2.14)$$

となり, スプリットステップフーリエ法はステップ幅 h の 2 次の精度を持った計算方法であることがわかる.

ステップ幅 h を小さくすることにより計算精度を高めることが可能となるが, ほかに計算方法を変えることでも精度を高めることが可能となる.

精度を高める手法の 1 つに, 対称化されたスプリットステップフーリエ法があげられる. 模式図を Fig.2.3. に示す.

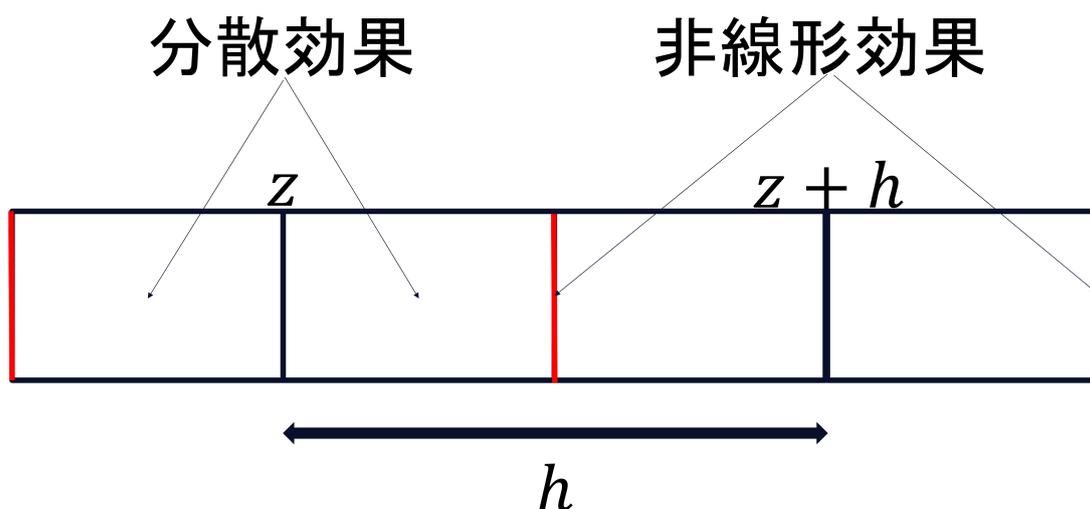


Fig. 2.3. Pattern diagram of split step fourier method.

具体的には，距離 h の伝搬を次のステップで計算する．

ステップ 1 線形性のみを考慮した $h/2$ 伝搬

非線形効果はないものとして計算を行うため，上式は $\frac{\partial A}{\partial z} = \hat{D}A$ となる．よって

$$A(z + \frac{h}{2}, T) = \exp(\frac{h}{2}\hat{D})A(z, T) \quad (2.2.15)$$

となる．

ステップ 2 非線形性のみを考慮

今度は線形項を無視して計算を行うため，上式は $\frac{\partial A}{\partial z} = \hat{N}A$ となる．よって

$$A(z + \frac{h}{2}, T) = \exp(h\hat{N})\exp(\frac{h}{2}\hat{D})A(z, T) \quad (2.2.16)$$

となる．

ステップ 3 線形性のみを考慮した $h/2$ 伝搬

非線形効果はないものとして再び計算を行うため

$$A(z + h, T) = \exp(\frac{h}{2}\hat{D})\exp(h\hat{N})\exp(\frac{h}{2}\hat{D})A(z, T) \quad (2.2.17)$$

となる．先程と異なる点は，線形効果の間に非線形効果を挟み計算を行う点である．

さらに精度を高める方法の 1 つに，台形公式を用いる計算方法がある．先程の積分項を $hN(z)$ で近似するのではなく，

$$\int_z^{z+h} \hat{N}(z')dz' \simeq \frac{h}{2}[\hat{N}(z) + \hat{N}(z+h)] \quad (2.2.18)$$

のように計算を行うことでより精度の高い近似となる。注意点としては、中間点 $z + \frac{h}{2}$ の時点で $N(z + h)$ の値が求められていないため、初期値を $N(z)$ として反復法を用いる必要があるという点である。反復法により計算量は増えるものの、精度の高い計算となるためステップ幅 h を大きくとることができ、結果的に計算時間を短縮することが可能となる。

第3部

利得媒質及び可飽和吸収を有する微小光共振器

3.1 計算モデル

第2部原理にて説明したように、微小光共振器に対して E_r を付与すると、それが利得媒質として働く。また可飽和吸収体である CNT を修飾すると受動モードロックをかけることが可能となる。これらの効果を持った微小光共振器内部の光の振る舞いは

$$Tr \frac{\partial}{\partial T} A(t, T) = \left(-iL \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + iL\gamma |A(t, T)|^2 \right) A(t, T) + [g_{Tr}(T) - (l_{Tr} + \alpha_{Tr}(t, T))] A(t, T) \quad (3.1.1)$$

と表される。ここで $g_{Tr}(T)$ は共振器一周当たりの利得、 l_{Tr} は共振器損失、 $\alpha_{Tr}(t, T)$ は可飽和吸収による損失である。

本研究の目的は結合共振器モデルを用いた ML 動作の確認である。初めに単一共振器モデルにおいて、共振器性能による光の振る舞いの変化について調査した。

3.2 シミュレーション結果

微小光共振器に付与する利得媒質の量、可飽和吸収体の量を変化させ、モードロックに必要な条件を探す。シミュレーションは式 (3.1.1) をスプリットステップフーリエ法によって解いた。シミュレーションに用いた値を Table.3.1. に示す。

Table. 3.1. Parameters used in the simulation for one cavity NLSE

Parameter	Value
Intrinsic Q	1×10^8
Cavity length L	$600\pi \mu\text{m}$
Modulation depth α_0	$10^{-4} \sim 10^{-2}$
Gain g_0	$10^{-4} \sim 10^{-1}$
Refractive index n_0	1.44
Nonlinear refractive index n_2	$2.2 \times 10^{-20} \text{ m}^2/\text{W}$
Effective nonlinear mode area A_{eff}	$21.28 \mu\text{m}^2$
Dispersion β_2	$-12.24 \text{ ps}^2/\text{km}$
Saturation energy I_{sat}	$15 \text{ MW}/\text{cm}^3$
Center wavelength λ_0	1550 nm
Round-Trip Time T_r	9.05 fs
Execution time T_{final}	$4.52 \times 10^{-5} \text{ s}$

3.2.1 $Q = 10^8$ の場合

初めに共振器の $Q = 10^8$ の場合について解析を行った。この性能は本研究の対象であるシリカトロイド共振器で達成可能とされる数値である。解析結果を Fig.3.1. に示す。

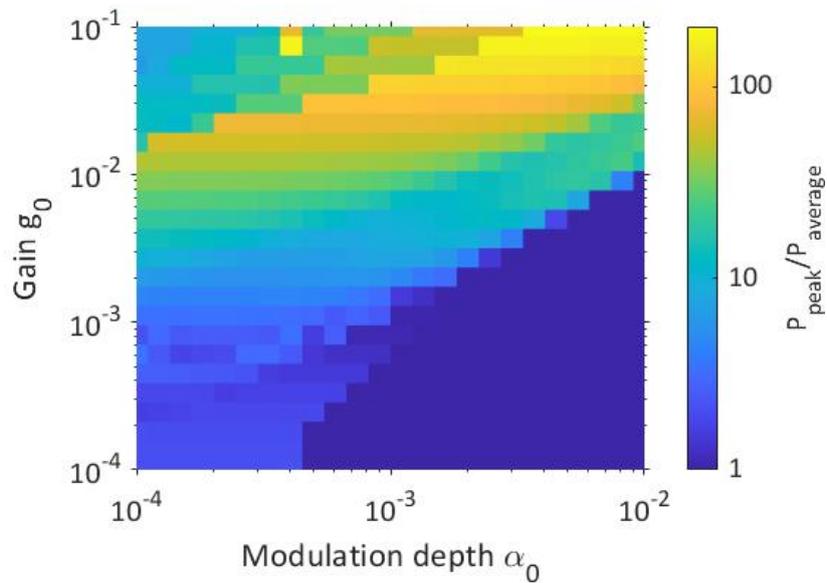


Fig. 3.1. Colormap showing the ratio of the peak power to the average power. Q is 10^8 .

カラーマップの縦軸は利得媒質である Er 量を示し、横軸は可飽和吸収体である CNT 量を示す。またマップ内の陰影はピークパワーと平均パワーの比となっており、比の大きい緑色から黄色の領域ではモードロックがかかりパルス化されている。対して青色の領域ではピークパワーと平均パワーがほぼ同じであり、連続波となっている。この場合モードロックをかけるために必要な利得量は、 $g_0 = 2 \times 10^{-3}$ とわかった。

3.2.2 $Q = 5 \times 10^6$ の場合

利得媒質や可飽和吸収体が付与されない場合、 Q 値が 10^8 となる微小トロイド共振器の作製が可能となる。しかし利得媒質を付与した場合や、可飽和吸収体である CNT を修飾させた場合、共振器性能は悪化してしまう。CNT 修飾を行ったトロイド共振器の Q 値はおよそ 5×10^6 のものが作製されているため、その性能の場合についても先述の 3.2.1 と同様に解析を行った。解析結果を Fig.3.2. に示す。

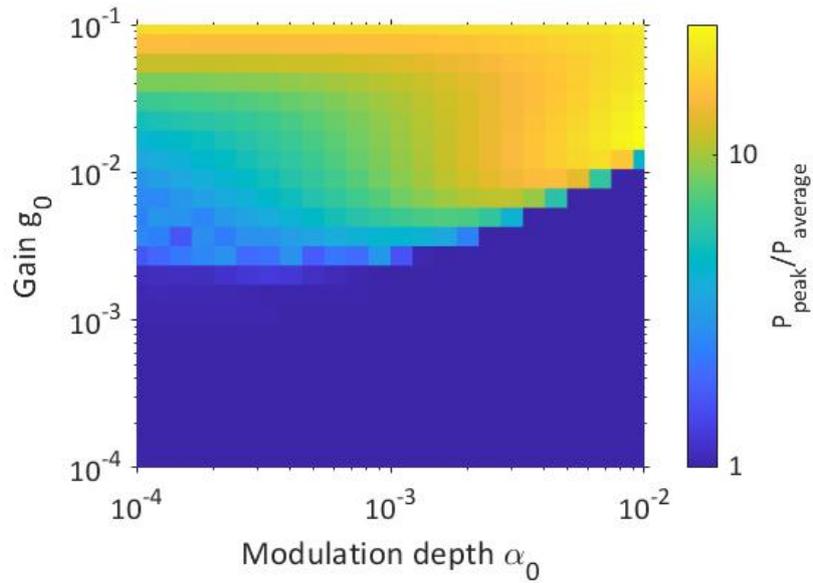


Fig. 3.2. Colormap showing the ratio of the peak power to the average power. Q is 5×10^6 .

先述の 3.2.1 と比べ共振器の性能が低下したため、モードロックのかかる領域に変化が起きたとわかる。この場合、モードロックに必要な最低利得は、 $\alpha_0 = 10^{-3}$ の時に $g_0 = 10^{-2}$ であることがわかった。現在の Er 添加微小トロイド共振器の作製手法では、共振器サイズが $300 \mu\text{m}$ の場合、 $g_0 = 10^{-3}$ 程度までしか付与できないため、CNT 修飾を行う場合共振器性能が不足しモードロックをかけることが難しい。このため次章において Er 添加共振器および CNT 修飾を施した共振器を別々に分け、これらの結合モデルについて考察を行い、また同様に解析を行う。

第 4 部

結合共振器モデルの解析

4.1 計算モデル

第 3 部では Er を利得媒質として用い、CNT を可飽和吸収体として用いた微小光共振器の系について解析した。第 4 部では利得媒質を付与する共振器と可飽和吸収体を修飾した共振器を別々に分け、これらの共振器を結合させた系について考察し、また解析を行った。Fig.4.1. に結合共振器の系を示す。

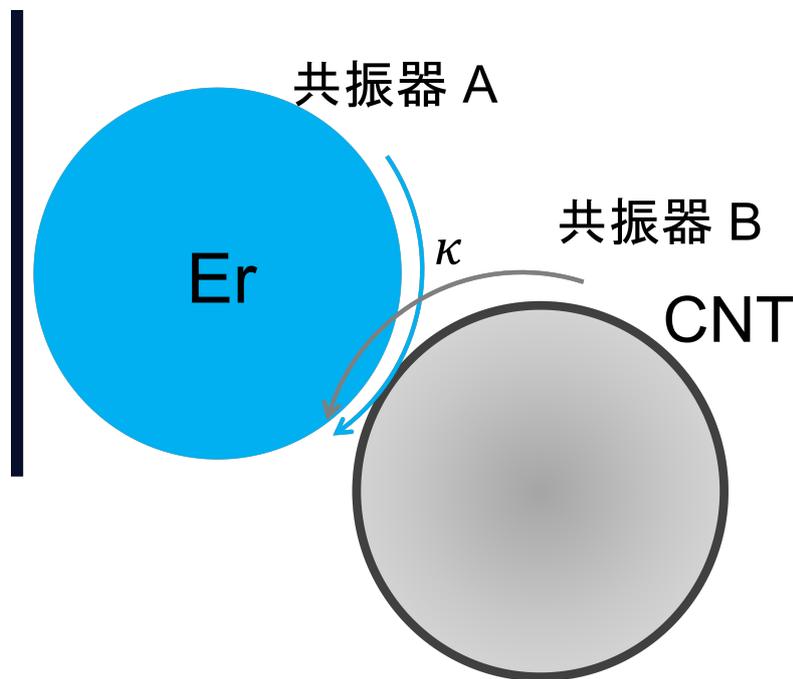


Fig. 4.1. Coupling model of two resonators. Cavity A is Er-doped and Cavity B is modified CNT.

共振器 A は利得媒質である Er が付与されており、共振器 B には可飽和吸収体である CNT を修飾している。各共振器の結合度合いは結合係数 κ によって決められる。各共振器内の光の振る舞いは非線形シュレディンガー方程式によって表すことができる。共振器 A の振る舞いは、

$$Tr \frac{\partial}{\partial T} A(t, T) = (-iL \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + iL\gamma |A(t, T)|^2) A(t, T) + [g_{Tr}(T) - l_{Tr}] A(t, T) - \frac{\kappa}{2} A(t, T) + i \frac{\kappa}{2} B(t, T) \quad (4.1.1)$$

で表され、共振器 B 内の光の様子は

$$Tr \frac{\partial}{\partial T} B(t, T) = (-iL \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + iL\gamma |B(t, T)|^2) B(t, T) - [l_{Tr} + \alpha_{Tr}(t, T)] B(t, T) + i \frac{\kappa}{2} A(t, T) - \frac{\kappa}{2} B(t, T) \quad (4.1.2)$$

によって表すことができる。それぞれ利得媒質 $g_{Tr}(T)$ 、可飽和吸収体 $\alpha_{Tr}(t, T)$ の効果のみを考慮した式となっており、また式の最終項には結合による影響が記されている。これらの式をスプリットステップフーリエ法によって解き、光の振る舞いを調べた。使用したパラメータを Table.4.1. に示す。

Table. 4.1. Parameters used in the simulation for Coupled resonator model

Parameter	Value of A	Value of B
Intrinsic Q	1×10^8	5×10^6
External Q	$10^6 \sim 10^8$	$10^6 \sim 10^8$
Cavity length L	$600\pi \mu\text{m}$	$600\pi \mu\text{m}$
Modulation depth α_0	0	$10^{-4} \sim 10^{-2}$
Gain g_{Tr}	$10^{-4} \sim 10^{-1}$	0
Refractive index n_0	1.44	1.44
Nonlinear refractive index n_2	$2.2 \times 10^{-20} \text{ m}^2/\text{W}$	$2.2 \times 10^{-20} \text{ m}^2/\text{W}$
Effective nonlinear mode area A_{eff}	$21.28 \mu\text{m}^2$	$21.28 \mu\text{m}^2$
Dispersion β_2	$-12.24 \text{ ps}^2/\text{km}$	$-12.24 \text{ ps}^2/\text{km}$
Saturation energy I_{sat}	15 MW/cm ³	15 MW/cm ³
Center wavelength λ_0	1550 nm	1550 nm
Round-Trip Time T_r	4.63 ps	9.05 fs
Delta Time δt	9.05 fs	9.05 fs
Execution time T_{final}	$4.52 \times 10^{-5} \text{ s}$	$4.52 \times 10^{-5} \text{ s}$

共振器長はどちらも $300 \mu\text{m}$ として考えており、Er を付与した共振器の Q 値は 10^8 、CNT 修飾した共振器の Q 値は 5×10^6 としている。これらの値は実際の実験で達成可能な数値を用いた。それぞれの共振器に付与、修飾する量を第 3 部の場合と同様に変化させ、加えて結合度合いによって振る舞いがどのように変化するかについて調査を行った。

4.2 シミュレーション実行結果

4.2.1 $Q_c = 10^6$ の場合

まず, $Q_c = 10^6$ の場合の結果を Fig.4.2. に示す. また比較として第3部に示した, 単一共振器で Q 値が 5×10^6 の場合の結果を Fig.4.3 として再掲する.

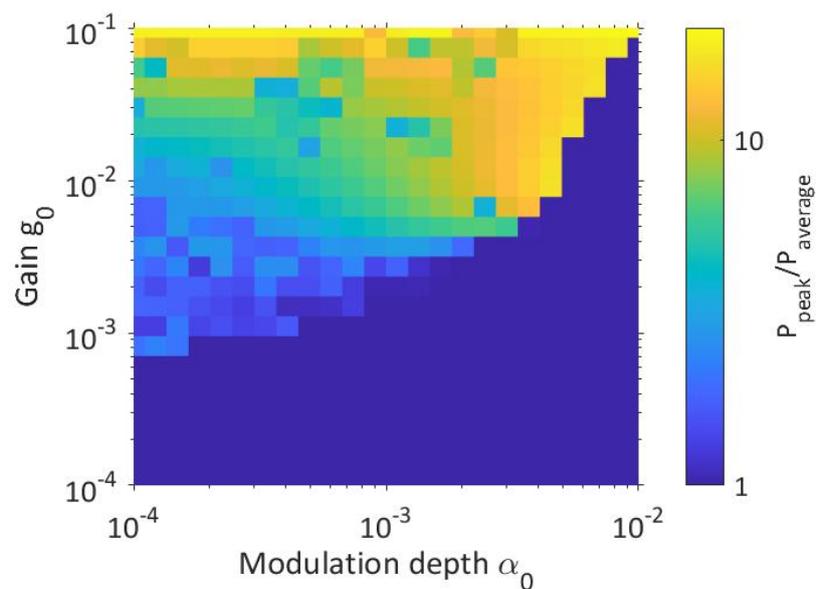


Fig. 4.2. Colormap showing the ratio of the peak power to the average power. Q_{coupling} is 10^6 .

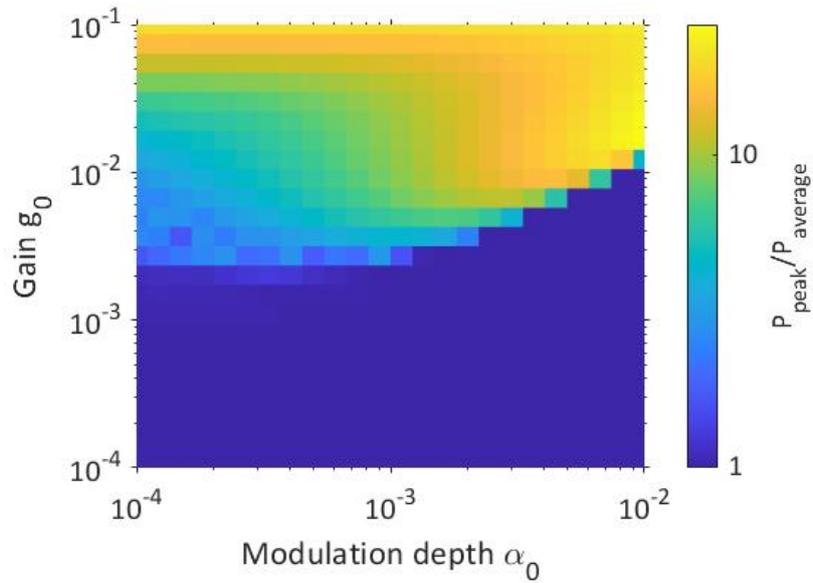


Fig. 4.3. Same as Fig(3.2.). Colormap showing the ratio of the peak power to the average power. Q is 5×10^6 .

細やかな違いはあるものの結合共振器モデルの結果と単一共振器モデルの結果が非常に似通っていることがわかる。これは共振器間の結合が非常に強い場合を想定しているため、共振器 A から B へと大部分の光が入り込み、結合共振器系全体の性能が B の性能に大きく依存してしまったためと考えられる。この場合モードロックに必要な最低利得はカラーマップの結果から $g_0 = 10^{-2}$ となり、単一共振器モデルとほぼ変わらないことが分かった。

4.2.2 $Q_c = 10^8$ の場合

次に、共振器間の結合を 2 桁弱めた $Q_c = 10^8$ の場合の結果を Fig.4.4. に示す。またカラーマップ内の点における各共振器内の光の様子を Fig.4.5. に示す。

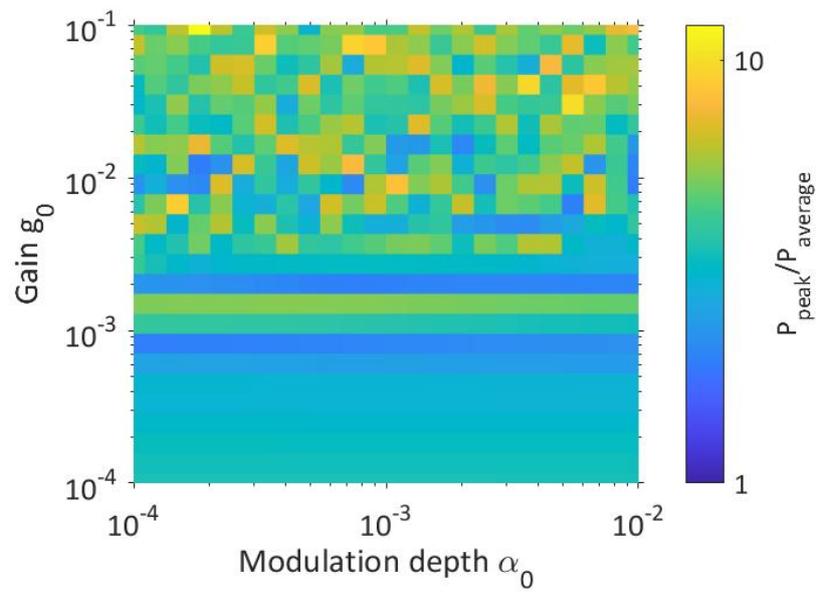


Fig. 4.4. Colormap showing the ratio of the peak power to the average power. Q_{coupling} is 10^8 .

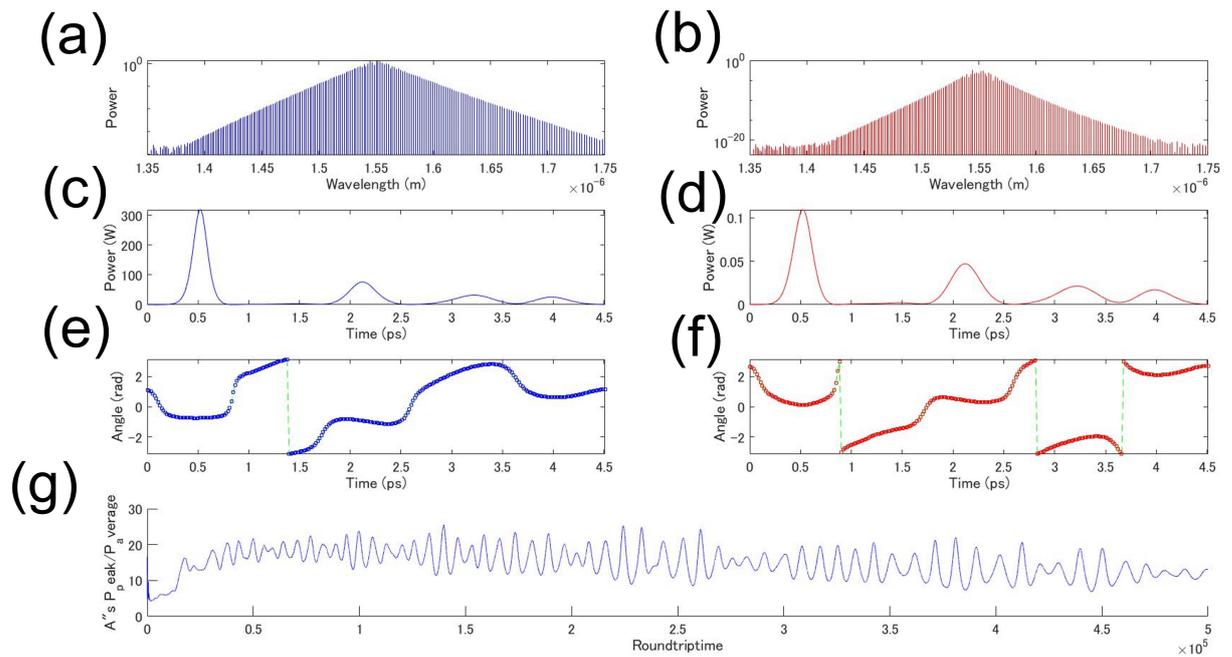


Fig.4.5. Graphs showing the light state of resonator A(blue) and B(red). $Q_{coupling}$ is 10^8 . (a)(b) showing the wavelength in which power exists. (c)(d) showing where the power of light exists in each cavity. (e)(f) showing the information of light phase in each cavity. (g) showing the changes of ratio of the peak power to the average power in resonator A with the roundtrip time.

共振器 A に付与する利得媒質の量が一定以上の領域において、カラーマップが斑紋となっていることがわかる。Fig.4.5.(c)(d) をみると共振器内において光がパルス化していない様子が確認できる。また Fig.4.5.(e)(f) の位相情報もランダムとなっており、共振器内の光のパワーが安定していないことが Fig.4.5.(g) よりわかる。先程と比べて共振器間の結合が 2 桁弱まったことにより、共振器 A から共振器 B への光の入り込みがほぼ発生せず、これにより系の可飽和吸収量が不足し、光のパルス化が発生しなかったと考えられる。

4.2.3 最適な結合効率

共振器間の結合が余りに強い場合、系全体の Q 値が低くなりモードロックに必要な利得が高まり、結合が余りに弱い場合系全体の可飽和吸収量が不足することが分かった。このため結合効率を変化させ、なるべく低い利得でのモードロックが確認できるような結合効率を、 Q_c を変化させて探索した。その結果 $Q_c = 5 \times 10^7$ において単一共振器モデルの場合に比べて低い利得でのモードロック領域が確認された。結果を Fig.4.6. に示す。

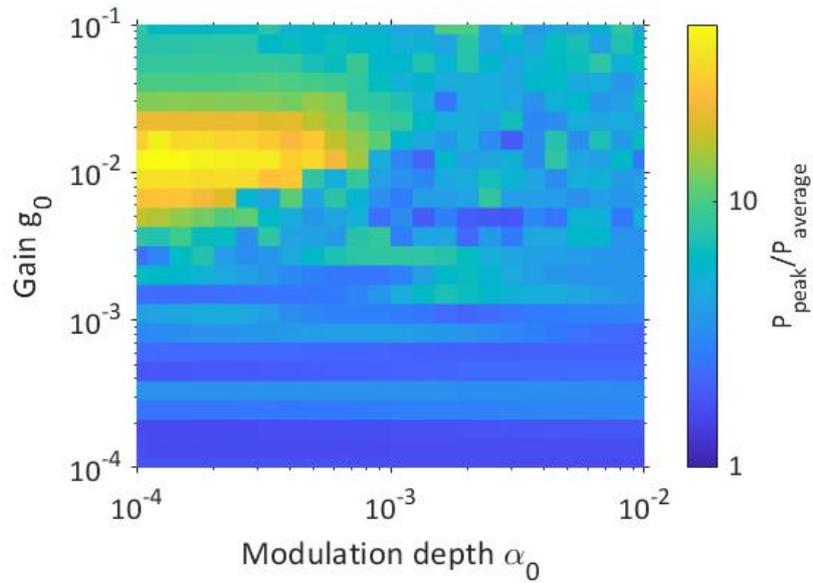


Fig. 4.6. Colormap showing the ratio of the peak power to the average power. $Q_{coupling}$ is 5×10^7 .

この場合モードロックに必要な最低利得は変調深度 $\alpha_0 = 10^{-4}$ の場合に $g_0 = 6 \times 10^{-3}$ であるとわかった。またこの場合パルスの鋭さを示す半値全幅 $\Delta t \Delta \nu = 0.403$ である。

4.2.4 より低い変調深度の振る舞い

先述の Fig.4.6. の結果を見ると、カラーマップに表示された範囲のさらに左側、つまり可飽和吸収体の修飾量がより低い場合について、モードロックのかかる領域がさらに広がっている可能性が考えられる。そのため微小光共振器 B に修飾する CNT の量をさらに 1, 2 桁下げた場合についての様子を調べた。その結果を Fig.4.7. に示す。またカラーマップ内の点における各共振器内の光の様子を Fig.4.8. に続けて示す。

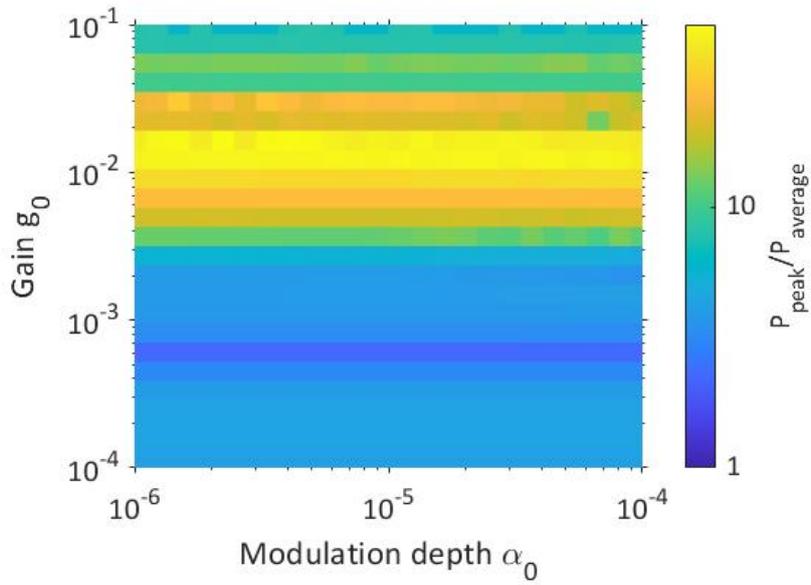


Fig. 4.7. Result when $\alpha_0 = 10^{-6} \sim 10^{-4}$. $Q_{coupling}$ is 5×10^7 .

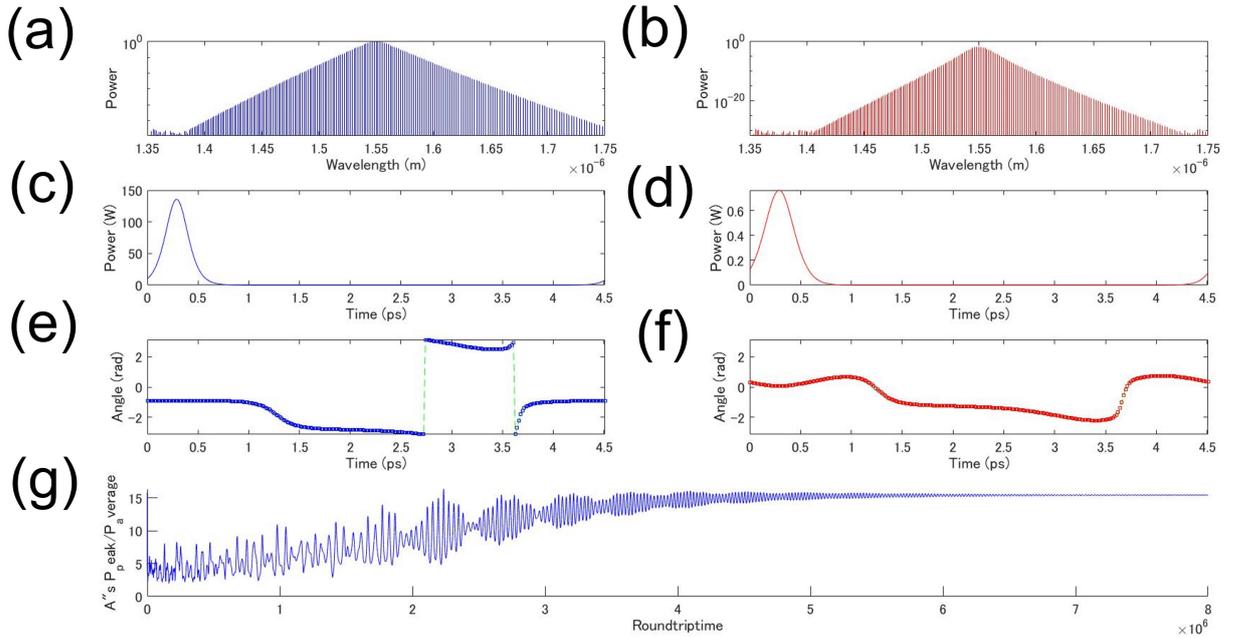


Fig. 4.8. Graphs showing the light state of resonator A(blue) and B(red). $Q_{coupling}$ is 5×10^7 . (a)(b) showing the wavelength in which power exist. (c)(d) showing where the power of light exists in each cavity. (e)(f) showing the information of light phase in each cavity. (g) showing the changes of ratio of the peak power to the average power in resonator A with the roundtriptime.

Fig4.7. のカラーマップより, Fig.4.6. に比べより利得媒質の少ない領域でのモードロックの可能性が分かった. Fig.4.7. の $\alpha_0 = 10^{-6}, g_0 = 4 \times 10^{-3}$ の点について調べたところ, Fig.4.8. よりモードロックがかかっていることが分かった. そのパラメータにおいて半値全幅を調べたところ, $\Delta t \Delta \nu = 0.422$ であった. Fig.4.6. の変調深度が二桁大きい場合と比べパルスの鋭さは落ちるものの, より小さい利得媒質量でモードロックがかけられることがわかった.

4.2.5 共振器 B に利得媒質を付与した際の振る舞い

4.2.4 までは共振器 A には利得媒質, 共振器 B には可飽和吸収体のみを付与, 修飾したモデルの解析を行った. これは可飽和吸収体である CNT を修飾する際に共振器の性能が低くなってしまうことが理由である. その後実験が進み, 利得媒質と可飽和吸収体の両方を有する微小光共振器の場合, CNT 修飾のみを行った共振器と同じ程度の性能を保てることがわかった. この結果から計算モデルを変更し, 共振器 B にも A と同等の量の利得媒質を付与した系を新たに考案し, 計算による解析を行った. 計算するモデルを Fig.4.9. に示す.

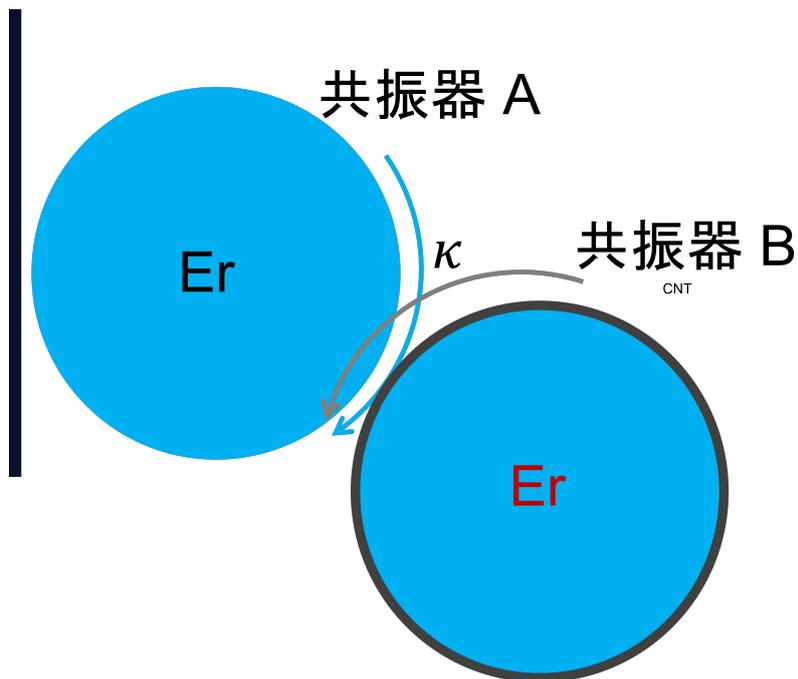


Fig. 4.9. New coupling model of two resonators. Cavity A is Er-doped and Cavity B is both Er-doped and modified CNT.

共振器Bに利得媒質を付与したことにより，非線形シュレディンガー方程式は次のようになる．

$$Tr \frac{\partial}{\partial T} B(t, T) =$$

$$\left(-iL \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + iL\gamma |B(t, T)|^2 \right) B(t, T) + [g_{Tr}(T) - (l_{Tr} + \alpha_{Tr}(t, T))] B(t, T) + i \frac{\kappa}{2} A(t, T) - \frac{\kappa}{2} B(t, T)$$

(4.2.3)

4.2.4 までと同じように結合効率を徐々に変化させ光の振る舞いを調べた．その結果前のモデルの場合パルス化が困難であった，共振器間の結合効率が $Q_c = 10^8$ の場合にモードロック領域が確認された．結果を Fig.4.10. に示す．またカラーマップ内の点における各共振器内の光の様子を Fig.4.11. に続けて示す．

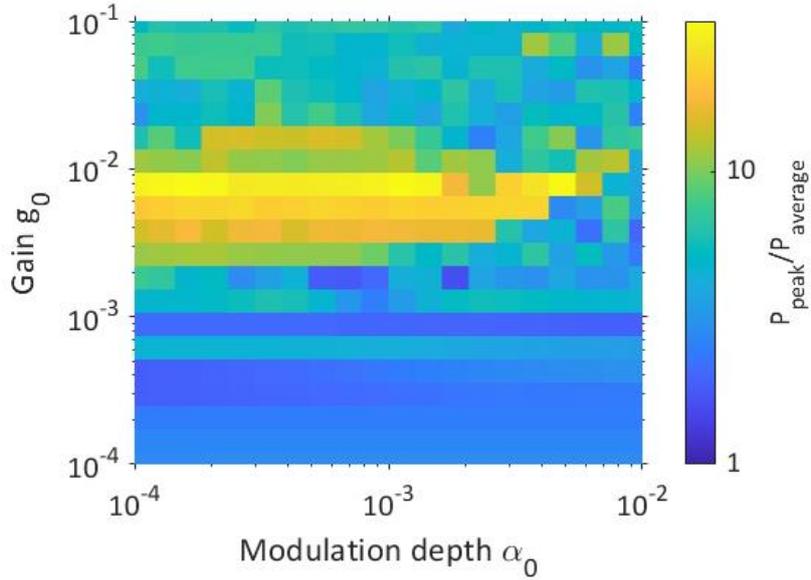


Fig. 4.10. Colormap showing the ratio of the peak power to the average power. Cavity B is both Er-doped and modified CNT. $Q_{coupling}$ is 5×10^7 .

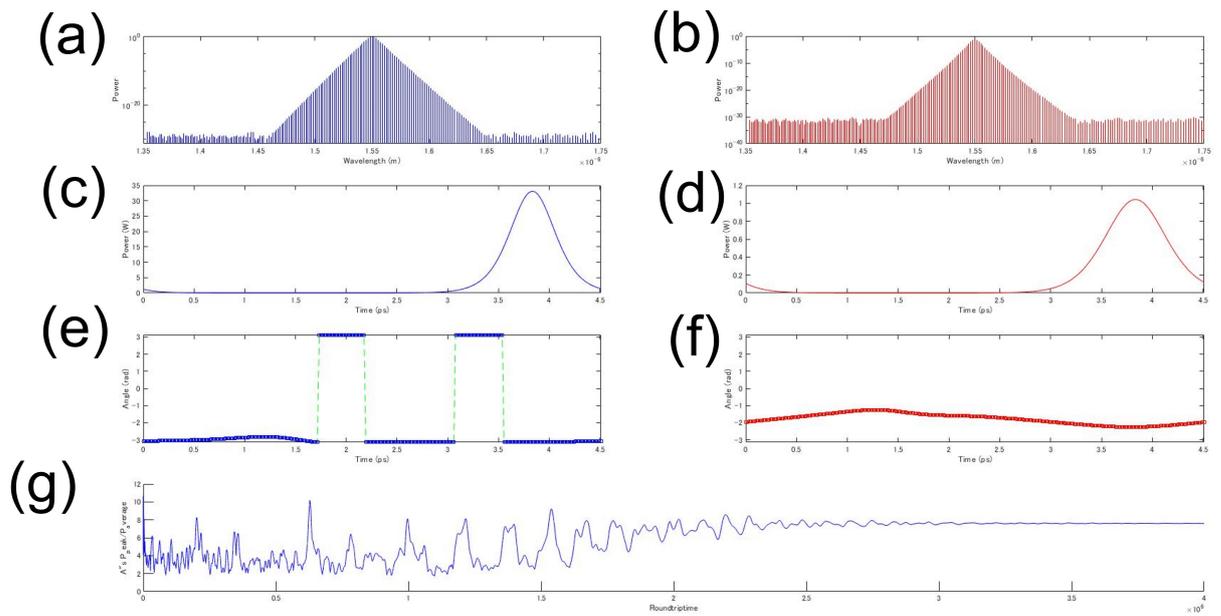


Fig. 4.11. Graphs showing the light state of resonator A(blue) and B(red). $Q_{coupling}$ is 10^8 . Cavity B is both Er-doped and modified CNT. (a)(b) showing the wavelength in which power exist. (c)(d) showing where the power of light exist in each cavity. (e)(f) showing the information of light phase in each cavity. (g) showing the changes of ratio of the peak power to the average power in resonator A with the roundtrip time.

Fig.4.11.(g)を見ると、モードロックに長時間を必要とするが、最終的に共振器内の光が安定化したとわかる。共振器 B に利得媒質を付与したことにより、4.2.4 までは可飽和吸収や共振器損失によって存在しなかった B から A へと戻る光が確保され、共振器間の相互作用が維持されたと考えられる。そのため弱い結合の場合にも光のパルス化が可能になり、結果として必要利得 $g_0 = 2 \times 10^{-3}$ でのモードロックが可能とわかった。

第5部

結論

本研究の結論

本研究は小型モード同期レーザの開発に向けた結合共振器モデルについての研究であり、主に三つのことが確認された。

一つ目は、共振器間の結合係数を適切に設定することにより単一共振器の場合に比べてモードロックに必要な利得を小さくすることが可能となる点である。共振器間の結合が $Q_c = 10^8$ と弱い場合、CNT を付与した共振器へとほとんど光が入り込まず、過飽和吸収の効果が十分に発揮されずパルス化されない。また共振器間の結合が $Q_c = 10^6$ と非常に強い場合、光の多くが CNT 側へと入り込み、系全体の性能が CNT を付与した共振器のそれに偏向する。結合が $Q_c = 5 \times 10^7$ の場合、必要な最低利得が $g_0 = 6 \times 10^{-3}$ 程度においてモードロックが可能であるとわかった。

二つ目は、共振器に付与する CNT の量をさらに 10^{-2} 倍した場合、パルス自体の鋭さは落ちるものの、モードロックに必要な最低利得をさらに小さくすることが可能となる点である。CNT の量が減ることにより可飽和吸収量が下がり、パルスを急峻化させる力は減退するものの、系全体の損失を抑制することが可能であり、結果としてモードロックに必要な利得を小さくすることにつながった。

三つ目は、計算モデルをさらに変更し、CNT を付与する共振器にも利得媒質である Er を添加した場合を考え、その結果以前の CNT のみを修飾したモデルではパルス化が難しかった結合係数においてもモードロックが可能となったという点である。CNT を付与した共振器に利得媒質を付与したことにより、その共振器内に入り込んだ光が損失により 0 とならない領域が発生し、2つの共振器間で光の相互作用が起こる。その結果共振器間の結合が $Q_c = 10^8$ の場合に必要な最低利得が $g_0 = 2 \times 10^{-3}$ でのモードロックが確認された。

参考文献

- [1] Kerry J. Vahala. Optical microcavities. *Nature*, Vol. **424**, pp. 839–846, 2003.
- [2] Lan Yang and K. J. Vahala. Gain functionalization of silica microresonators. *Optics Letters*, Vol. **28**, No. 8, pp. 592–594, 2003.
- [3] Ganapathy Senthil Murugan, James S. Wilkinson, and Michalis N. Zervas. Selective excitation of whispering gallery modes in a novel bottle microresonator. *Optics Express*, Vol. **17**, No. 14, pp. 11916–11925, 2009.
- [4] J.R. Clark, W.-T. Hsu, M.A. Abdelmoneum, and C.T.-C. Nguyen. High-q uhf micromechanical radial-contour mode disk resonators. *IEEE Xplore*, Vol. **14**, No. 6, pp. 1298–1310, 2005.
- [5] D. K. Armani, T. J. Kippenberg, S. M. Spillane, and K. J. Vahala. Ultra-high-q toroid microcavity on a chip. *Nature*, Vol. **421**, pp. 925–928, 2003.
- [6] Anatoliy A. Savchenkov, Vladimir S. Ilchenko, Andrey B. Matsko, and Lute Maleki. Kilohertz optical resonances in dielectric crystal cavities. *PHYSICAL REVIEW A*, 2004.
- [7] W. Liang, A. A. Savchenkov, A. B. Matsko, V. S. Ilchenko, D. Seidel, and L. Maleki. Generation of near-infrared frequency combs from a mgf2 whispering gallery mode resonator. *Optics Letters*, Vol. **36**, No. 12, pp. 2290–2292, 2011.
- [8] Mark A Lantina, Santiago A Sibayan, Dong H Shin, Robert J Noecker, and George Marcellino. Q-switched 532-nm nd:yag laser trabeculoplasty (selective laser trabeculoplasty): A multicenter, pilot, clinical study. *Ophthalmology*, Vol. **105**, No. 11, pp. 2089–2090, 1998.
- [9] David Boivin, Thomas Föhn, Ekaterina Burov, Alain Pastouret, Cédric Gonnet, Olivier Cavani, Christine Collet, and Simon Lempereur. Quenching investigation on new erbium doped fibers using mcvd nanoparticle doping process. *Proc.SPIE*, 2010.
- [10] G. Sobon, P. Kaczmarek, and K. M. Abramski. Erbium ytterbium co-doped fiber amplifier operating at 1550nm with stimulated lasing at 1064nm. *Optics Communications*, Vol. **285**, No. 7, pp. 1929–1933, 2012.
- [11] JOHN J. Degnan. Theory of the optimally coupled q-switched laser. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, Vol. **25**, No. 2, pp. 214 – 220, 1989.

- [12] M. J. Damzen and Henry Hutshinson. Laser pulse compression by stimulated brillouin scattering in tapered waveguides. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, Vol. **19**, No. 1, pp. 7–14, 1983.
- [13] Ursula Keller. Recent developments in compact ultrafast lasers. *Nature*, Vol. **424**, pp. 831–838, 2003.
- [14] A.Yariv. Coupled-mode theory for guided-wave optics. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, Vol. **9**, No. 9, pp. 919–933, 1973.
- [15] Oleg V. Sinkin, Ronald Holzlohner, John Zweck, and Curtis R. Menyuk. Optimization of the split-step fourier method in modeling optical-fiber communications systems. *OSA*, Vol. **21**, No. 1, pp. 61–, 2003.

謝辞

本研究は慶應義塾大学理工学部電気情報工学科田邊研究室において、田邊孝純教授のご指導の下行われました。田邊教授には研究の内容や進め方について何度も相談に乗っていただき、心より感謝を申し上げます。

研究室の先輩である今村さんには、打ち合わせの時間以外にも研究の進捗を気にかけて下さり、また質問に対し丁寧に教えていただきました。ありがとうございます。

栗林さんには論文や発表で用いる言葉遣いについて、丹念に教えていただきました。また悩み事に対して親身に接して下さり、不安を和らげて下さいました。本当にありがとうございます。

最後に、ここまで見守ってくれた家族に感謝いたします。