

要旨

微小光共振器は非常に高い光閉じ込め効率 (Q 値) と微小モード体積を有する、効率的に非線形光学効果を発生できる光学素子である。特に微小光共振器に単一周波数光を入射した際に起こる四光波混合を利用して発生させた光周波数コム光源、通称マイクロコムが特に注目されている。特にマイクロコムの各周波数成分が位相同期した状態をソリトンコムと呼び、繰り返し周波数が GHz から THz 帯域の超短パルスレーザとして様々な応用が期待されている。

ソリトンコムを発生するプラットフォームとしては様々なものが存在するが、本研究では結晶材料を切削研磨して製作する結晶共振器を用いた。結晶共振器はその他のプラットフォームと比較して理論的な Q 値の上限が高く、四光波混合の光強度の閾値は Q 値の二乗に反比例するため、比較的低電力での四光波混合を実現できる。また結晶共振器により発生させたソリトンコムは、その他のプラットフォームで発生させたものと比較して位相雑音が小さい。以上の理由から結晶共振器を用いると最も低電力かつ低雑音なソリトンコムの発生が期待できる。

またソリトンコムを発生する際には、レーザ周波数を共振モードに対して高周波側から低周波側に向かって掃引する必要がある。実際の応用に向けたモジュール化を考えると、可変周波数レーザよりも低フットプリントな固定周波数レーザを用いたいところだが、原理的に不可能に思われる。しかし固定周波数レーザに対して共振モードを低周波側から高周波側に向かって掃引できる周波数チューニングという手法を用いると、これが可能となる。

共振周波数は共振器の屈折率と構造に依存しており、それらを連続的に変化させることで共振周波数を掃引できる。その手法は温度制御によるものと力学的制御によるものに分けられ、前者は熱周波数チューニング、後者は力学的周波数チューニングと呼ばれる。結晶共振器においては熱伝搬による遅延が大きく、ソリトンコムの発生に十分な共振モードの掃引速度が達成できない。それに加えて共振器を含む系全体が大きいため、温度制御に係る消費電力が比較的大きい。それに対して印加電圧を発生力に変換するデバイスである piezo-actuator を用いて共振器を構造制御すると、高速かつ低消費電力な共振周波数のチューニングが期待できる。そのため本研究では力学的周波数チューニングを用いて、高安定な固定周波数レーザに対して共振モードを高速で掃引することでソリトンコムの発生を行った。

第 1 章では、ソリトンコムと周波数チューニングに関する研究背景及び先行研究について示す。

第 2 章では、その理論的詳細について示す。

第 3 章では、レーザ周波数掃引によるソリトンコムの発生についての実験結果を示す。

第 4 章では、温度制御による共振周波数のチューニング、ソリトンコムにおける繰り返し周波数のチューニングについての実験結果を示す。

第 5 章では、構造制御による共振周波数のチューニング、それによるソリトンコムの発生についての実験結果を示す。

第 6 章では、実験結果、現状の課題についてのまとめと展望を示す。

Abstract

Optical microresonators are optical devices with ultra-high Q values and small mode volumes that can efficiently generate nonlinear optical effects. In particular, the generation of microcombs, which are optical frequency comb sources generated by four-wave mixing when a single frequency light is injected into the resonator, has attracted much attention. Above all, the state in which each of comb lines is phase-locked is called a soliton comb, and is expected to be applied as an ultra-short pulsed laser with high repetition rates in the GHz to THz band.

There are various platforms for generating soliton comb, I used a crystalline resonator which has a higher Q value theoretically. It can generate soliton comb with less power consumption because the threshold intensity of it is inversely proportional to the square of Q value, and it is known that soliton comb generated in it has very low phase noise. So it is expected to generate soliton comb with the lowest power consumption and the lowest phase noise with it.

When considering modularization, it is desirable to use a fixed frequency laser that has a smaller footprint than a tunable frequency laser, but it seems impossible in principle. However, a method called frequency tuning, which sweeps a resonant mode against a fixed frequency laser, can be used to make this possible.

The resonant frequency depends on the refractive index and structure of the resonator, and it can be swept by continuously changing them. The method can be divided into temperature controlled and mechanical controlled methods, the former being called thermal frequency tuning and the latter mechanical frequency tuning. In a crystalline resonator, the delay due to thermal propagation is too large to achieve a sufficient resonant mode sweep speed for generating a soliton comb, and the power consumption is large because the entire system is bulky. On the other hand, if the resonator is structurally controlled by applying an external force with a piezoelectric actuator, fast and low power tuning of the resonant frequency can be expected. In this study, I used mechanical frequency tuning to generate a soliton comb by sweeping the resonant mode at high speed against a highly stable fixed frequency laser.

In Chapter 1, I present the background and previous studies on soliton comb and frequency tuning methods.

In Chapter 2, I describe theoretical details of the Chapter 1.

In Chapter 3, the generation of the soliton comb by the laser sweep and the measurement results of the soliton comb stabilization using the Pound-Drever-Hall method are presented.

Chapter 4 shows the results of tuning the resonance frequency by temperature control and tuning the repetition rate of the soliton comb.

Chapter 5 shows the results of tuning the resonant frequency by controlling the structure and the generation of the soliton comb.

Chapter 6 gives a summary of the measurement results and a summary of current issues.

目次

1	序論	4
1.1	微小光共振器	4
1.1.1	光共振器	4
1.1.2	ささやきの回廊モード (WGM) 共振器	5
1.1.3	導波路共振器	5
1.1.4	微小光共振器	5
1.2	光周波数コム	7
1.2.1	概要	7
1.2.2	先行研究	8
1.3	ソリトンコム	10
1.3.1	概要	10
1.3.2	発生方法	11
1.3.3	先行研究	12
1.3.4	応用研究	15
1.4	周波数チューニング	18
1.4.1	概要	18
1.4.2	先行研究 (熱周波数チューニング)	19
1.4.3	先行研究 (力学的周波数チューニング)	22
1.4.4	先行研究 (その他周波数チューニング)	26
1.5	本研究の目的	28
2	理論	29
2.1	微小光共振器の基本特性	29
2.1.1	Q 値	29
2.1.2	モード体積	29
2.1.3	分散	30
2.2	結合モード理論	32
2.2.1	結合モード方程式	32
2.2.2	結合方法	34
2.3	非線形光学効果	36
2.3.1	非線形分極	36
2.3.2	カー効果	37
2.3.3	四光波混合	37
2.4	周波数チューニング	39

2.4.1	熱周波数チューニング	39
2.4.2	力学的周波数チューニング	40
3	レーザ周波数掃引によるソリトンコムの発生	42
3.1	微小光共振器の製作	42
3.1.1	接着工程 (Adhesion)	42
3.1.2	切削工程 (Grinding)	43
3.1.3	研磨工程 (Polishing)	43
3.1.4	洗浄工程 (Cleaning)	43
3.2	ソリトンコムの発生	45
3.2.1	ソリトンステップ	45
3.2.2	MI コム	46
3.2.3	ソリトンコムの発生	48
3.3	ソリトンコムの安定化	50
3.3.1	Pound-Drever-Hall 周波数安定化法	50
3.3.2	先行研究	52
3.3.3	ソリトンコムの安定化	53
4	熱周波数チューニング	56
4.1	環境構築	56
4.1.1	ペルチェ素子	56
4.1.2	治具	56
4.2	共振周波数チューニング	57
4.2.1	TE モードにおけるチューニング効率の測定	57
4.2.2	TE モード, TM モードにおけるチューニング効率の測定	59
4.3	ソリトンコムのチューニング	63
4.3.1	繰り返し周波数におけるチューニング効率の測定	63
4.4	まとめ	64
5	力学的周波数チューニング	65
5.1	環境構築	65
5.1.1	ピエゾアクチュエータ	65
5.1.2	治具	70
5.2	共振周波数チューニング	71
5.2.1	実証実験	71
5.2.2	TE モードにおけるチューニング効率の測定	74
5.2.3	治具依存性	76
5.2.4	ヒステリシス	77

5.2.5	周波数応答	79
5.2.6	TE モード, TM モードにおけるチューニング効率の測定	81
5.3	共振周波数掃引によるソリトンコムの発生	84
5.3.1	固定周波数レーザに対する共振周波数のチューニング	85
5.3.2	ソリトンコムの発生	86
6	結論	88
7	Appendix	90
7.1	Q 値測定	90
7.1.1	DAQ による Q 値測定	90
7.1.2	マッハツェンダ干渉計による Q 値測定	91
7.1.3	リングダウン法による Q 値測定	92
7.2	パーフェクトソリトンクリスタル	93
7.2.1	理論	93
7.2.2	実験結果	94

1 序論

1.1 微小光共振器

1.1.1 光共振器

共振 (Resonance) とは、エネルギーを有する系に対して、系の持つ固有周波数に近い周期的外力を加えたときに、系の振動する振幅が大きくなる現象のことである。例えば振り子に対してその固有周波数に近い周期で外力を加えると、振り子の振り幅が次第に大きくなるのに対して、固有周波数と全く異なる周期で外力を加えても振り子の振り幅は大きくならない。全ての物体は固有周波数を持つため、このような例は枚挙にいとまがない。ミクロな例を挙げると、全ての原子は固有周波数を持っており、それに近い周波数を持つ電磁波を原子に照射すると、原子がそのエネルギーを吸収してエネルギーが高い状態 (励起状態) へと遷移することが知られている。

光においても共振現象は存在する。光共振器 (Optical resonator) に対して特定の周波数を入射すると共振器内部で定在波が形成されるが、それと全く異なる周波数の光は共振器内部に定在波を形成しえない。光共振器の代表例が Fig.1.1.(a) に示すファブリーペロー (Fabry-Pérot) 型共振器である。これは二枚の高反射平面鏡とその間の空洞から成り、入射光の周波数 f が共振条件 (1.1) を満たす場合にのみ内部に定在波が形成される。ここで空洞部の屈折率が n 、反射鏡間の距離が l である。

$$f = \frac{mc}{2nl} \quad (m = 1, 2, \dots) \quad (1.1)$$

(1.1) が示すように共振条件を満たす周波数は複数存在し、この一連の周波数群は縦モードと呼ばれ、隣接する縦モードの周波数間隔は自由スペクトル領域 (Free spectral range; FSR) と呼ばれる。もう一つの光共振器の代表例が Fig.1.1.(b) に示すリング共振器である。これは光を共振させるためのリング型導波路と、光を入出力させるためのバス導波路から成る。これら光共振器のうち、その側面を全反射させながら光を伝搬させるものを「ささやきの回廊モード (Whispering gallery mode; WGM) 共振器」と呼ぶ。

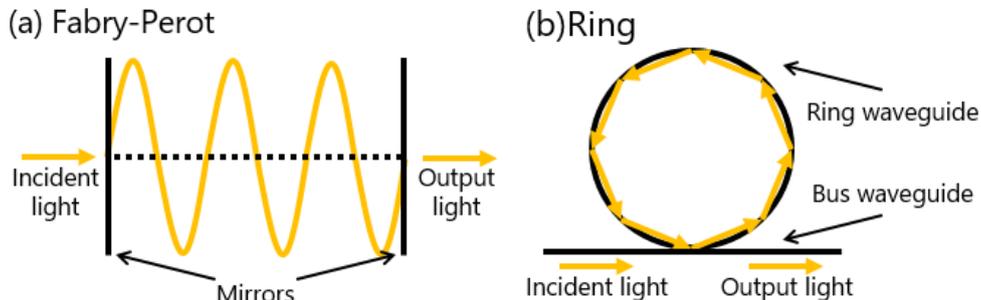


Fig.1.1 Illustrations of a kind of optical resonators. (a)Fabry-Pérot optical resonator composed of two mirrors. (b)Optical ring resonator composed of ring waveguide and bus waveguide.

1.1.2 ささやきの回廊モード (WGM) 共振器

ささやきの回廊とは円型構造を持つ建築物において、ささやき声が離れた場所で聞こえる現象のことである。その理由はささやき声が壁を反射しながら伝搬していくからで、音波だけではなく光波に関しても同様の現象が起こる。この現象を利用した共振器が WGM 共振器で、外部より屈折率の高い材料を用いて共振器の壁面に光を全反射させて伝搬させる。WGM 共振器の共振周波数 f_m は (1.2) で表される。ここで WGM 共振器は屈折率 n の材料で構成され、その半径は R である。

$$f_m = \frac{mc}{2\pi nR} \quad (m = 1, 2, \dots) \quad (1.2)$$

その縦モード間隔、つまり FSR は (1.3) で表される。

$$\text{FSR} = \frac{c}{2\pi nR} \quad (m = 1, 2, \dots) \quad (1.3)$$

FSR は共振器の材料分散と構造分散に依存するため周波数依存性を持つが、これについては 2.1.3 で示す。また共振器の特徴を表す指標として Q 値とモード体積が挙げられるが、これらについては 2.1.1, 2.1.2 で示す。

WGM 共振器には様々な種類がある。材料の観点では熔融石英 [1], フッ化物結晶 [2],[3],[4], ダイヤモンド [5], 高分子化合物 [6] に至るまで様々な存在する。形状の観点では光ファイバの先端をアーク放電によって熔融し表面張力によって形成した球状共振器 [7], シリコン基板上に半導体プロセス技術を利用して形成したトロイド共振器 [8], 結晶材料の切削と表面研磨によって形成した結晶共振器等が存在する。また状態の観点では固体に限ったものだけではなく、液体によって構成される液滴共振器 [9],[10] が存在する。ここに挙げた WGM 共振器について Fig.1.2 に示す。

1.1.3 導波路共振器

WGM 共振器はその側面に光を全反射させる方式であるのに対して、導波路共振器ではコア部をそれより屈折率の低いクラッド層で囲んだ形状により光を導波させる。導波路共振器は CMOS プロセス技術を用いてチップ上に形成されるため、微細かつ正確な構造を大規模にチップ上に集積することが可能である。材料の観点ではシリコン [11], 窒化シリコン [12], ニオブ酸リチウム [13], 窒化アルミニウム [14] 等が存在する。ここに挙げた導波路共振器について Fig.1.3 に示す。

1.1.4 微小光共振器

WGM 共振器, 導波路共振器をまとめて微小光共振器と呼ぶ。その応用例を示す。共振周波数は (1.2) に示すように材料の屈折率変化に敏感に反応する。そのため共振器を外部ポンプ光で励起してキャリアを発生させ、それによる屈折率変化を利用した光スイッチ [15] や、共振器の外部環境の変化 (温度, 圧力, 加速度の変化や気体分子の注入) による屈折率変化を利用したセンサ [16] への応用が期待されている。また微小光共振器は一般的に高 Q 値かつ微小モード体積を有し、共振器の内部エネルギー密度を非常に高くできるため、非線形光学現象を高効率で誘発するプラットフォームとして用いられる。

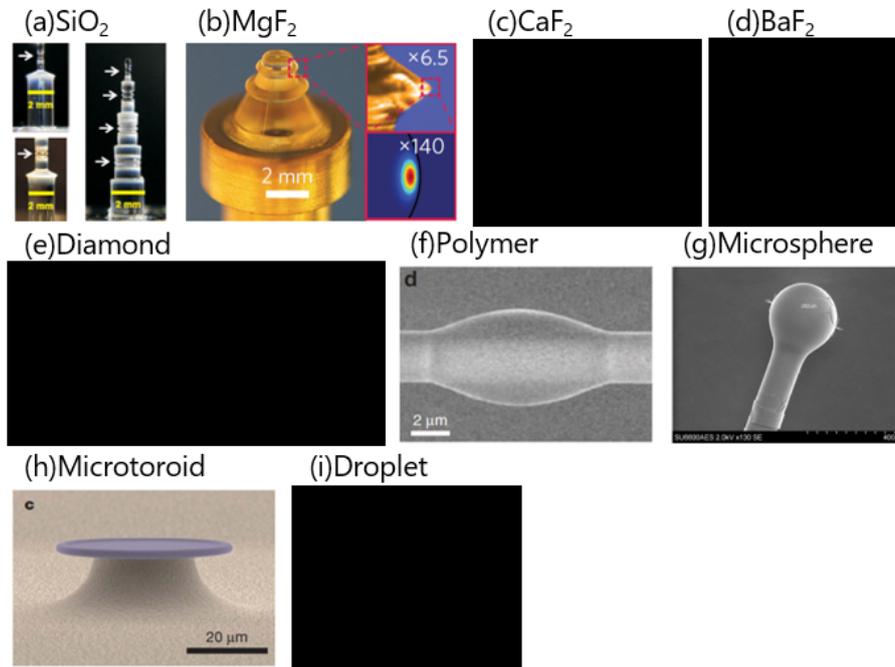


Fig.1.2 Various types of WGM resonators. (a)Fused silica[S. B. Papp, *et.al.*, Phys. Rev. X **3**, 031003 (2013)], (b)Magnesium fluoride[T. Herr, *et.al.*, Nat. Photonics **8**, 145 - 152 (2014)], (c)Calcium fluoride[Deleted due to various reasons], (d)Barium fruoride[Deleted due to various reasons], (e)Diamond[Deleted due to various reasons], (f)Polymer[F. Gu, *et. al.*, Light Sci. & Appl. **6**, e17061 (2017)], (g)Microsphere[A. K. Mallik, *et. al.*, Sci. Rep. **8**, 1620 (2018)], (h)Microtoroid[P. Del' Haye, *et.al.*, Nature **450**, 1214-1217 (2007)], (i)Droplet[Deleted due to various reasons].

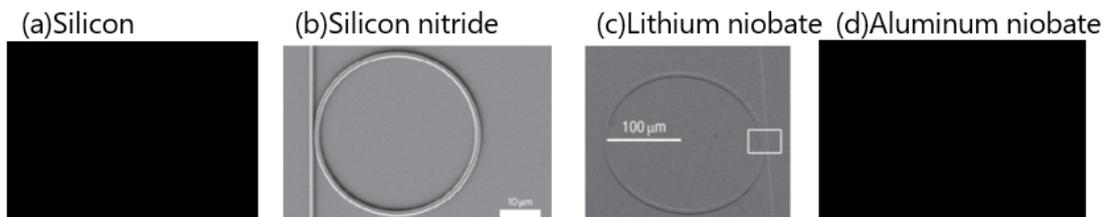


Fig.1.3 Various types of waveguide ring resonators. Material: (a)Silicon[Deleted due to various reasons], (b)Silicon nitride[J. S. Levy, *et. al.*, Nat. Photonics **39**, 37-40 (2010).], (c)Lithium noiabate[A. Guarino, *et.al.*, Nat. Photonics **1**, 407-410 (2007)], (d)Aluminum nitride[Deleted due to various reasons].

1.2 光周波数コム

1.2.1 概要

光周波数コム (光コム) とは, 時間領域では光パルス列, 周波数領域では厳密に等間隔に並んだ櫛 (Comb) 状の周波数成分により構成される光源である. 光コムの m 番目のモード f_m は (1.4) で表される. ただし f_{rep} は繰り返し周波数, つまり各周波数成分の間隔, f_{ceo} はキャリアエンベロープオフセット周波数, つまり光コム全体のオフセットを表す ($0 < f_{\text{ceo}} < f_{\text{rep}}$).

$$f_m = f_{\text{ceo}} + m \cdot f_{\text{rep}} \quad (1.4)$$

繰り返し周波数 f_{rep} は高速光検出器を用いることで, 光コムの各周波数成分のビート信号として直接測定できる. ただしキャリアエンベロープオフセット周波数 f_{ceo} を直接検出するためには $f-2f$ 自己参照法 [27] を用いなければならない.

$f-2f$ 自己参照法を用いるためには光コムの帯域幅が 1 オクターブ以上である必要がある. つまり光コムのある周波数成分 f_n に対して f_{2n} が存在すればよい. この場合 f_n の二次高調波である $2f_n$ と f_{2n} のビート信号 f_{beat} を取ると (1.5) となる. また Fig.1.4 に $f-2f$ 干渉法の周波数領域における概念図を示す.

$$\begin{aligned} f_{\text{beat}} &= 2f_n - f_{2n} \\ &= 2(nf_{\text{rep}} + f_{\text{ceo}}) - (2nf_{\text{rep}} + f_{\text{ceo}}) \\ &= f_{\text{ceo}} \end{aligned} \quad (1.5)$$

このようにして測定された f_{rep} , f_{ceo} を外部周波数標準にロックすることで, 光コムの絶対周波数を安定化できる.

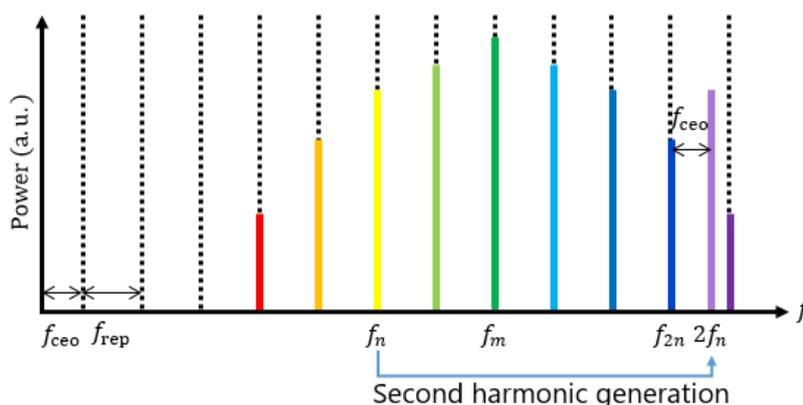


Fig.1.4 The principle of $f-2f$ interferometry. When using this technique, a bandwidth of an optical frequency comb must be wider than octave. It is indicated that beat signal of f_{2n} and $2f_n$ is equal to f_{ceo} .

1.2.2 先行研究

光周波数コムを発生させるプラットフォームとして、主に以下に示す電気光学変調コム、モード同期レーザー、マイクロコムが用いられている。

1.2.2.1 電気光学変調コム (EO コム)

光周波数コムの具体的な生成方法について説明する。まず最初に提案された光コムは 1993 年に日本のグループが考案した電気光学変調コム (EO コム) である [28]。具体的には電気光学変調器を挿入したファブリーペロー型共振器を用いて、単一周波数からなる連続波 (Continuous wave; CW) レーザに対して側帯波 (Sideband) を発生させる。このとき CW レーザが共振器周波数に一致しており、電気光学変調器に印加する電圧の変調周波数が共振器の FSR に一致している場合、側帯波が連続的に発生することで EO コムが形成される (Fig.1.5.b)。現在はポッケルス係数の高い材料からなる導波路共振器に電極を積層させ、入射した CW 光に電気光学変調を行い形成する集積型 EO コムが考案されている (Fig.1.5.c)。この手法の利点として、EO コムの繰り返し周波数は変調周波数により決定されるため 10 GHz 以上の超高繰り返し周波数が容易に得られること、また共振周波数と繰り返し周波数を独立に設定できることが挙げられる。

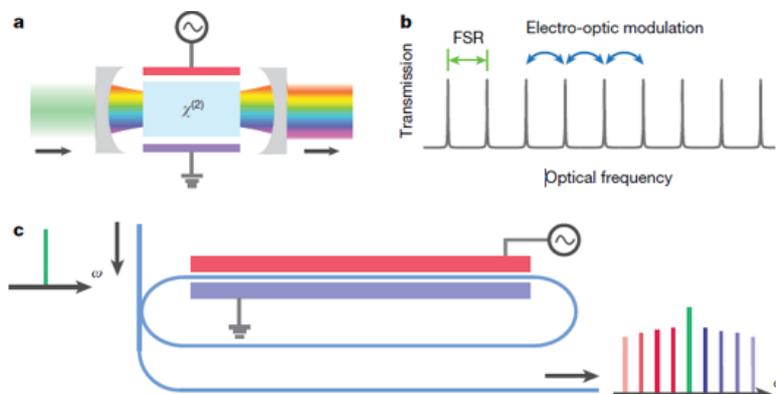


Fig.1.5 a, Schematic of a canonical EO comb generator comprising an EO ($\chi^{(2)}$) phase modulator inside a Fabry-Pérot resonator. A continuous-wave laser is coupled into the resonator and an optical frequency comb is generated at the output. b, EO comb generation principle. A microwave signal, with modulation frequency equal to the FSR of the optical resonator, couples light between different resonator modes. As a result, the input-coupled continuous-wave light is modulated, giving rise to sidebands at the modulation frequency, which are then recirculated to be modulated again. The modulation index determines the strength of coupling between nearby frequency components after passing through the modulator. c, Integrated microring EO comb generator. The Fabry-Pérot resonator can be replaced by a microring resonator that is EO-modulated at a frequency matching the FSR of the ring. Similarly to the Fabry-Pérot resonator, a continuous-wave laser coupled into the ring resonator is converted to a frequency comb in the output optical waveguide.[M. Zhang, *et. al.*, Nature **568**, 373-377 (2019)]

1.2.2.2 モード同期レーザー

続いて 1999 年に Theodor Hänsch のグループがモード同期チタンサファイアレーザーを用いて光コムを発生させ、外部レーザーの絶対周波数の計測を行った [30]. そして同年に John Hall のグループが $f-2f$ 自己参照法を用いて外部レーザーの絶対周波数の計測を行った [27]. モード同期レーザーを構成する光学素子として、利得媒質と可飽和吸収体が存在する. 具体的には CW レーザを利得媒質に入射して複数の縦モードを励起し、可飽和吸収体によってその周波数帯域を広げることで光コムを発生させる [31]. 可飽和吸収体は強度の低い入射光に対しては通常の吸収体として働くが、強度の高い入射光に対しては吸収利得が飽和するため、吸収率が低下して透過させるように振舞う物質である. そのため可飽和吸収体に入射した光パルスは狭線幅化が進む. Fig.1.6.(a) に実際のモード同期レーザーの構成図を示す. 可飽和吸収体としてグラフェン、利得媒質としてエルビウム添加ファイバが用いられている.

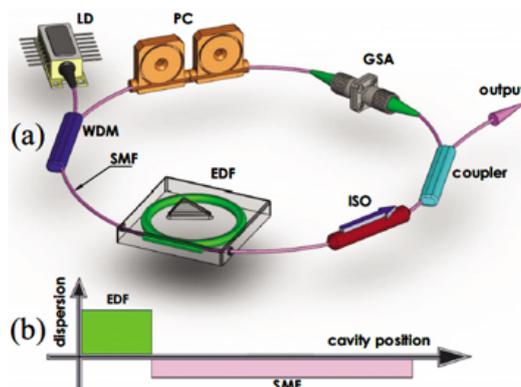


Fig.1.6 a, Dispersion-managed fiber laser setup. Laser diode(LD), wavelength division multiplexer(WDM), single mode fiber(SMF), erbium-doped fiber(EDF), isolator(ISO), graphene saturable absorber(GSA), and polarization controller(PC). b. Dispersion map. EDF and SMF provide positive and negative dispersions.[D. Popa, *et. al.*, Appl. Phys. Lett. **97**, 203106 (2010)]

1.2.2.3 マイクロコム

2007 年に Kippenberg のグループがトロイド共振器を用いて光コムを発生させた [8]. 具体的には光共振器内部で第三次非線形光学効果の一種である四光波混合 (Four-wave mixing; FWM) を誘発し、励起した共振周波数から連続的に新しい周波数成分を発生させて光コムを得る手法である. その物理的な詳細については 2.3.1 で示す. その共振周波数や繰り返し周波数の制御方法については 1.4 で示す.

1.3 ソリトンコム

1.3.1 概要

ソリトン (Soliton) とは、一般的には非線形方程式の解として表現されるパルス状の波動のことであり、その形状と速度は長距離伝搬に対して不変であり、ソリトン同士が衝突しても安定に存在できる。その理由はパルスが伝搬する媒質中で分散と非線形効果が釣り合っているためである。特に光波の場合は光ソリトンと呼ばれ、例としてはソリトンコム [2] や、非線形ファイバ中で発生させるソリトン [34] が挙げられる。これらの振る舞いは一般的に非線形シュレディンガー方程式 (Nonlinear Schrödinger equation; NLSE) によって記述される。

マイクロコムを構成する各周波数成分が位相同期したものをソリトンコムと呼ぶ。ソリトンコムを発生させるためには、非線形光学効果と分散の釣り合いに加え、利得 (入力光) と損失 (Q 値) の釣り合いを取ることが必要である。マイクロコムのダイナミクスを正確に記述するためには、NLSE に入力光のパワー項、共振周波数に対するレーザ周波数の差を表すデチューニング項を加えた Lugiato-Lefever 方程式 (LLE) が用いられる [35]。

導出の詳細は省略するが、マイクロコムのダイナミクスを時間領域において記述した LLE を (1.6) に示す。ここで $A(\phi, T)$ は共振器内部でのソリトンの位置を表す角度 ϕ 、伝搬時間 T における光電界振幅を表し、 κ は光子寿命の時定数、 g はカー効果に関する正の係数、 δ_0 はデチューニング、 f は共振器のカップリングと内部エネルギーから決まる定数を表す。

$$\frac{\partial A(\phi, T)}{\partial T} = i \frac{D_2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial \phi^2} + ig|A|^2 A - i\delta_0 A - \frac{\kappa}{2} A + f \quad (1.6)$$

LLE の定常解は利得と損失を考えない場合 ($\kappa, f = 0$) にのみ存在する。(1.6) において $\kappa, f = 0$ とした場合、想定される光電界振幅のソリトン解を (1.7) に示す。 B はソリトンの光電界振幅、 ϕ_τ はソリトンのパルス幅を表す。

$$A = B \operatorname{sech}(\phi/\phi_\tau) \quad (1.7)$$

(1.7) で表されるソリトン解を (1.6) に代入すると (1.8) が得られる。

$$\underbrace{\frac{D_2}{2\phi_\tau^2} [1 - 2\operatorname{sech}^2(\phi/\phi_\tau)]}_{\text{2nd order dispersion}} + \underbrace{gB^2 \operatorname{sech}^2(\phi/\phi_\tau)}_{\text{Kerr nonlinearity}} - \underbrace{\delta_0}_{\text{detuning}} = 0 \quad (1.8)$$

第一項目は共振器の分散特性に関する項、第二項目は非線形光学効果効果に関する項、第三項目はデチューニングに関する項である。ここで sech^2 に関する項同士を打ち消しあうと (1.9)、それ以外の項を打ち消しあうと (1.10) が得られる。

$$D_2 = gB^2 \phi_\tau^2 \quad (1.9)$$

$$\delta_0 = \frac{D_2}{2\phi_\tau^2} = \frac{gB^2}{2} \quad (1.10)$$

(1.9) から共振器の分散特性が異常分散 ($D_2 > 0$) であり、(1.10) から共振周波数に対してレーザ周波数が低周波側 ($\delta_0 > 0$) にある場合のみソリトン解が存在することが導かれる。

1.3.2 発生方法

ここでは実験的なソリトンコンムの発生方法を示す。 $D_2 > 0$ を満たすためには、異常分散特性を持つ共振器を用いればよい。 $\delta_0 > 0$ を満たすためには、共振周波数に対してレーザ周波数が低周波数側に存在すればよい。ただし非線形周波数シフトのもつ双安定性により、ソリトンコンム領域には共振周波数の高周波側からレーザ周波数を掃引してアクセスしなければならないことに注意する。

共振モードの高周波数側から低周波数側に向かってレーザ周波数を掃引すると共振器の内部パワーが高まり、非線形周波数シフトと熱周波数シフトの影響で共振周波数が低周波側にシフトし始める。共振器の内部パワーが (2.30) で表される FWM の閾値以上になると内部パワーは非常にカオスな状態となる。この状態を変調不安定性 (Modulation instability; MI) コム領域と呼ぶ。共振周波数のシフトが最大となる点をゼロデチューニングポイント (Zero detuning point) と呼び、レーザ周波数がゼロデチューニングポイントまで達するとソリトンコンム領域へと移行する。

元々の共振モードを CW 解, ソリトンモードを S 解と定義する。MI コム領域では共振器内部の光電界振幅はカオスであるのに対して、ソリトンコンム領域では尖頭値が高い光パルスの形態を取っており、CW 解の周波数シフト量よりも S 解の周波数シフト量の方が大きくなる。そのため CW 解からレーザ周波数が外れた瞬間に、より低周波側にシフトしている S 解に捕まえられる。共振器内部に存在する光パルスの数に対応した S 解が存在するため、ソリトンコンム領域に移行してからレーザ周波数の掃引を続けると、離散的に内部パワーが変化するソリトンステップという波形を観測できる。共振器内部に光パルスが複数存在する場合をマルチソリトン (Multi soliton; MS) 状態, ただ一つ存在する場合をシングルソリトン (Single soliton; SS) 状態と呼ぶ。Fig.1.7 に実際のソリトンステップ波形を示す。“Pump laser detuning” が元の共振波長 (周波数) の位置であり、それより長波長側 (低周波側) を Red-detuned, 短波長側 (高周波側) を Blue-detuned と呼ぶ。

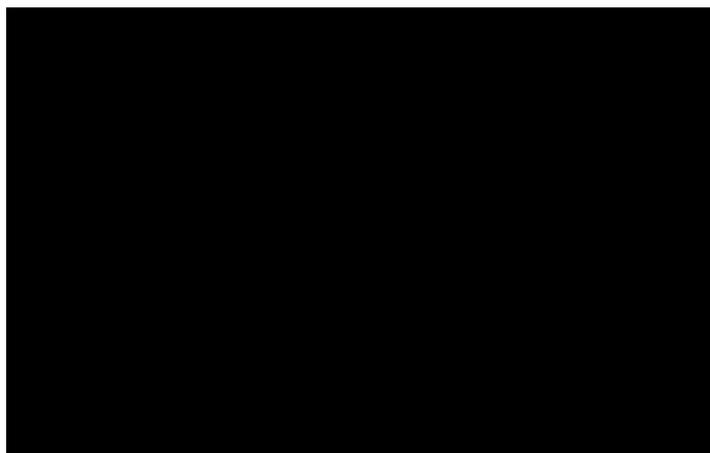


Fig.1.7 [Deleted due to various reasons]

ソリトンコム領域でレーザ周波数の掃引を停止すればソリトンコムが安定化しそうであるが、実際にはそう上手くはいかない。それは MI コム領域からソリトンコム領域に遷移する際に、内部パワーが大きく減少するため S 解の周波数シフト量が減少してソリトンコム領域が不安定化した結果、レーザ周波数がソリトンコム領域から外れてしまうためである。これを打ち消すためにはレーザ周波数の掃引速度を調節すればよい。これはレーザ周波数の掃引速度を共振器内部の熱拡散速度よりも早くすると熱周波数シフトが遅延するため、MI コムからソリトンコムへの遷移の際の周波数シフト量の減少を打ち消すためである。ただしこれだけでは不十分な場合が多く、その他多数の方法が提案されているが、それについては 1.3.3 で述べる。また、今の説明では共振モードに対してレーザ周波数を掃引してソリトンコムを得ていたが、固定したレーザ周波数に対して共振モードを掃引する手法も存在しており、これについては 1.4.2, 1.4.3 で述べる。

1.3.3 先行研究

初めて実験的にソリトンコムを発生させたのは Kippenberg のグループであり、2014 年にフッ化マグネシウムによる結晶共振器を用いて繰り返し周波数 35 GHz のソリトンコムを発生させた [2]。同グループは 2015 年にシリコンナイトライドによる導波路共振器を用いて繰り返し周波数 189 GHz のソリトンコムを発生させた [37]。2015 年には Vahala のグループがシリカトロイド共振器を用いて繰り返し周波数 22 GHz のソリトンコムを発生させた [38]。このように様々なプラットフォームでソリトンコムが実現されている。Fig.1.8.a にフッ化マグネシウム結晶共振器により発生したソリトンコムの周波数スペクトルと RF スペクトルを、Fig.1.8.b に周波数分解光ゲート法 (Frequency-resolved optical gating; FROG) を用いて測定された強度分布を示す。

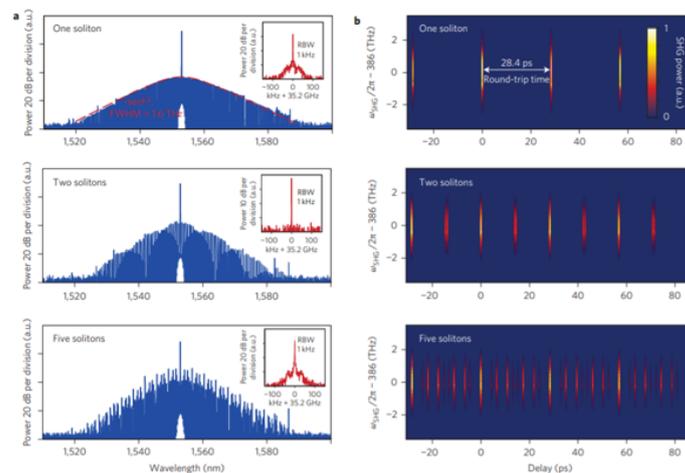


Fig.1.8 a, Optical spectra of three selected states with one, two and five solitons, respectively. The insets show the RF beatnote, which is resolution-bandwidth limited to a 1 kHz width in all cases. The dashed red line in the optical spectrum of the one-pulse state shows the spectral sech^2 envelope expected for solitons with a 3 dB bandwidth of 1.6 THz. b, FROG traces of the states in a that display the signal of the single and multiple pulses. [T. Herr, *et. al.*, Nat. Photonics **8**, 145-152 (2014)]

次にソリトンコム安定化手法について述べる。MI コムからソリトンコムへの遷移の際に起こる内部パワー減少を補償するアプローチとして、パワーキック法 (Power kicking method)[39],[40], 補助レーザ法 (Auxiliary laser method)[41],[42] が、共振器内部における熱発生を抑制する手法としてファストスキャンレーザ法 (Fast scanning method)[43] が、ソリトンコム領域に対してレーザ周波数を追従させる手法として PDH 法 (Pound-Drever-Hall method)[44] が存在する。

1.3.3.1 パワーキック法

パワーキック法では、共振器の内部パワーを MI コム領域において急激に減少させ、CW 解を高周波数側にシフトしてソリトンコムへの遷移を誘発したあと、急激にレーザ強度を増加させることで内部パワー減少を補償してソリトンコムを安定化させる。Fig.1.9.(b) にそのセットアップを示す。音響光学変調器 (Acousto-optic modulator; AOM) を用いて CW レーザの強度変調を行い、サーボを用いてソリトンコムの内部パワーが一定となるようにフィードバックを行っている。Fig.1.9.(c) にソリトンコムを安定化させる際のレーザ波長、ポンプパワー、コムパワー、デチューニングの変化を示す。(I) 期ではレーザの波長掃引を行い MI コムを取得している。(II) 期ではレーザの波長掃引を停止し、ポンプパワーを急激に減少させてソリトンコムへの遷移を誘発したあと、ポンプパワーを急激に増加させて内部パワーの減少を補償している。(III) 期ではサーボを駆動させてコムパワーが一定となるようにフィードバックを開始している。(IV) 期ではフィードバックのおかげでデチューニングが一定になっており、ソリトンが安定化していることが明らかである。

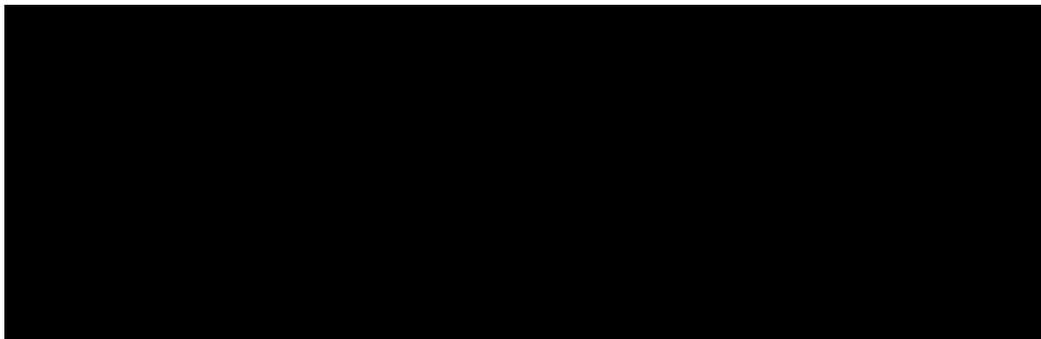


Fig.1.9 [Deleted due to various reasons]

1.3.3.2 補助レーザ励起法

補助レーザ励起法では、MI コムからソリトンコムへ遷移する瞬間に、別の共振モードを補助レーザで励起することで、共振器全体での内部パワー変化を打ち消してソリトンコムを安定化させている。Fig.1.10.(a),(b) にその概念図を示す。1.5 μm 帯のポンプレーザでソリトンを発生させると同時に、1.3 μm 帯の補助レーザで内部パワーの補償を行っている。

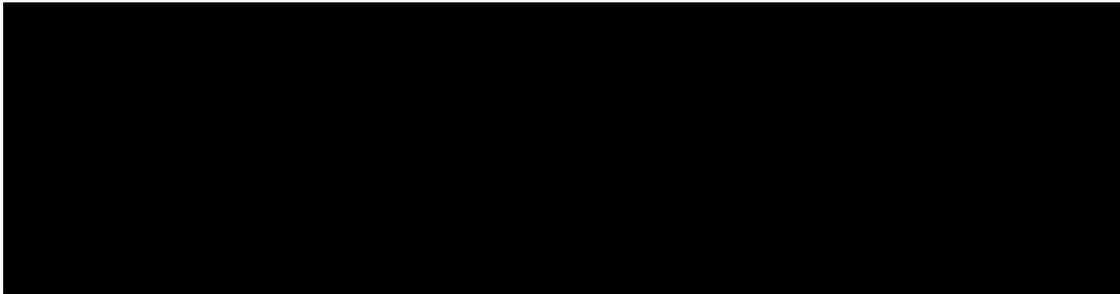


Fig.1.10 [Deleted due to various reasons]

1.3.3.3 ファストスキャン法

ファストスキャン法では、共振器の熱緩和時間よりも非常に速くレーザ周波数を掃引することで、共振モードに対する熱の影響を無視してソリトンコムを安定化させている。レーザ周波数を非常に速く掃引するため、電圧制御発振器によって駆動した単一側帯波 (Single side-band; SSB) 変調器を用いる [43]。この手法は熱の影響が特に大きいシリコンや窒化シリコンを用いた導波路共振器において用いられることが多い。

1.3.3.4 PDH 法

PDH 法では、レーザ周波数と共振周波数の周波数間隔を固定することで、レーザ周波数をソリトンコム領域に追従させてソリトンコムを安定化させている。デチューニングの固定のために用いられるのが Pound-Drever-Hall レーザ周波数安定化法であるが、これについては 3.3.1 で説明する。

1.3.4 応用研究

ソリトンコムの応用例を複数示す。マイクロコムの特徴として、超高繰り返し周波数、低消費電力、広スペクトル幅、高集積性が挙げられる。特にソリトンコムは高スペクトル純度と高コヒーレンス特性から様々な応用が期待されている。

1.3.4.1 光通信

まずは波長分割多重 (Wavelength division multiplexing; WDM) 光通信を挙げる。従来の WDM 光通信は半導体レーザを多数用意して、それぞれを ITU-T グリッドと呼ばれる周波数グリッドに合わせこむことで実現されていた。ITU-T グリッドは中心周波数 (193.1 THz) とチャンネル間隔 (25 GHz, 50 GHz, 100 GHz, ...) で規定されている。マイクロコムが高繰り返し周波数をもつ光コム光源であること考えると、共振器の FSR を適切に設計することで、ITU-T グリッドに合わせこまれた複数の周波数成分を励起用の CW レーザのみで発生させることができる [45],[46]。

特にソリトンコムの場合、受信機側で局部発振器として用いたコヒーレント光通信への応用も可能であり、Fig.1.11.a にそのセットアップを示す。分波器 (DEMUX) を用いてソリトンコムを各周波数成分に分解してそれぞれを変調する。変調した各周波数成分を合波器 (MUX) を用いて合成してから長距離伝送させる。最後に局部発振器として用意したソリトンコムにより復調すると、ソリトンコムによるコヒーレント光通信を実現できる。Fig.1.11.b はその符号誤り率である。

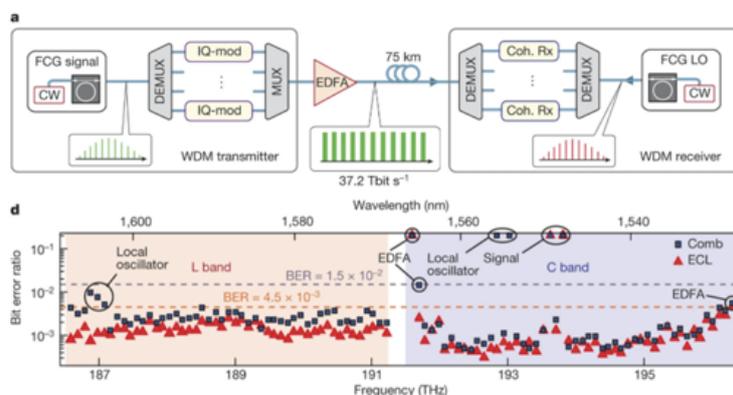


Fig.1.11 a, Massively parallel WDM data transmission scheme using DKS frequency combs as both multi-wavelength source at the transmitter and multi-wavelength local oscillator (LO) at the receiver. b, Measured BERs for each data channel. Blue squares show the results obtained when using a DKS comb as the multi-wavelength local oscillator and red triangles correspond to a reference measurement using a high-quality ECL.[P. Marin-Palomo, *et. al.*, Nature **546**, 274-279 (2017)]

1.3.4.2 分光法

次にデュアルコム分光法を挙げる [47]. 従来のフーリエ分光法と比較して, 光コムを用いたデュアルコム分光法はその高繰り返し周波数から高分解能である点に加え, 光路長を変えるメカニカルな機構が不要なため測定時間を短縮できる点で優れている. また中赤外領域に分布するマイクロコムを用いると, その領域に吸収スペクトルを持つ気体分子の分光解析を行える [48].

Fig.1.12.(a) にデュアルコム分光法の原理を示す. 繰り返し周波数がわずかに異なる (Δf_r) マイクロコムを二つ用意する. マイクロコムの片方もしくは両方を, 特定の周波数成分に関して吸収特性を持つ試料を通過させて光検出器に入射すると, モード間隔が Δf_r の周波数成分から構成される RF コムを取得できる. つまりマイクロコムによる GHz 帯域における吸収特性を RF コムによって MHz 帯域に変換することができる. Fig.1.12.(b) に経路による RF コムの特性を示す. “Asymmetric” の場合は片方のマイクロコムのみ試料を通過させるため, 吸収特性の振幅情報に加え, 位相情報も取得できる. “Symmetric” の場合は両方同じ経路で試料を通過させるため, 吸収特性の位相情報は取得できない. しかし二つのマイクロコムが同じ経路を辿るので, その道中における外乱に対するロバスト性が保障されている.

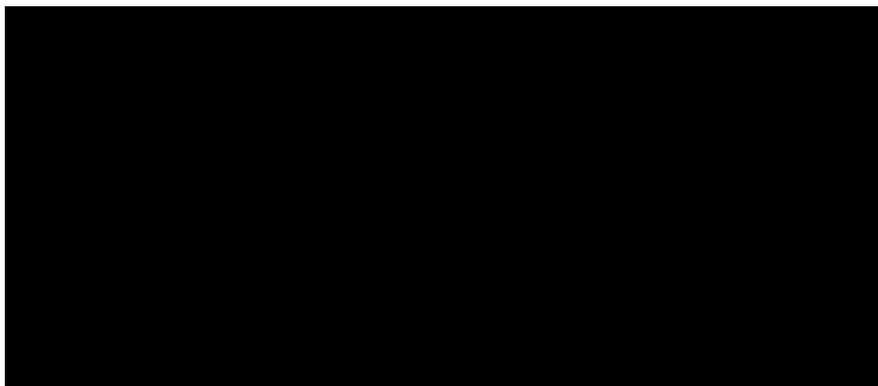


Fig.1.12 [Deleted due to various reasons]

1.3.4.3 光検出と測距

次にソリトンコムによる光検出と測距 (Light detection and ranging; LIDAR) を挙げる [49],[50]. そのデバイス概念図を Fig.1.13 に示す. チップには導波路共振器が二つ搭載されており, 光検出器も搭載されているので原理はデュアルコム分光法と同様であることが分かる. またデータ取得, 処理用の電子回路も積載されている. マイクロレンズを通じて外部空間にデュアルコムを出射し, 素早く移動するターゲットの形状を測定している.



Fig.1.13 [Deleted due to various reasons]

1.3.4.4 波長較正

次に周波数較正を挙げる. マイクロコムは精密に等間隔な周波数成分から成るため, 分光器の波長較正に用いることができる. 特に天体のスペクトルのわずかな変化を検出するためには分光器の精密な較正が不可欠であり, 光コム光源はこの用途に適していると言える. しかし従来のコム光源のモード間隔は分光器が検知できないほど小さかったため, モード間隔が非常に大きいマイクロコムはこの用途に適している. 特にこの用途に用いられるマイクロコムはアストロコムと呼ばれる [51],[52].

1.4 周波数チューニング

1.4.1 概要

光共振器の共振周波数は (1.2) で、また隣り合う共振周波数間隔を表す FSR は (1.3) で与えられる。微小光共振器はその他の光共振器と比較して光路長が短いため FSR は比較的大きい。またソリトンコムの繰り返し周波数は励起したモードの FSR に対応するため同様に比較的大きい。

ここで微小光共振器の抱えている問題点として、その作製後に共振周波数、FSR を調整しにくいことが挙げられる。例えばファブリーペロー型共振器の場合、反射鏡の位置を動かすだけで共振周波数、FSR をダイナミックに調整できる。それに対して微小光共振器の場合、共振周波数、FSR は材料の屈折率と構造により一意的に決定されるため、それらを共振器を破壊せずにどのように変化させるかを考えなければならない。このように共振周波数、FSR を連続的に変化させることを周波数チューニングと呼ぶ。

Fig.1.14 にその概念図を示す。共振周波数 f_m を何らかの手法を用いて Δf_m だけ変化させた結果、共振周波数が f'_m となる。これが共振周波数のチューニングである (Fig.1.14.(a))。チューニング前後の共振周波数についてそれぞれマイクロコムを発生させることを考える。それぞれの共振周波数に対応する FSR もチューニングされるので、発生するマイクロコムの周波数間隔も異なる。これが繰り返し周波数のチューニングである (Fig.1.14.(b))。

周波数チューニングの手法としては大きく二つに分けられる。微小光共振器を熱制御する手法である熱周波数チューニング (Thermal frequency tuning) と、何らかの力学的機構により制御する手法である力学的周波数チューニング (Mechanical frequency tuning) である。その他の手法については 1.4.4 で触れる。これらは全て共振器の有効屈折率、構造を変化させる手法である。

逆に考えると、微小光共振器は熱や圧力等の外部環境変化に対して共振周波数が敏感に変化するため、温度センサ [53],[54] や湿度センサ [55],[56]、圧力センサ [57],[58] に応用可能である。

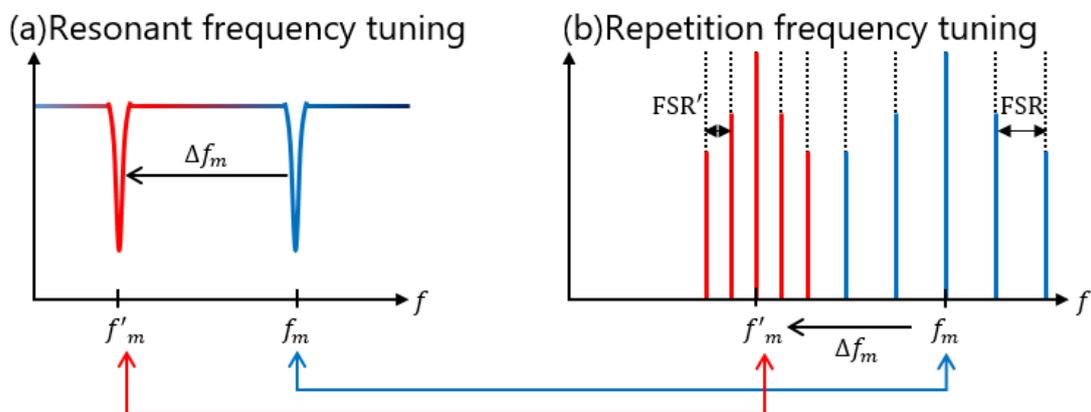


Fig.1.14 Conceptual figures of frequency tuning. (a)Resonance frequency tuning. (b)Repetition frequency tuning of soliton comb. Red and blue frequency spectra of soliton comb are generated by pumping red and blue resonant modes respectively.

1.4.2 先行研究 (熱周波数チューニング)

熱周波数チューニングとは、共振器の温度変化に付随する形状変化、屈折率変化を利用した共振周波数、FSR のチューニングのことである。1.15 にその概念図を示す。

現在、熱周波数チューニングは WGM 共振器、導波路共振器のどちらにおいても広く用いられている手法である。一般的にその他の手法よりもチューニング範囲が大きいことが特徴である。ただし熱源としてヒータ、パルチエ素子等を用いる場合、その反応速度は非常にゆっくりとしており、反応速度の面では力学的周波数チューニングに劣ることが多い。先行研究において注目すべき点は、チューニング範囲、反応速度、またそれを用いて何を実現したか、の三点である。

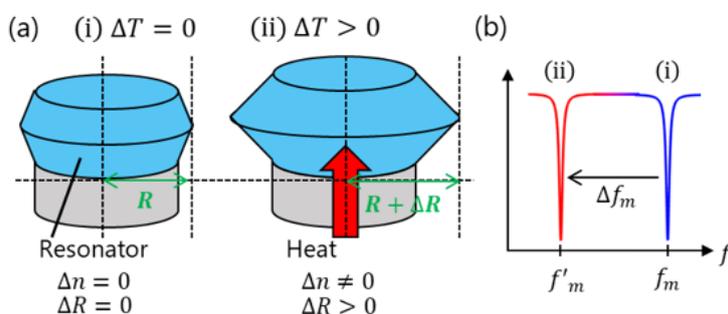


Fig.1.15 (a)Conceptual figure of thermal frequency tuning. When temperature of a crystalline resonator is changed, refractive index and radius of the resonator can be changed. (b)Resonant frequency f_m of (i) is tuned to f'_m of (ii).

2008 年に Kippenberg のグループがマイクロコムのモード間隔とオフセット周波数の制御と安定化を初めて行った [62]。具体的にはモード間隔 86 GHz のシリカトロイド共振器に対して入射光の強度を調整することでマイクロコムの共振周波数とモード間隔の安定化を行った。Fig.1.16.(a) にセットアップを、Fig.1.16.(b) にフィードバックに用いたビート信号の概念図を示す。

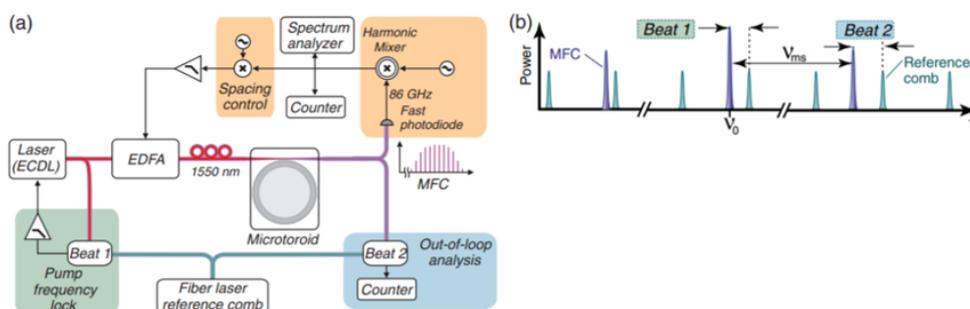


Fig.1.16 Frequency comb stabilization. (a)Scheme of the experimental setup used for stabilizing a microcavity frequency comb. The comb spacing is stabilized via the pump power launched into the microresonator, while the pump frequency is stabilized by a phase lock to a reference comb. (b)Scheme of the microcavity comb and fiber comb modes.[P. Del' Haye, *et. al.*, Phys. Rev. Lett. **101**, 053903 (2008)]

2012年に同グループがマイクロコムを中心周波数をそのモード間隔以上にチューニングすることに成功した [63]. 具体的にはモード間隔 850 GHz のシリカトロイド共振器を用いてマイクロコムを発生させ、温度制御によりマイクロコムを 1 FSR 以上チューニングした (Fig.1.17). またチューニング中は低雑音な位相同期状態を維持できないことを発見した. この理由はマイクロコムの状態がポンプレーザの周波数と共振周波数のデチューニングに敏感なため、周波数チューニング中はデチューニングが変化するためである.

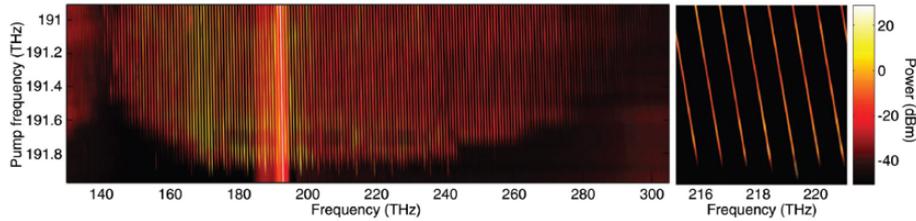


Fig.1.17 Tunable octave-spanning microresonator-based frequency comb. The horizontal axis shows the measured frequency comb at different pump laser frequencies (vertical axis). The brightest line corresponds to the pump laser (with a power of 1 W in this measurement). A magnified part of the spectrum in the right panel shows that the comb lines can be tuned more than a full free spectral range.[P. Del’Haye, *et. al.*, Phys. Rev. Lett. **107**, 063901 (2011)]

2016年にはWeinerのグループが低雑音な位相同期状態を維持しながらのマイクロコムのチューニングに成功した [64]. 具体的にはモード間隔 231 GHz の窒化シリコンによる導波路共振器を用いてマイクロコムを発生させ、導波路下部に敷設したマイクロヒータを用いて前述の状態を維持しながらモード間隔の 75% に渡るチューニングを達成した. また Fig.1.18.(a) に温度に対するマイクロコムのモード間隔の変化を、Fig.1.18.(b) にオフセット周波数の変化を示す.

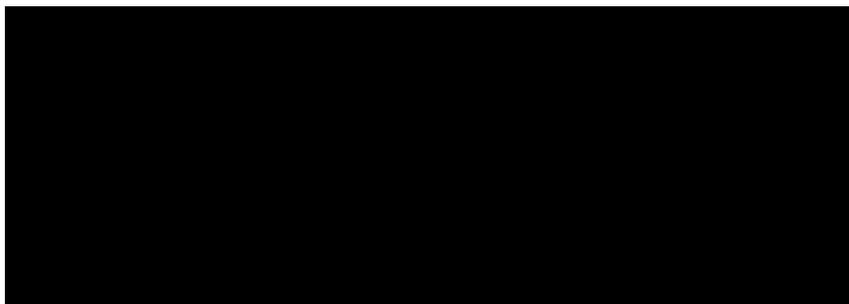


Fig.1.18 [Deleted due to various reasons]

同 2016 年には Lipson, Gaeta らのグループが共振周波数のチューニングを利用して、レーザ周波数の掃引無しでソリトンコムを発生させた [65]. 具体的にはモード間隔 200 GHz のシリコンナイトライドによる導波路共振器にマイクロヒータを敷設し、マイクロヒータへの注入電流を制御して共振周波数をレーザ周波数に対して高速 (kHz 帯域) で掃引してソリトンコムを発生させた. Fig.1.19 にそのセットアップと得られたソリトンステップを示す.



Fig.1.19 [Deleted due to various reasons]

1.4.3 先行研究 (力学的周波数チューニング)

力学的周波数チューニングとは、共振器に外力を印加した際の形状変化を利用した共振周波数、FSR のチューニングのことである。1.15 にその概念図を示す。

現在、力学的周波数チューニングは主に WGM 共振器、特に結晶共振器において広く用いられている手法である。一般的にその他の手法よりも反応速度が速いことが特徴である。ただしチューニング範囲という面では熱周波数チューニングに劣り、共振器に外力を直接印加するため破損の危険性もある。先行研究において注目すべき点は、チューニング範囲、チューニング効率、反応速度、そしてそれを用いて何を実現したか、の四点である。

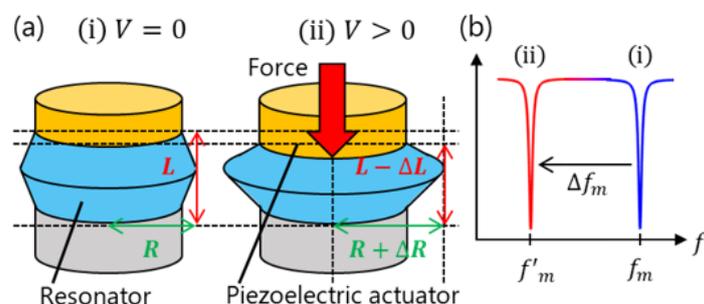


Fig.1.20 (a)Conceptual figure of mechanical frequency tuning. When an external force generated by a piezoelectric actuator is applied to a crystalline resonator, length and radius of the resonator can be changed. (b)Resonant frequency f_m of (i) is tuned to f'_m of (ii).

1993 年に Q 値が 10^4 程度の WGM 共振器を用いて力学的周波数チューニングが初めて行われた [66]。具体的には光ファイバによる円筒状共振器を、ピエゾアクチュエータを挟んだ治具に固定し、ピエゾアクチュエータに電圧を印加して円筒状共振器を伸ばすことで周波数チューニングを行った (Fig.1.21.(a)).

1998 年には Q 値が 10^8 程度の球状共振器を用いてプリズム結合による力学的周波数チューニングが行われた [67]。具体的には光ファイバの先端を溶融した球状共振器を、ピエゾアクチュエータを内包した治具に固定し、ピエゾアクチュエータに電圧を印加して球状共振器を潰すことで周波数チューニングを行った (Fig.1.21.(b)).

同グループは 2001 年に Q 値が 10^9 程度の球状共振器を用いて共振周波数を FSR の半分程度までチューニングすることに成功した [68]。具体的には光ファイバの中心を溶融した FSR が 800 GHz 程度のボトル状共振器を、ピエゾアクチュエータを挟んだ治具に固定し、ピエゾアクチュエータに電圧を印加してボトル状共振器を伸ばすことで周波数チューニングを行った (Fig.1.21.(c)). 共振周波数のチューニング効率は 8.9 GHz/V でチューニング範囲は 400 GHz 程度であった。

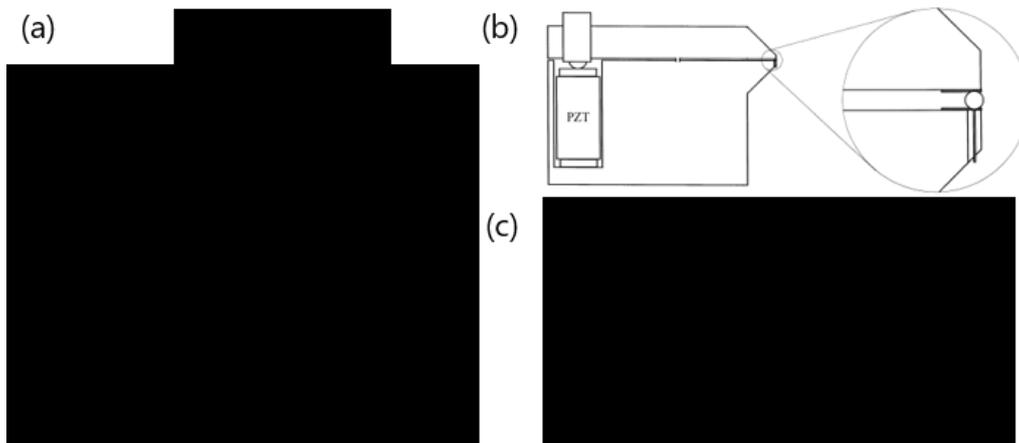


Fig.1.21 Schematic of the jig for mechanical frequency tuning used in (a)[Deleted due to various reasons], (b)[V.S. Ilchenko, *et.al.*, *Opt. Commun.* **145**, 86-89 (1998)], (c)[Deleted due to various reasons].

2013年には力学的周波数チューニングを用いたマイクロコムの共振周波数とモード間隔の制御と安定化が初めて行われた [1]. 具体的にはモード間隔 32 GHz のシリカロッド共振器の端面にピエゾアクチュエータを接着してコの字型の治具 (Fig.1.22.(a)) に固定することで、マイクロコムの共振周波数と FSR のチューニングを行った. 共振周波数のチューニング効率は 5 MHz/V でチューニング範囲は 800 MHz 程度であった (Fig.1.22(b),(c)). また FSR をチューニングしてマイクロコムの周波数間隔を周波数標準に対してロックすることで、その安定化を行った Fig.1.22(d).

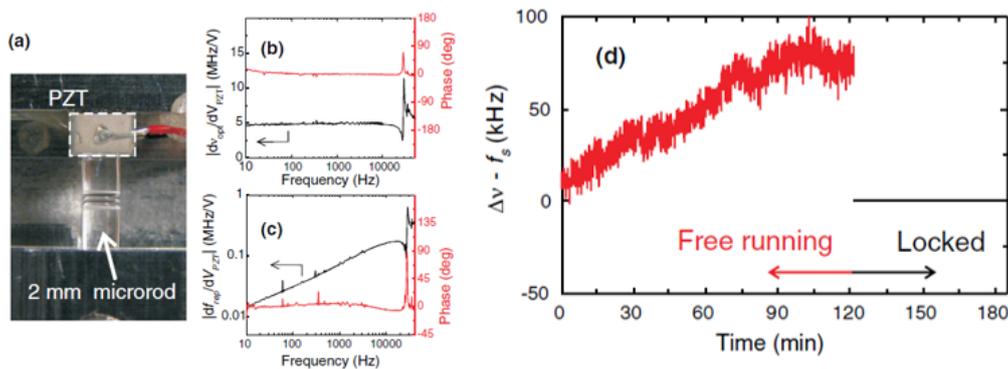


Fig.1.22 Mechanical control mechanism for microresonator combs. (a)Control apparatus. A PZT compresses the microrod resonator to adjust its mode frequencies. (b), (c)Response of optical resonance (b)and microcomb line spacing (c)with PZT drive frequency. (d)A three-hour record of the microcomb line spacing ($\Delta\nu$) under free-running and stabilized conditions. The line-spacing lock point f_s is 32.5671 GHz.[S. B. Papp, *et.al.*, *Phys. Rev. X* **3**, 031003 (2013)]

これらは共振器を導波路と垂直な方向から潰す方式であるが、直接導波路を伸ばす方式も存在する [69]. 具体的にはニオブ酸リチウム結晶をリング状に切り出し (Fig.1.23.(a)), そこにピエゾアクチュエータを埋め込んだ後に結晶の側面を溶融させて FSR が 24 GHz 程度の共振器を作製する (Fig.1.23.(b)). ここでピエゾアクチュエータに電圧を印加して、共振器を導波路方向に広げることで周波数チューニングを行った (Fig.1.21.(c),(d)). 共振周波数のチューニング効率は 24 MHz/V でチューニング範囲は 14 GHz 程度であった.

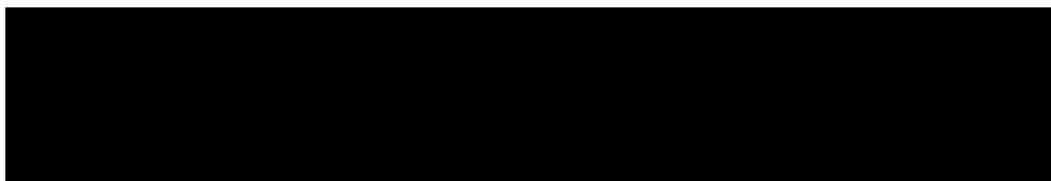


Fig.1.23 [Deleted due to various reasons]

2020 年には, Kippenberg のグループが力学的周波数チューニングを利用してレーザ周波数の掃引無しでソリトンコムを発生させた [70]. 具体的にはモード間隔 191 GHz の窒化シリコンによる導波路共振器に, 窒化アルミニウムによるアクチュエータを積層し [71], それに対して電圧を印加して導波路構造を変化させ, 共振周波数をレーザ周波数に対して掃引してソリトンコムを発生させた. そのセットアップと実際に得られたソリトンステップを Fig.1.24.(a),(b) に示す. 共振周波数のチューニング効率は 15.7 MHz/V でチューニング範囲は 4.7 GHz 程度であった.

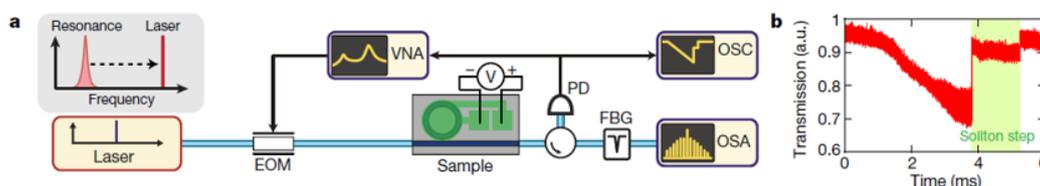


Fig.1.24 (a)Experimental set-up. OSC, oscilloscope; FBG, fibre Bragg grating; OSA, optical spectrum analyser; PD, photodiode; EOM, electro-optic modulator. (b)A typical soliton step of millisecond length.[J. Liu, *et. al.*, Nature **583**, 385-390 (2020)]

以上の先行研究から, ピエゾアクチュエータを利用した方式が主流であることが分かるが, それ以外にも様々な力学的機構を用いた手法が存在する.

2016年には、Bowenのグループによってトロイド共振器を用いた力学的周波数チューニングが初めて行われた [72]. 具体的には Fig.1.25.(a),(b) のように断面に空隙があるトロイド共振器に電極を敷設し、そこに電圧を印加することで極板間引力によりトロイド共振器の導波路形状を変化させ、共振周波数のチューニングを行った. 共振周波数のチューニング効率は 4.5 kHz/V^2 であり、チューニング範囲は 180 MHz 程度であった.

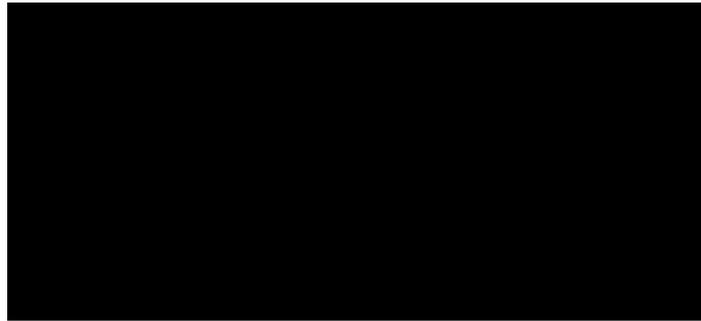


Fig.1.25 [Deleted due to various reasons]

同年には、液滴共振器を用いて表面張力による力学的周波数チューニングが初めて行われた [72]. 具体的には Fig.1.26 のように界面活性剤水溶液の表面に液滴共振器を浮遊させてから水溶液の濃度を調整し、液滴共振器に加わる表面張力を変化させ、共振周波数のチューニングを行った. この手法の大きな特徴として、共振器の半径方向に対する変化率が最大 40 % 程度と非常に大きいことが挙げられる. 具体的には液滴共振器の FSR を 580 GHz から 871 GHz まで変化させることに成功している.

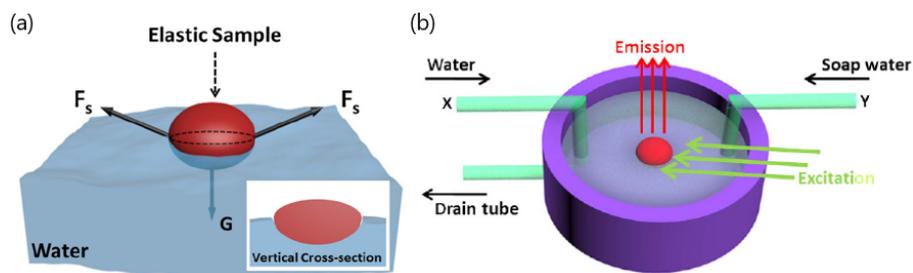


Fig.1.26 (a)The force analysis of the floating microlaser. The inset shows the vertical cross-section of the microlaser. The asymmetric ellipsoid shape is attributed to the different surface tensions at the interfaces of droplet/water and droplet/air. (b)Illustration of the home-made fluidic system.[S. Yang, *et. al.*, Sci. Reports **6**, 27200 (2016)]

1.4.4 先行研究 (その他周波数チューニング)

1.4.4.1 導波路の有効屈折率変化による周波数チューニング

WGM 共振器に誘電体を近接させると導波路部分の有効屈折率が変化する. WGM 共振器と誘電体の距離を piezo-actuator によって調整することで共振周波数, モード間隔をチューニングできる [74]. 具体的にはモード間隔 7.8 GHz の窒化リチウムによる WGM 共振器に酸化亜鉛をコーティングしたガラス製基盤を Fig.1.27.(a) のように近接させ, その距離を piezo-actuator で調整することで 400 MHz 程度の共振周波数のチューニングを行った.

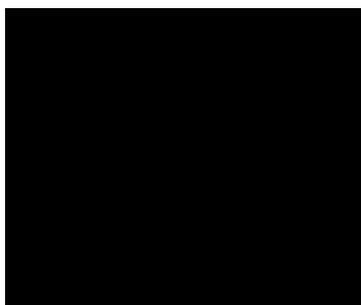


Fig.1.27 [Deleted due to various reasons]

またエアクラッドの導波路共振器に対して, クラッド層を特定の溶液で満たすことにより有効屈折率を変化させ, 共振周波数, モード間隔をチューニングする手法がある [75]. 具体的には窒化シリコンによる導波路共振器を NaCl 水溶液中に設置し, NaCl 水溶液の濃度を 10% 程度変化させることで 1 FSR 以上に渡る共振周波数のチューニングを行った (Fig.1.28.(c)).

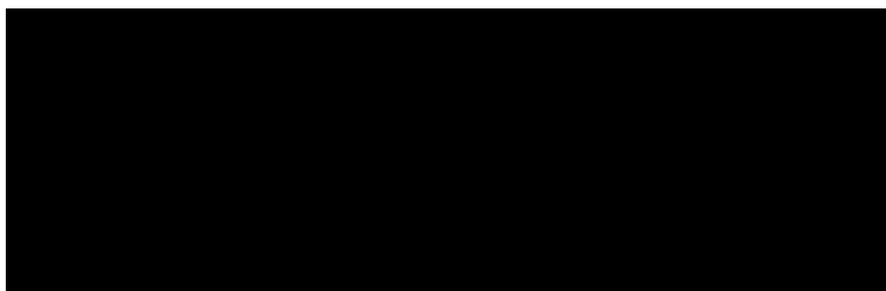


Fig.1.28 [Deleted due to various reasons]

1.4.4.2 電気光学 (EO) 周波数チューニング

2007 年には, モード間隔 22 GHz のニオブ酸リチウムによる導波路共振器に電極を積層して電圧を印加することで共振周波数のチューニングを行った [13]. 共振周波数のチューニング効率は 0.14 GHz/V でチューニング範囲は 14 GHz 程度であった.

2014 年には, モード間隔 370 GHz の窒化アルミニウムによる導波路共振器に電極を積層して

電圧を印加することでマイクロコムのチューニングを行った [14]. 共振周波数のチューニング効率は 24 MHz/V でチューニング範囲は 4.8 GHz 程度であった. Fig.1.29.(a) に FEM によるシミュレーション, Fig.1.29.(b) に印加電圧によって共振ディップがチューニングする様子, Fig.1.29.(c) に印加電圧に対する共振波長の関係を示す.

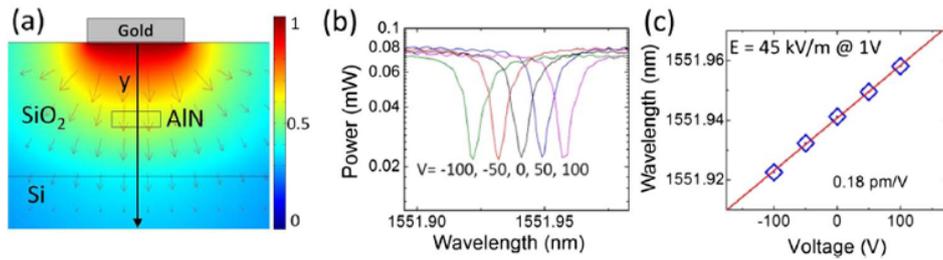


Fig.1.29 (a)FEM simulation of the electric potential distribution when 1 V is applied to the gold electrode.(b)Spectra of the optical resonance when the DC voltage from -100 to 100 V is applied. (c)Resonant wavelength plotted versus applied voltage and a linear fit. The electric field is estimated to be 45 kV/m when 1 V is applied.[A. Guarino, *et. al.*, Nat. Photonics **1**, 407-410 (2007)]

1.5 本研究の目的

本論文で用いる微小光共振器のプラットフォームは、フッ化マグネシウムを用いた結晶共振器とした。結晶共振器は導波路共振器と比較して一般的に Q 値が高く、理論的な Q 値の上限も非常に大きい。つまり四光波混合のパワー閾値 (2.30) を参照すると、結晶共振器は四光波混合を最も低電力で実現できるプラットフォームであると言える。また結晶共振器を用いて発生させたソリトンコムは、導波路共振器を用いて発生させたものと比較して位相雑音が小さいことが知られている [77]。つまり結晶共振器を用いて発生させたソリトンコムは、考えられるプラットフォームの中で最も低電力かつ低雑音であることが期待される。

またモジュール化を考えたときに可変波長レーザよりフットプリントが小さい固定周波数レーザを用いたが、通常のソリトンコムの発生方法では共振周波数に対してレーザ周波数を掃引しなければならないため、原理的に不可能に思われる。しかし周波数チューニングという手法を用いると、固定されたレーザ周波数に対して共振周波数を掃引できるのでこれが可能となる。

結晶共振器を用いた力学的周波数チューニングによるソリトンコムの発生は、まだ実証されていない。それに加え、周波数チューニングの手法が熱周波数チューニング、力学的周波数チューニングの二つに分類出来たことを考えると、熱周波数チューニングでは共振器の温度を安定化させるために熱を加え続けなければならないため消費電力がかさむが、力学的周波数チューニングは定常状態では電流が流れないのでより低消費電力な手法であることが期待される。

よって研究目標は「 piezoelectric アクチュエータを結合した結晶共振器による周波数チューニングとソリトンコムの発生」とした。

第 2 章では、微小光共振器の光学特性と、微小光共振器と光の相互関係を記述する結合モード理論、マイクロコムの発生原理である非線形光学効果、周波数チューニングの理論的詳細を示す。

第 3 章では、フッ化マグネシウム結晶共振器の製作、ソリトンコムの発生、 Pound-Drever-Hall 周波数安定化法によるソリトンコムの安定化に関する結果を示す。

第 4 章では、熱周波数チューニング、つまり共振周波数のチューニングと、ソリトンコムの繰り返し周波数のチューニングに関する結果を示す。

第 5 章では、力学的周波数チューニング、つまり共振周波数のチューニングと、それによるソリトンコムの発生に関する結果を示す。

第 6 章では、実験結果のまとめと展望を示す。

2 理論

2.1 微小光共振器の基本特性

2.1.1 Q 値

Q 値 (Quality factor) とは共振現象を示す振動系の一般的な評価指標であり, (2.1) で定義される.

$$Q \equiv 2\pi \times \frac{\text{Energy stored}}{\text{Energy loss per cycle}} \quad (2.1)$$

この式は振動系に蓄積されるエネルギーと散逸するエネルギーの比を取ったもので, Q 値の高さは振動系の振動状態の安定性の高さに対応する.

光共振器における Q 値とは, 光閉じ込め性能を表す指標である. (1.2) に従うと共振器内部に存在できる光の周波数は厳密に規定されるが, 実際の光共振器における光の吸収や損失を考慮すると, この条件は緩和される. つまり時間領域では光共振器内部を伝搬する光の電界振幅の減衰時間によって, 周波数領域では共振周波数の線幅によって Q 値を定義できる. 時間領域における Q 値は (2.2) で定義される. ここで f_m は共振周波数, τ_p は光子寿命である.

$$Q = 2\pi f_m \tau_p \quad (2.2)$$

光子寿命とは, 共振器内部で入力光の電界振幅が $1/\sqrt{e}$ に, 電界強度では $1/e$ になる時間のことである. よって時間領域における高 Q 値とは, 共振器内部に光が長時間減衰せずに存在できる状態に対応する. また周波数領域に関して Q 値は (2.3) で定義される. ここで Δf_m はスペクトル幅の半値全幅 (Full width at half maximum; FWHM) である.

$$Q = \frac{f_m}{\Delta f_m} \quad (2.3)$$

FWHM とは, 共振スペクトルにおいてピークの半分の相対強度における幅のことである. よって周波数領域における高 Q 値とは, 共振スペクトルが狭線幅, つまり (1.2) の共振条件に近い状態に対応する.

2.1.2 モード体積

実効モード面積 (Effective mode area) とは, 光共振器の導波路の断面部分においてモードの電界強度を均等化した場合の面積のことであり, (2.4) で表される.

$$A_{\text{eff}} = \frac{(\int |E|^2 dA)^2}{\int |E|^4 dA} \quad (2.4)$$

実効モード体積 (Effective mode volume) とは, 実効モード面積と光路長の積となり, これは (2.30) に示すように非線形光学効果の閾値に関わる要素の一つである.

2.1.3 分散

分散 (Dispersion) とは、媒質中の光が感じる屈折率における周波数依存性のことである。最も有名な例としては、白色光をプリズムに入射させた際に、白色光がグラデーションのように分かれて出射する現象が挙げられる。これはプリズムを通した光の屈折角がその周波数に依存するため起こる現象である。光共振器における分散の影響として、(1.2), (1.3) における n を $n(f)$ に置換すれば、共振周波数、FSR が周波数依存性を持つことが理解できる。分散は二種類存在しており、媒質の種類に依存する材料分散 (Material dispersion) と構造に依存する構造分散 (Geometric dispersion) とに分けられ、分散関係はこれら二種類の分散の総和で表現される。

分散関係を考慮した際の共振周波数 f_μ は (2.5) で表される。ここで f_0 は任意の共振周波数、 μ は中心から数えた相対的なモードナンバーである。

$$f_\mu = f_0 + \frac{D_1}{2\pi}\mu + \frac{1}{2}\frac{D_2}{2\pi}\mu^2 + \frac{1}{6}\frac{D_3}{2\pi}\mu^3 \dots \quad (2.5)$$

$D_1/2\pi$ は中心の共振周波数 f_0 における FSR を表し、 D_2 は FSR に対する偏差を表しており、二次分散と呼ばれる。それ以降の項はさらに高次の分散を表している。共振周波数は (1.2) では等間隔なのに対して、(2.5) では二次分散項とそれより高次の項の影響によって等間隔ではなくなる。ここで高次の分散を無視した場合について、二次分散 D_2 の符号が分散関係に与える影響を考える。 D_2 が 0 の場合、共振周波数は完全に等間隔で FSR はどの共振周波数においても同じ値となる。 D_2 が正の場合、高周波数側では共振周波数の間隔が広くなり、低周波側では狭くなる (Fig.2.1 参照)。 D_2 が負の場合、高周波数側では共振周波数の間隔が狭くなり、低周波側では広くなる。 D_2 が負の場合を正常分散 (Normal dispersion), 正の場合を異常分散 (Anomalous dispersion) と呼ぶ。(2.6), (2.7) に異常分散, 正常分散の FSR の変化率を周波数軸、波長軸で考えた場合の特性を示す。これらの分散関係は光周波数コムの発生の際に重要となるが、それについては 1.2 で示す。

$$\frac{d\text{FSR}}{df} > 0, \frac{d\text{FSR}}{d\lambda} < 0 : (\text{Anomalous dispersion}) \quad (2.6)$$

$$\frac{d\text{FSR}}{df} < 0, \frac{d\text{FSR}}{d\lambda} > 0 : (\text{Normal dispersion}) \quad (2.7)$$

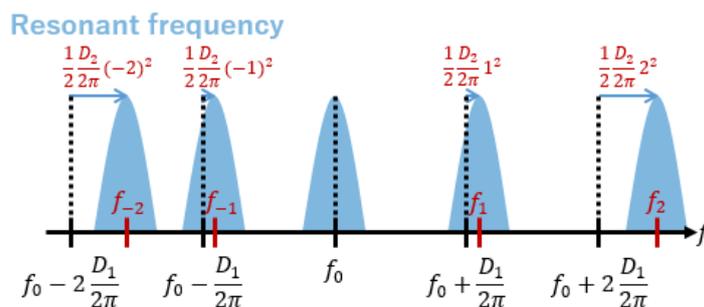


Fig.2.1 Resonant frequencies taking anomalous dispersion into account.

2.1.3.1 材料分散 (Material Dispersion)

材料分散とは媒質中の光が感じる屈折率の周波数依存性のことであり、(2.8) に示すセルマイヤーの公式から計算される [17]. ここで A_i, B_i はセルマイヤー係数という材料依存の係数である.

$$n^2(\lambda) = 1 + \sum_{i=0} \frac{A_i \cdot \lambda^2}{\lambda^2 - B_i^2} \quad (2.8)$$

Fig.2.2 に異なる材料についての分散係数 D の計算結果を示す [18].

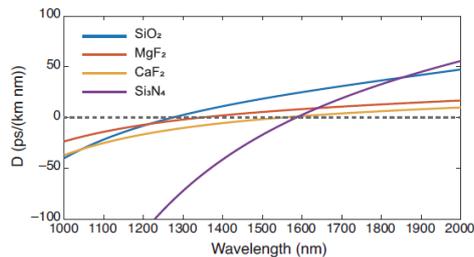


Fig.2.2 Material dispersion D of various platforms: silica (SiO_2), magnesium fluoride (MgF_2), calcium fluoride (CaF_2), and silicon nitride (Si_3N_4). [Shun Fujii, *et. al.*, *Nanophotonics* **9**, 1087-1104 (2020)]

2.1.3.2 構造分散 (Geometric Dispersion)

異なる横モードは共振器内部を異なる道筋で伝搬する. そのため共振器の幾何的構造 (メジャー半径, 導波路のマイナー半径等) は共振器の分散に影響を及ぼす. その計算は COMSOL 等のソフトウェアを用いて有限要素法 (Finite element method; FEM) により計算できる (Fig.2.3.A). また TE モードと TM モードではそのモード分布が異なるので, 分散関係も異なる (Fig.2.3.B). また同一の縦モードでも, 周波数が異なればその分散関係も異なる (Fig.2.3.C).

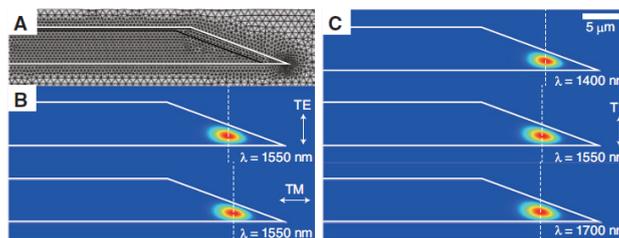


Fig.2.3 (A) Created mesh cells for axisymmetric microdisk resonator with 40° wedge angle in FEM calculation. (B) Calculated mode profile of fundamental TE and TM modes around 1550 nm. The TM mode slightly extends the outer boundary of the disk resonator. (C) Comparison of mode profiles at three different wavelengths. At longer wavelengths, the center of the optical mode is shifted inside the resonator. [Shun Fujii, *et. al.*, *Nanophotonics* **9**, 1087-1104 (2020)]

2.2 結合モード理論

2.2.1 結合モード方程式

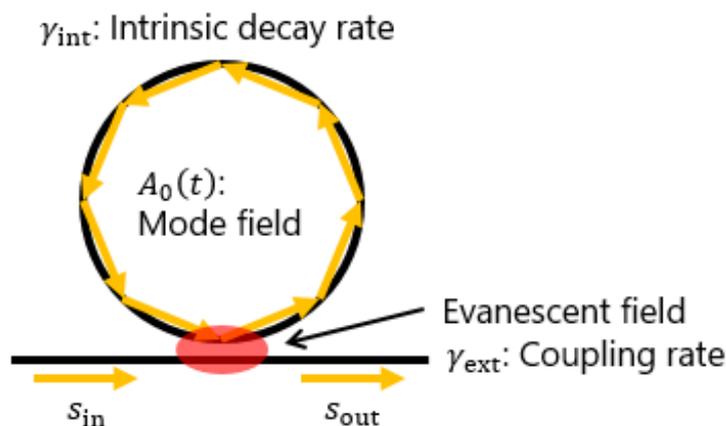


Fig.2.4 Waveguide microresonator optical coupling system via evanescent field. $A_0(t)$ is the intracavity optical field, s_{in} and s_{out} denote the input and output fields, respectively. γ_{int} and γ_{ext} are the intrinsic decay rate and coupling rate, respectively.

結合モード方程式とは、共振器と外部結合器のエヴァネッセント場を介した光結合を記述する方程式であり、(2.9)で表される。ここで ω_0 は共振周波数、 ω_p はレーザ周波数、 s_{in} は入力波の振幅、 $A_0(t)$ は共振器内部の光の電界振幅を表す。減衰率は γ_{int} 、 γ_{ext} に分けられ、それぞれ共振器固有の減衰率、共振器と導波路間の結合減衰率を表し、それらの総和は γ で表される。またその概念図を Fig.2.4 に示す。

$$\frac{dA_0(t)}{dt} = -\left(\frac{\gamma}{2} + j(\omega_0 - \omega_p)\right) A_0(t) + \sqrt{\gamma_{ext}} s_{in}(t) \quad (2.9)$$

ここで定常状態 ($dA_0(t)/dt = 0$) を仮定した場合、電界振幅 A_0 は (2.10) となる。

$$A_0 = \frac{\sqrt{\gamma_{ext}}}{\gamma/2 + j(\omega_0 - \omega_p)} s_{in} \quad (2.10)$$

ここで共振器内部に蓄積された光子数は導波路へ入力された光子数 $|s_{in}|^2$ であるため、(2.11) のように変形できる。

$$|A_0|^2 = \frac{\gamma_{ext}}{\gamma^2/4 + (\omega_0 - \omega_p)^2} |s_{in}|^2 \quad (2.11)$$

また入力波の振幅と出力波の振幅の関係は (2.12) のように表される。

$$s_{out} = -s_{in} + \sqrt{\gamma_{ext}} A_0 \quad (2.12)$$

よって振幅透過率は (2.13)、強度透過率は (2.14) のように定義される。

$$t = \frac{s_{out}}{s_{in}} = \frac{(\gamma_{ext} - \gamma_{int})/2 - j(\omega_0 - \omega_p)}{(\gamma_{ext} + \gamma_{int})/2 + j(\omega_0 - \omega_p)} \quad (2.13)$$

$$T = \left| \frac{s_{\text{out}}}{s_{\text{in}}} \right|^2 = \frac{(\gamma_{\text{ext}} - \gamma_{\text{int}})^2 + (\omega_0 - \omega_p)^2}{(\gamma_{\text{ext}} + \gamma_{\text{int}})^2 + (\omega_0 - \omega_p)^2} \quad (2.14)$$

またエネルギー保存の法則から，出力光子 $|s_{\text{out}}|^2$ は入力光子と共振器内部での散逸光子の差として，(2.15) のように表される．

$$\begin{aligned} |s_{\text{out}}|^2 &= |s_{\text{in}}|^2 - \gamma_{\text{ext}} |A_0|^2 = \left(1 - \frac{\gamma_{\text{int}} \gamma_{\text{ext}}}{\gamma^2/4 + (\omega_0 - \omega_p)^2} \right) \\ &= \frac{(\gamma_{\text{ext}} - \gamma_{\text{int}})^2/4 + (\omega_0 - \omega_p)^2}{(\gamma_{\text{ext}} + \gamma_{\text{int}})^2/4 + (\omega_0 - \omega_p)^2} |s_{\text{in}}|^2 \end{aligned} \quad (2.15)$$

この結果は (2.14) と一致している．共振周波数とレーザ周波数が一致しているとき，強度透過率の最大深さ T_0 は (2.16) のようになる．

$$T_0 = \left(\frac{Q_{\text{int}} - Q_{\text{ext}}}{Q_{\text{int}} + Q_{\text{ext}}} \right)^2 \quad (2.16)$$

ここで $T_0 = 0$ ，つまり $Q_{\text{int}} = Q_{\text{ext}}$ ($\gamma_{\text{int}} = \gamma_{\text{ext}}$) のときをクリティカルカップリングと呼び，入射波のエネルギーがすべて共振器内部に入る状態を表している．また $Q_{\text{int}} < Q_{\text{ext}}$ ($\gamma_{\text{int}} > \gamma_{\text{ext}}$) のときをアンダーカップリング， $Q_{\text{int}} > Q_{\text{ext}}$ ($\gamma_{\text{int}} < \gamma_{\text{ext}}$) のときをオーバーカップリングと呼び，それぞれを区別する． $\gamma_{\text{ext}}/\gamma_{\text{int}}$ の値でそれぞれのカップリングを区別できるため，Fig.2.5.(a) にデチューニングに対する強度透過率の関係をアンダーカップリング，クリティカルカップリング，オーバーカップリングについて示し，Fig.2.5.(b) に $\gamma_{\text{ext}}/\gamma_{\text{int}}$ に対する強度透過率の最大深さの関係を示す．

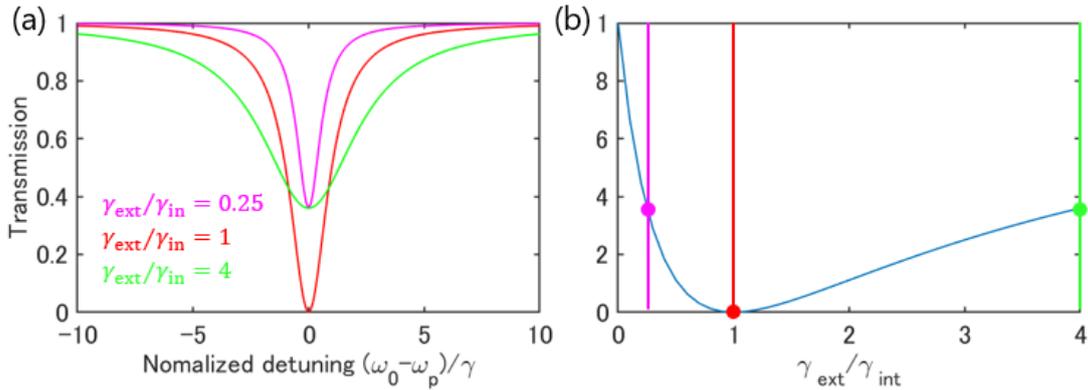


Fig.2.5 (a)Intensity transmittance T for normalized detuning $(\omega_0 - \omega_p)/\gamma$. Magenta line corresponds to under coupling, red line to critical coupling, green line to over coupling. (b)Minimum transmission T_0 for different $\gamma_{\text{ext}}/\gamma_{\text{int}}$.

2.2.2 結合方法

2.2.2.1 テーパーファイバ結合

テーパーファイバとは、入射部分の口径に対して出射部分の口径もしくは一部分が小さい光ファイバのことである。特に中心部分を細くしたテーパーファイバを用いることで、微小光共振器に対して低損失な結合が実現されている [19]。

テーパーファイバの製作方法としては、細くしたい部分を加熱して溶融延伸する手法が一般的であり、本論文では Fig.2.6.(b) のようにマイクロセラミックヒータを用いて、光ファイバの中心部分を加熱しながら可動ステージで両側から延伸する方式を用いた。光ファイバを延伸し始めると、Fig.2.6.(a) に示すようにクラッドモードが励起され透過光が発振し、再びシングルモードになると発振は停止するため、これをテーパーファイバ作製完了の目安とした。テーパーファイバ作製前後の透過光強度における損失は、可動ステージの動作速度、ヒータの温度、ヒータに対する光ファイバの位置調整を経て 1% 以下に抑えることが可能である。

光ファイバのシングルモード条件は (2.17) のように表される。ここで ϕ_{fiber} は光ファイバの直径、 n_i 、 n_o はコア層、クラッド層の屈折率、 λ は伝搬する光の波長である。

$$V_{\text{fiber}} = \frac{\pi \phi_{\text{fiber}} \sqrt{n_i^2 - n_o^2}}{\lambda} < 2.405 \quad (2.17)$$

よって n_i を 1.44、 n_o を 1.0、 λ を 1550 nm とした場合、シングルモード条件を満たす光ファイバの最大半径は 1.15 μm となる。

このように、テーパーファイバ結合の大きな特徴として伝搬損失、結合損失の小ささが挙げられ、その他には伝搬定数、結合状態の微調整がしやすいことが挙げられる。伝搬定数はテーパーファイバの直径に依存するため、製作のプロセスの最適化やテーパーファイバに対する共振器の位置を調節するだけでよい。また結合状態はテーパーファイバと共振器間の距離に依存するため、同様に調節すればよい。

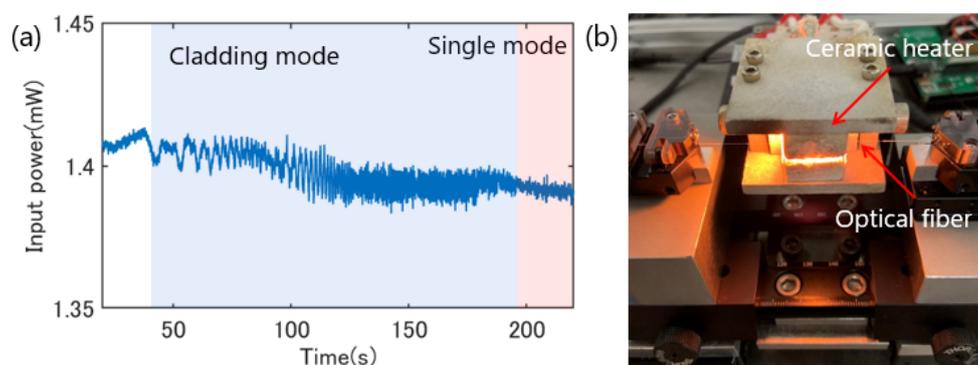


Fig.2.6 (a)Transmission for tapered fiber fabrication while translation stages are pulling heated optical fiber. (b)Setup for tapered fiber fabrication.

2.2.2.2 プリズム結合

プリズム結合は、溶融石英を用いた球状共振器における結合の方法として提案された [21]. Fig.2.7 に典型的なプリズム結合のセットアップを示す. プリズムの反射面において入射光は全反射するが, ここに生じるエヴァネッセント場を介して共振器に光を結合させる. プリズムの反射面に入射光の焦点を合わせるために対物レンズや屈折率分布型 (Graded-index; GRIN) レンズが用いられ, そのプリズムと共振器の位置調整にはピエゾステージ等が用いられ精密に制御される. ビームの角度は全反射条件を満たさなければならないほか, 結合効率にも大きな影響をもたらす [22].

プリズム結合の大きな特徴として, 環境外乱に対するロバスト性と高屈折材料に対する互換性が挙げられる. また豊富な材料により作製され, ホウケイ酸ガラス [21], 高屈折率ガラス SF-11[23], ダイヤモンド [24], シリコン [5], ルチル [25], サファイア [26] 等が例として挙げられる.

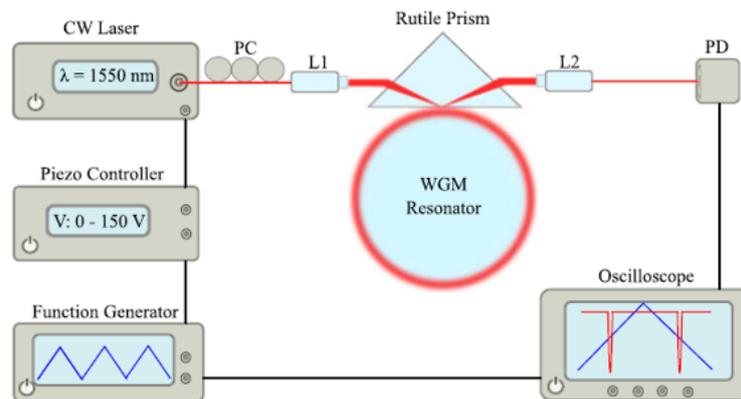


Fig.2.7 Schematic representation of the experimental setup for the high Q LiNbO_3 WGM disk-resonators. PC: polarization controller; L1 and L2: gradient-index (GRIN) lens; PD: photodetector. The piezocontroller is used to scan the frequency of the laser. [Y. Pan, *et. al.*, IEEE Photon. J. **9**, 1-8 (2017)]

2.2.2.3 導波路結合

導波路結合は, 導波路共振器における結合の方法である. 共振器部分に対するバス導波路の距離は, 共振器の製作時点で一意的に定まるのでロバスト性が非常に高いが, テーパーファイバ結合やプリズム結合の場合のように結合条件の微調整はできなくなる.

2.3 非線形光学効果

微小光共振器を用いたマイクロコムの発生は、第三次非線形光学効果の一種である四光波混合によるものである。よって四光波混合によるマイクロコムの発生原理の詳細をここに示す。

2.3.1 非線形分極

光が媒質中を伝搬する際に、媒質中の電子が光の電界に影響されて分極が起こる。このときの誘電分極 $P(z, t)$ と電界 $E(z, t)$ の関係は (2.18) で表される。ここで $\chi^{(2)}, \chi^{(3)}, \dots$ は高次の非線形感受率であり、この値は高次になるほど大幅に小さくなる。

$$P(z, t) = \varepsilon_0(\chi^{(1)}E(z, t) + \chi^{(2)}E(z, t)^2 + \chi^{(3)}E(z, t)^3 + \dots) \quad (2.18)$$

電界が比較的弱い場合は、高次分極は無視して一般的に知られている線形な関係 $P(z, t) = \varepsilon_0\chi^{(1)}E(z, t)$ として扱ってよい。しかし高 Q 値かつ微小モード体積を有する微小光共振器に光を入射すると、内部での光エネルギー密度が非常に高まった結果、高次分極を無視できなくなる。対称的な構造を持つ微小光共振器の場合は二次の非線形分極を無視でき、かつ四次以上の非線形分極は非常に小さいので無視してよいと仮定して、ここでは三次の非線形分極のみを考える。よって非線形分極は (2.19) のように表せる。

$$P_{NL}(z, t) = \varepsilon_0\chi^{(3)}E(z, t)^3 \quad (2.19)$$

異なる三つの周波数を持つ光の電界は (2.20) のように表せる。ここで c.c. とは複素共役成分 (Complex conjugate) である。

$$E(z, t) = \frac{1}{2}(E_k e^{i(k_k z - \omega_k t)} + E_l e^{i(k_l z - \omega_l t)} + E_m e^{i(k_m z - \omega_m t)} + c.c.) \quad (2.20)$$

(2.20) を (2.19) に代入すると、三次の非線形分極は (2.21) のように表せる。

$$P_{NL}(z, t) = \frac{1}{2} \sum_n P_n(\omega_n) e^{i(k_n z - \omega_n t)} + c.c. \quad (2.21)$$

ここで $P_n(\omega_n)$ は (2.22) で表される。

$$\begin{aligned} P_n(\omega_n) = & \frac{\varepsilon_0\chi^{(3)}}{4} [(3|E_k|^2 + 6|E_l|^2 + 6|E_m|^2)E_k e^{j\omega_k t} + \dots \\ & + 3E_k^2 E_l^* e^{j(2\omega_k - \omega_l)t} + 6E_k E_l E_m^* e^{j(\omega_k + \omega_l - \omega_m)t} + \dots \\ & + 3E_k^2 E_l e^{j(2\omega_k + \omega_l)t} + 6E_k E_l E_m e^{j(\omega_k + \omega_l + \omega_m)t} + \dots \\ & + E_k^3 e^{j(3\omega_k)t}] \end{aligned} \quad (2.22)$$

2.3.2 カー効果

カー効果とは、ある媒質に光を入射した際に光が感じる物質の屈折率が、その強度に依存して変化する現象のことである。光それ自身の強度によって誘発される屈折率変化による位相シフトは、自己位相変調 (Self phase modulation; SPM)，別の光の強度によって誘発される屈折率変化による位相シフトは相互位相変調 (Cross phase modulation; XPM) と呼ばれる。カー効果による屈折率変化は (2.23) で表される。ここで n_2 は媒質の非線形屈折率であり、 $I_{k,l,m}$ は光強度を表す。

$$\Delta n = n_2 I_k + 2n_2 (I_l + I_m) \quad (2.23)$$

ここで非線形屈折率 n_2 は (2.24) で表される。

$$n_2 = \frac{3}{4n_0^2 \epsilon_0 c} \chi^{(3)} \quad (2.24)$$

カー効果による共振周波数のシフト量 Δf_m を考える。まずは SPM による共振周波数シフトを考える。シフト後の共振周波数 f'_m は (2.25) で表される。ここでシフト前の共振周波数 f_m は (1.2)， P_{cav} は SPM に関わる共振器の内部パワー， A_{eff} は実効モード断面積である。

$$f'_m = \frac{mc}{2\pi(n + \Delta n)R} = \frac{mc}{2\pi n R} \left(1 - \frac{\Delta n}{n}\right) = f_m \left(1 - \frac{n_2 P_{\text{cav}}}{n A_{\text{eff}}}\right) \quad (2.25)$$

よって SPM による共振周波数シフト量 Δf_m は (2.26) で表される。

$$\Delta f_m = -f_m \frac{n_2 P_{\text{cav}}}{n A_{\text{eff}}} \quad (2.26)$$

同様に XPM による共振周波数シフトは (2.27) で表される。ここで P'_{cav} は XPM に関わる共振器の内部パワーである。

$$\Delta f_m = -f_m \frac{2n_2 P'_{\text{cav}}}{n A_{\text{eff}}} \quad (2.27)$$

2.3.3 四光波混合

四光波混合とは、媒質中で複数の周波数の光子が相互作用した結果として、全く新しい周波数の光子が発生する現象である。その過程は縮退四光波混合 (Degenerate FWM) と、非縮退四光波混合 (Non-degenerate FWM) の二種類に分けられる。縮退過程は (2.26) の第一項目で表され、同じ周波数 ω_k の光子二つが消滅し、それとは異なる周波数 ω_m 、 ω_n の光子が二つ発生する過程である。非縮退過程は (2.26) の第二項目で表され、異なる周波数 ω_k 、 ω_m の光子が一つずつ消滅し、それとは異なる周波数 ω_n 、 ω_l の光子が二つ発生する過程である。これら二つの過程には位相整合条件の成立が不可欠であり、縮退過程の場合の条件を (2.28)、非縮退過程の場合の条件を (2.29) に示す。

$$k_k = k_m + k_n \quad (\text{Degenerate FWM}) \quad (2.28)$$

$$k_k + k_m = k_n + k_l \quad (\text{Non-degenerate FWM}) \quad (2.29)$$

FWM の励起パワーの閾値 $P_{\text{th}}^{\text{FWM}}$ は (2.30) で表される [32].

$$P_{\text{th}}^{\text{FWM}} = \frac{\gamma^2 n^2 V_{\text{eff}}}{8\eta\omega_0 c n_2} \quad (2.30)$$

微小光共振器を用いてマイクロコムを発生させる際のセットアップを Fig.2.8.(A) に示す. 光増幅器で十分に強度を増幅した CW 光を微小光共振器に入射させると, 共振器内部で FWM が誘発されマイクロコムが発生する. それをフォトダイオードに入射すると, 繰り返し周波数を各周波数成分のビート信号として測定できる. CW 光を中心にマイクロコムが形成される過程の概念図を Fig.2.8.(B) に示す. 縮退過程, 非縮退過程の FWM 双方により, 精密に等間隔な周波数成分で構成されるマイクロコムが形成されるが, 分散特性により共振器内部に存在できる周波数は等間隔ではないので, マイクロコムの帯域幅が制限されていることが分かる.



Fig.2.8 [Deleted due to various reasons]

2.4 周波数チューニング

2.4.1 熱周波数チューニング

マイクロコムを熱制御した場合，熱光学効果によってその屈折率が，熱膨張効果によってその構造が変化することにより共振周波数，繰返し周波数が変化する．屈折率の温度依存性は熱光学係数 (Thermo-optical coefficient) に，構造の温度依存性は熱膨張係数 (Thermal expansion coefficient) によって記述される．

まず熱光学効果による共振周波数，FSR のチューニングについて考える．(1.2) において WGM 共振器の温度を ΔT だけ変化させたとき，熱光学効果によって媒質の屈折率が Δn ，共振周波数が Δf_m だけ変化したとする．この関係は (2.31) のように表せる．

$$f_m + \Delta f_m = \frac{mc}{2\pi(n + \Delta n)R} \quad (2.31)$$

この式を整理することで (2.32) が得られる．

$$\frac{df_m}{dT} = -\frac{dn}{dT} \cdot \frac{f_m}{n} \quad (2.32)$$

FSR についても同様の計算を行うことで (2.33) が得られる．

$$\frac{d\text{FSR}}{dT} = -\frac{dn}{dT} \cdot \frac{\text{FSR}}{n} \quad (2.33)$$

次に熱膨張効果による共振周波数，FSR のチューニングについて考える．(1.2) において WGM 共振器の温度を ΔT だけ変化させたとき，熱光学効果によって共振器の半径が ΔR ，共振周波数が Δf だけ変化したとする．熱光学効果の場合と同じ手順を踏んで計算をすると (2.34)，(2.35) が得られる．

$$\frac{df_m}{dT} = -\frac{dR}{dT} \cdot \frac{f_m}{R} \quad (2.34)$$

$$\frac{d\text{FSR}}{dT} = -\frac{dR}{dT} \cdot \frac{\text{FSR}}{R} \quad (2.35)$$

ここで dn/dT が熱光学係数を表し， $(1/R)(dR/dT)$ が熱膨張係数を表している．ここで $\alpha = (1/n)(dn/dT) + (1/R)(dR/dT)$ と置くと，温度を ΔT だけ変化させたときの共振周波数は (2.36)，FSR は (2.37) で表される．

$$f_m(\Delta T) = f_m(1 - \alpha\Delta T) \quad (2.36)$$

$$\text{FSR}(\Delta T) = \text{FSR}(1 - \alpha\Delta T) \quad (2.37)$$

2.4.2 力学的周波数チューニング

共振器に外力を印加した場合、その構造が変化することで共振周波数、繰り返し周波数が変化する。例えばゴム球に対して上から手のひらを押し当てる場合、手のひらと垂直な方向にゴム球が圧縮され、手のひらに平行な方向にゴム球が広がる。それと同様に WGM 共振器に対して導波路と垂直な方向から外力を印加した場合、WGM 共振器が圧縮され導波路が広がることで共振周波数、繰り返し周波数が変化する。これが力学的周波数チューニングの基本原理である。ゴム球と結晶共振器を外力によって潰すことを考えたとき、前者は容易に潰れて後者は潰れにくいことが想像できる。これは物質の硬さを表すヤング率 (Young's modulus) が異なるためである。

まず z 軸方向に長さ L と半径 R を持つ棒を考える。この棒に対して同軸方向に荷重 F を加えたとき、棒内部に働く応力は (2.38) のように表される。

$$\sigma = \frac{F}{\pi R^2} \quad (2.38)$$

棒の硬さ (ばね係数) を表すヤング率 E を用いると、棒に生じる長さ方向の変位割合を表す縦ひずみ ϵ_L は (2.39) のように表される。

$$\epsilon_L = \frac{\sigma}{E} = \frac{F}{\pi R^2} \frac{1}{E} \quad (2.39)$$

ひずみは棒に生じる変位の割合を表すので、長さ L の棒に生じる長さ方向の総変位は (2.40) で表される。

$$\Delta L = \epsilon_L L = \frac{F}{\pi R^2} \frac{L}{E} \quad (2.40)$$

棒の長さ方向に変位が生じているということは、半径方向にも同様に変位が生じている。棒に生じる半径方向の変位割合を表す横ひずみ ϵ_R と縦ひずみ ϵ_L の比は物質固有の値を取り、ポアソン比 (Poisson's rate) と呼ばれる。ポアソン比 ν は (2.41) で定義される。

$$\nu = \frac{\epsilon_R}{\epsilon_L} \quad (2.41)$$

よって棒に生じる半径方向の変位割合を表す横ひずみ ϵ_R は (2.42) のように表される。

$$\epsilon_R = -\nu \epsilon_L = -\nu \frac{\sigma}{E} = -\frac{F}{\pi R^2} \frac{\nu}{E} \quad (2.42)$$

とすると半径方向の総変位は (2.43) で表される。

$$\Delta R = \epsilon_R R = -\frac{F}{\pi R} \frac{\nu}{E} \quad (2.43)$$

力学的周波数チューニングの共振周波数、FSR のチューニングの理論値を計算する。共振器に対して ΔF だけ外力を加えたとき、共振器の半径が ΔR 、共振周波数が Δf_m だけ変化したとする。この時の関係は (2.44) のように表せる。

$$f_m + \Delta f_m = \frac{mc}{2\pi n(R + \Delta R)} \quad (2.44)$$

この式を整理することで (2.45) が得られる.

$$\Delta f_m = -\frac{\Delta R}{R} f_m = \frac{\Delta F}{\pi R^2} \frac{\nu}{E} f_m \quad (2.45)$$

外力の方向は共振器が伸びる方向に対して正であるため、共振器が潰れる方向に外力を加えた場合には (2.45) は負の値を取るため、共振周波数は低周波側にシフトすることが分かる.

ピエゾアクチュエータに対して ΔV だけ電圧を印加した結果として外力 ΔF が発生した場合を考えると, (2.46) が得られる.

$$\frac{df_m}{dV} = \frac{dF}{dV} \frac{1}{\pi R^2} \frac{\nu}{E} f_m \quad (2.46)$$

FSR についても同様の計算を行うことで (2.47) が得られる.

$$\frac{d\text{FSR}}{dV} = \frac{dF}{dV} \frac{1}{\pi R^2} \frac{\nu}{E} \text{FSR} \quad (2.47)$$

力学的周波数チューニングによって大きなチューニング量を得たい場合、発生力の大きいピエゾアクチュエータを用いて (dF/dV), サイズの小さい共振器を ($1/\pi R^2$), ポアソン比が大きくヤング率の小さい柔らかい材料 (ν/E) で作製すればよい.

3 レーザ周波数掃引によるソリトンコムの発生

3.1 微小光共振器の製作

微小光共振器，特に本論文で用いた結晶共振器の製作方法について示す．製作工程は接着，切削，研磨の三工程に分けられ，実験前に洗浄工程を経る必要がある (Fig.3.1)．

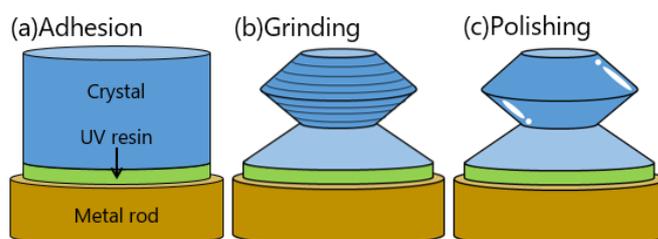


Fig.3.1 Illustration of a fabrication process. (a)Adhesion. (b)Grinding. (c)Polishing.

3.1.1 接着工程 (Adhesion)

結晶材料，UV 硬化剤 (Thorlabs, NOA81)，金属棒 (ステンレス鋼製) を用意する．金属棒を自立させてその上面に UV 硬化剤を適量滴下し，さらにその上に結晶材料を置く．ここで結晶材料の中心軸と金属棒の中心軸が一致するように位置を調整した後，紫外線照射機を用いて UV 硬化剤を硬化させる．以下これを試料と呼ぶ．

ここで変数として考えられるのは，UV 硬化剤の種類と粘度，結晶材料と金属棒の中心軸の偏差である．まず UV 硬化剤の種類によって接着できる材料に適不適があるため，金属材料と結晶材料の接着に適したものを選ぶ．また UV 硬化剤の粘度が足りない場合，結晶材料の下部にしか接着面が形成されないため，切削・研磨工程において剥がれやすくなる (Fig.3.2 における Bad sample 1)．また結晶材料と金属棒の中心軸に偏差がある場合，エアスピンドルの回転軸と結晶材料の中心軸にずれが生じて切削・研磨工程が上手く行えない (Bad sample 2)．また結晶材料が UV 硬化剤に浮いた状態で紫外線を照射して硬化させてしまうと，エアスピンドルの回転軸と結晶材料の中心軸にずれが生じて同様に切削・研磨工程が上手く行えない (Bad sample 3)．

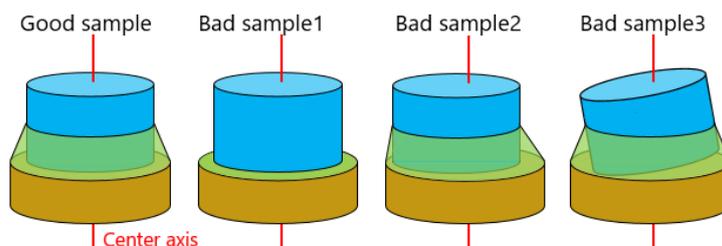


Fig.3.2 Illustrations of a good sample and bad samples.

3.1.2 切削工程 (Grinding)

試料の金属棒部分をエアスピンドルに挿入し、高速で回転させる。試料の結晶部分に対してダイヤモンドペーパーを押し当てて導波路を削りだす。まずは粒度が粗めのダイヤモンドペーパー (#400) で大まかに削りだしてから、粒度の細かいダイヤモンドペーパー (#1000) で表面に大きな傷が残らないように概形を削りだす。特に導波路部分に大きな欠損がある場合は追切削を行う必要がある。切削工程を終えた試料を Fig.3.3.(a) に示す。

3.1.3 研磨工程 (Polishing)

試料の結晶部分に対してダイヤモンドペーストを押し当て、表面を滑らかにする。まずは粒度の粗いダイヤモンドペーストで前工程で残った切削痕を削り取る。次に粒度の細かいダイヤモンドペーストを用いて肉眼では見えない細かい傷を削り取る。粒度の粗いダイヤモンドペーストや結晶の残滓が表面にあると表面の滑らかさがそれに制限されてしまうので、ダイヤモンドペーストの粒度を細かくする際は結晶表面のクリーニングをする必要がある。#7500 で 5 分、#15000 で 10 分、#30000 で 20 分、#60000 で 30 分程度研磨することで、 Q 値が 9 常前半程度の共振器を製作することができる。研磨工程を終えた試料を Fig.3.3.(b) に示す。

研磨工程は従来手作業で行っていたが、この工程は作製を行う当人の習熟度によって共振器の性能が左右されてしまった。そのため手作業で行っていた工程を半自動化するための治具を作製した。その治具を用いて試料を研磨している様子を Fig.3.3.(c) に示す。この治具によって Q 値の十分に高い共振器を沢山生産できるため実験効率の向上が見込める。

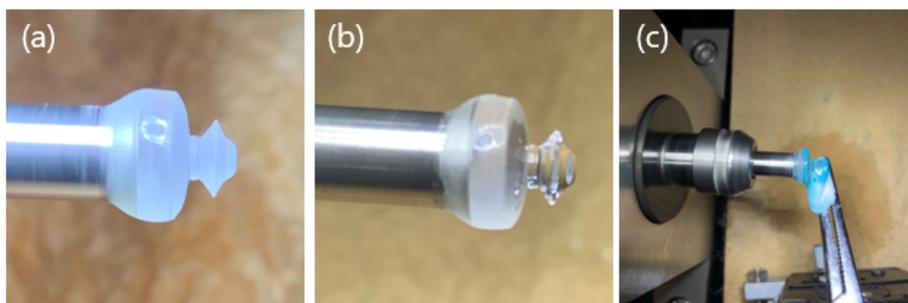


Fig.3.3 (a)Grinded sample. (b)Polished sample. (c)Polishing process with a jig for semi-automation.

3.1.4 洗浄工程 (Cleaning)

試料を光学測定する際に、表面に研磨剤の残滓や空気中の塵が付着していた場合、それが損失の原因となるため除去する必要がある。その手法は二種類あり、それらを次に示す。

3.1.4.1 手作業による洗浄

Fig.3.4.(a) に洗浄を施していない共振器を，SEM で撮影した画像を示す．その表面に研磨剤の残滓もしくは空気中の塵らしきものが付着している．この状態で共振器の Q 値を測定しても正しく評価できない．またテーパファイバにそれらが付着するとテーパファイバの損失の原因にもなりうる．そのため Fig.3.4.(a) のように手作業による洗浄でそれらを除去する手法が考えられる．エタノールを含ませたレンズティッシュにより共振器を大まかに拭いたのち，顕微鏡でその表面を観察しながら目視できる残滓を一つ一つ取り除くことによって洗浄が完了する．

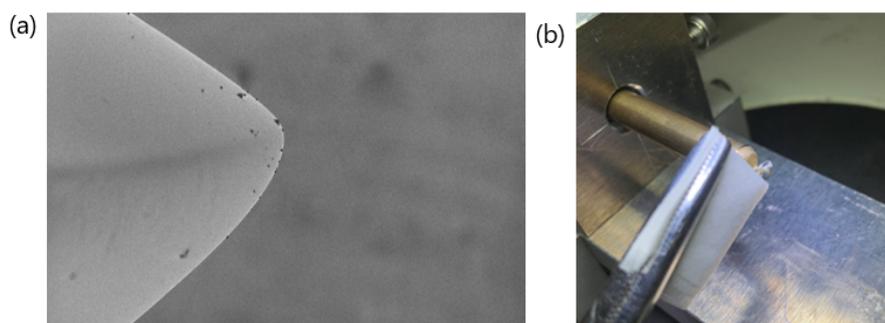


Fig.3.4 (a)Sem image of a rim of waveguide of the resonator. (b)Cleaning of the resonator by hand.

3.1.4.2 超音波洗浄

液体中で超音波を発生させると，真空による気泡が発生する．その気泡が破裂する際の衝撃波を利用することで，洗浄対象の表面に付着した汚れを除去できる．液体としてはエタノールを用いた． Fig.3.4.(a),(b) に共振器の超音波洗浄に用いた治具と，実際に超音波洗浄をしている様子を示す．

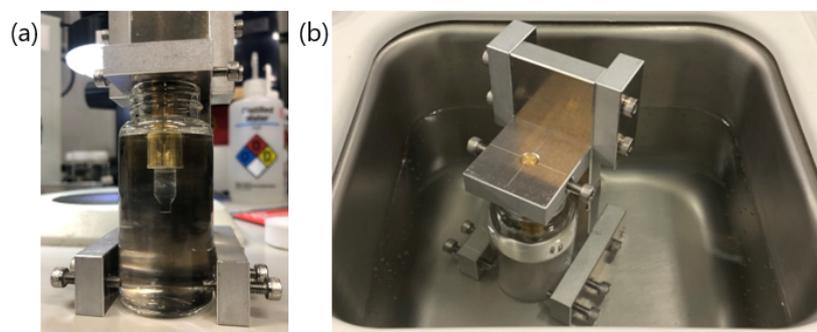


Fig.3.5 (a)A jig for ultrasonic cleaning. (b)Cleaning of the resonator by ultrasonic cleaning.

3.2 ソリトンコムの発生

Fig.3.6 にセットアップを示す．可変波長レーザを任意波形発生器で外部変調し， Q 値が非常に高い共振モードに対して周期的な波長掃引を行う．マイクロコムの発生には共振器への入射光として十分な強度を確保する必要があるため，エルビウム添加ファイバ増幅器 (EDFA) を用いてレーザ光の強度を増幅させる．その際に発生する雑音を除去するためにフィルタを挿入する．共振器内部で四光波混合が発生した場合は，出射光にレーザ光と異なる周波数成分が含まれるため，光スペクトラムアナライザ (OSA) で測定する．またファイバブラッググレーティングを用いて，レーザ光と四光波混合によって発生した周波数成分を分離する．ここでバンドパス (BP) 側にはレーザ光が，バンドリジェクト (BR) 側にはそれ以外の周波数成分が含まれる．マイクロコムが発生している場合，その各周波数成分のビート信号として繰り返し周波数を電気スペクトラムアナライザ (ESA) で測定できる．またオシロスコープ上では BP 側では透過波形を，BR 側ではレーザ光を除いたマイクロコムの強度波形を観測できる．

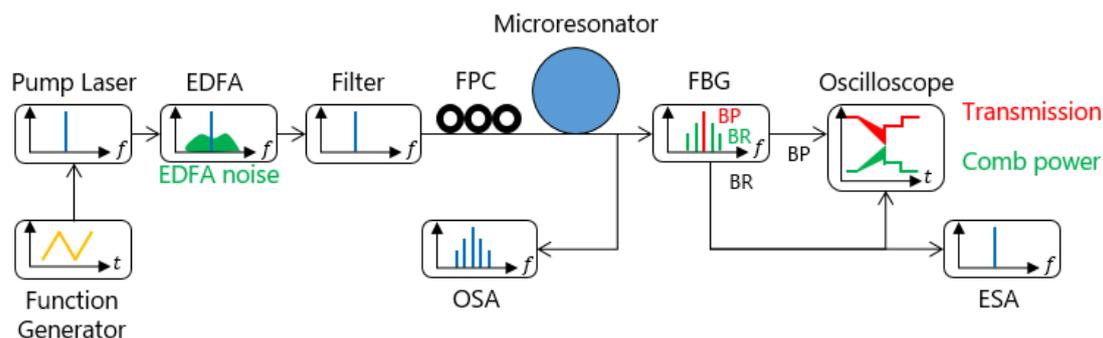


Fig.3.6 Setup for soliton comb generation. EDFA; Erbium-doped fiber amplifier. FPC; Fiber polarization controller. FBG; Fiber Bragg grating. OSA; Optical spectrum analyzer. ESA; Electronic spectrum analyzer. BP; Band-pass. BR; Band-reject.

3.2.1 ソリトンステップ

3.2.1.1 実験方法

十分に Q 値が高い共振モードに対して，十分な強度のレーザ光をその高周波側から低周波側に向かって周波数掃引すると，オシロスコープ上ではソリトンステップが観測される．ソリトンコム領域のデチューニングはレーザ光の強度，偏波状態，テーパファイバと共振器の結合状態を最適化することにより大きくすることが可能となる．この操作は後述する Pound-Drever-Hall 周波数安定化法を用いたソリトンコムの安定化において必須である．また共振モードによっては MI コム領域のみでソリトンコム領域が観測できないことがある．これは共振モードにおけるモード結合によりソリトンコムの発生が阻害されている場合があるため [79]，任意の共振モードでソリトンコムが発生できるわけではないことに注意する．

3.2.1.2 実験結果

1550 nm 帯に存在する 9 乗程度の Q 値を示す特定の共振モードに対して、300 mW 程度まで EDFA で増幅したレーザ光の周波数を高周波側から低周波側に掃引した結果を Fig.3.7 に示す。これがソリトンステップである。青色で強調されている部分が MI コム領域で、赤色で強調されている部分がソリトンコム領域であり、共振器内部に存在するソリトンの個数に応じてマルチソリトン領域とシングルソリトン領域に分けられる。ソリトンステップの経路は完全にランダムとはいえ傾向はある。例えば MI コム領域の概形とデチューニングは大体同じであり、またソリトンコム領域で特定のステップが支配的な場合、それほど極端に異なるステップはほぼ現れない。

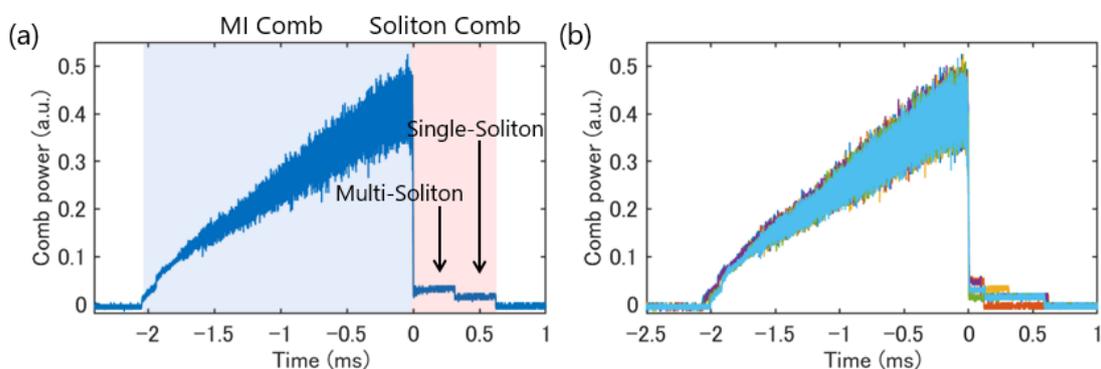


Fig.3.7 (a)Comb power waveform called “soliton step” while scanning a pump laser to the resonance from high frequency. The blue and red range is called “modulation instability comb” regime and “soliton comb” regime, respectively. Soliton comb regime is divided into multi-soliton regime and single-soliton regime. (b)Superimposed soliton steps under the same coupling and pump condition. Detuning of soliton comb regime and number of dominant pulses in the resonator are almost the same.

3.2.2 MI コム

3.2.2.1 実験方法

MI コム領域でレーザ光の周波数掃引を停止させると、“Thermal self locking”[80]によってデチューニングが安定化するため、OSA で MI コムの周波数スペクトルを観測できる。MI コムの周波数スペクトルは共振モードとデチューニングに依存するため、レーザ光の周波数を少しずつ変化させることで形状の異なる周波数スペクトルを逐次的に測定できる。

3.2.2.2 実験結果

特定の共振モードの高周波側から少しずつ低周波側に向かってレーザ光の周波数掃引をしながら、周波数スペクトルを取得した結果を Fig.3.8 に示す。MI コムの形成過程はいくつかに分割できる [81]。最初に励起した共振モードから離れた位置で“Primary-comb”が発生する (Fig.3.8.1)。これは二次分散と非線形周波数シフト、共振周波数に対するレーザ周波数のデチューニングがそれぞれ補償する位置で発生する。次に Primary-comb を中心として“Sub-comb”が発生する (Fig.3.8.2)。Sub-comb の帯域が広がるとそれらが重なり始め、“MI-comb”としてよく知られた形状の周波数スペクトルが観測できる (Fig.3.8.3)。

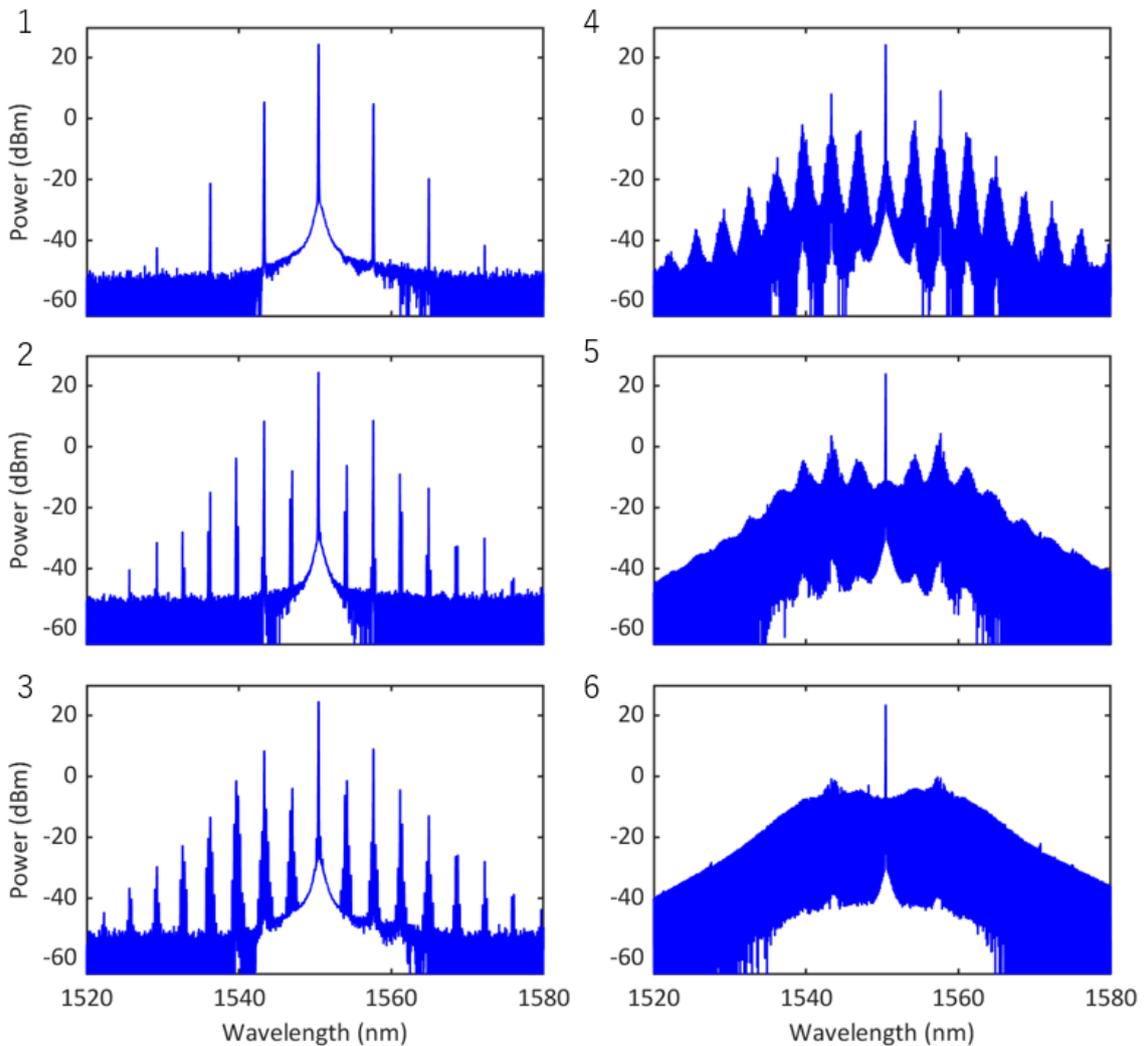


Fig.3.8 Frequency spectra of micro-comb while scanning a pump laser within MI comb regime. The top and bottom figures are called primary-comb and sub-comb.

3.2.3 ソリトンコムの発生

3.2.3.1 実験方法

ソリトンコム領域でレーザー光の周波数掃引を停止させると、OSA でソリトンコムの周波数スペクトルを観測できる。ただし MI コム領域からソリトンコム領域への遷移直後はソリトンコムが非常に不安定であるため、フィードバックなしでソリトンコムの周波数スペクトルを取得するためには、ソリトンコム領域のデチューニングを最適化しておかなければならない。

3.2.3.2 実験結果

ソリトンコム領域のデチューニングを 20 MHz 程度にしてから、ソリトンコム領域でレーザー光の周波数掃引を停止して周波数スペクトルを取得した結果を Fig.3.9.(a) に示す。繰り返し周波数は 16.6 GHz、周波数領域における FWHM は 2.05 THz であった。その挿入図に周波数スペクトルの拡大図を示す。確かに精密に等間隔な櫛状の周波数成分から構成されていることが分かる。

また Fig.3.9.(b) に MI コムとソリトンコムの周波数スペクトルを重ね合わせた図を示す。MI コムと比較するとソリトンコムは全体的にパワーが小さいが、これはソリトンコムの位相同期の際に、ソリトン形成に関わらない成分が消失したためである。これはモード同期レーザーにおける可飽和吸収に対応させて考えると理解しやすい。

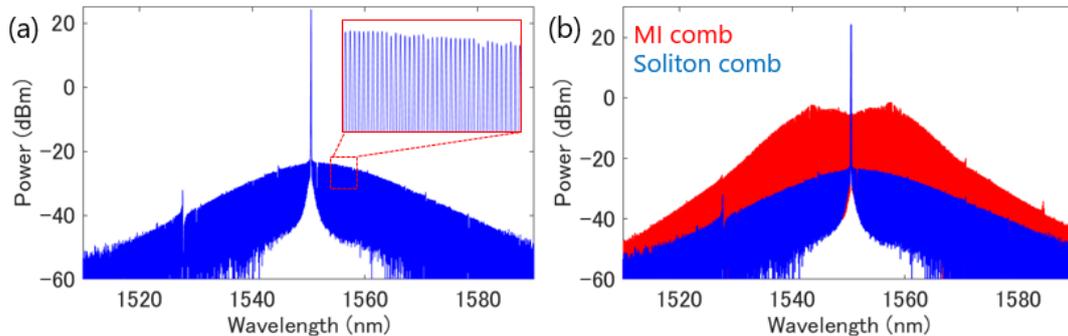


Fig.3.9 (a)Frequency spectrum of soliton comb. Inset is magnified view of (a).
(b)Frequency spectra of MI comb (red) and soliton comb (blue) superimposed.

ただし様々な不安定要素により、フィードバックなしではソリトンコムは最長で数秒程度しか安定化しなかった。ソリトンコム領域に対してレーザー周波数が相対的に低周波側に移動した場合の時間波形を Fig.3.10.(a) に示す。ソリトンコムは 25 ms 程度しか持続していない。MZI の干渉波形から MI コムからソリトンコムに遷移してからもレーザー周波数はドリフトしていることが分かる。そのためソリトンコム領域の低周波側にレーザー周波数が移動してしまいソリトンコムが消失したと考えられる。また MI コムからソリトンコムへの遷移の際に共振器の内部パワーが減少すると、共振周波数の周波数シフト量が減少する。そのためソリトンコム領域がレーザー周波数の高周波側に移動してしまい、ソリトンコムが消失したとも考えられる。

ソリトンコム消失のもう一つのパターンの時間波形を Fig.3.10.(b) に示す。ソリトンコムは 70 ms 程度しか持続していない。ソリトンコムが消失する瞬間に “Thermal recoil” と呼ばれる波形が出現する。これはソリトンコムから MI コムへの逆遷移により引き起こされる現象である。逆遷移の際に内部パワーが急激に増加して共振周波数がレーザ周波数に対して低周波側にシフトするため、急峻なピークが出現してから Thermal self locking によって安定するまで内部パワーは減少し続ける波形が現れる。MZI の干渉波形から MI コムからソリトンコムに遷移してからもレーザ周波数はドリフトしていることが分かる。そのためソリトンコム領域の高周波側にレーザ周波数が移動してしまい、Thermal recoil が起きたとも考えられるが、このような波形はレーザ周波数の掃引速度が比較的速い場合に観測されることが多かった。そのためレーザ周波数の掃引速度が熱拡散速度に対して速すぎるために、ソリトンコム領域でレーザ周波数を停止したあとに共振周波数の熱周波数シフトが起こり、ソリトンコム領域がレーザ周波数の低周波側に移動してしまい、ソリトンコムが消失したと考えたほうがよいだろう。

どちらもデチューニングが揺らぐことにより、ソリトンコムが消失した事例である。そのためデチューニングを固定することで、互いのドリフトを相補的に補償する方法として Pound-Drever-Hall 周波数安定化法を用いたソリトンコムの安定化法が有効である。

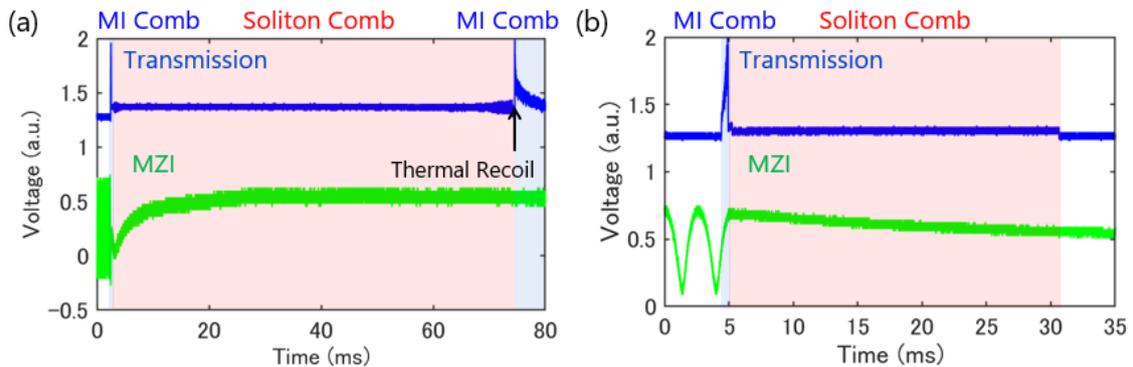


Fig.3.10 Comb power and interference waveform of Mach-Zhender interferometer. Frequency sweeping of pump laser had been stopped within the red range. (a)Laser frequency returns from soliton comb regime to MI comb regime with characteristic waveform called “thermal recoil”. (b)Laser frequency drifts to out of soliton comb regime.

3.3 ソリトンコムの安定化

3.3.1 Pound-Drever-Hall 周波数安定化法

3.3.1.1 概要

Pound-Drever-Hall 周波数安定化法 (PDH 法) とは, 外部共振器を用いてレーザ周波数を測定し, その測定結果をレーザにフィードバックすることでレーザ周波数の摂動を抑制する手法である [59],[60],[61].

レーザの周波数を測定する方法として, 外部共振器にレーザを入射させてその透過光もしくは反射光を測定することが挙げられる. ここでレーザ周波数が外部共振器の共振周波数に十分近い場合, レーザ周波数の小さな変化は透過光強度の変化として現れる. その透過光強度の変化を抑えるようにレーザにフィードバックをかける手法が PDH 法以前に用いられていた.

この手法は二つの問題点を抱えている. 一つ目は共振ディップの先端にレーザ周波数をロックできない点, 二つ目はレーザ周波数の摂動による透過光強度の変化と, レーザ光強度それ自体の変化が区別できない点である. 仮に共振ディップの中心にレーザ周波数が存在する場合, 共振周波数に対してレーザ周波数がどちらの方向に動いても透過光強度は増加するため, レーザ周波数をどちらの方向にフィードバックすればよいかの情報が得られない. (Fig.3.11.(a)). この場合行えるのは共振ディップの中心ではなく側面に対するロックのみである (Fig.3.11.(b)). 共振ディップの側面にレーザ周波数が存在するとき, 共振ディップの中心に対して近づく方向に動いた場合は透過光強度の減少として, 離れる方向に動いた場合は透過光強度の増加として現れるため, レーザ周波数をフィードバックすべき方向は一意的に定まる. これはサイドロックやフリンジロックと呼ばれる.

しかしサイドロックの場合でも共振ディップの側面の透過光強度を参照しているため, レーザ光強度それ自体が変化した場合, 共振ディップにおけるレーザ周波数の位置が変化してしまい正確にロックできているとは言えない. そこで, レーザ周波数を共振ディップの中心にロックできてかつレーザ光強度それ自体の摂動にロバストな周波数安定化方法として PDH 法が提案された.

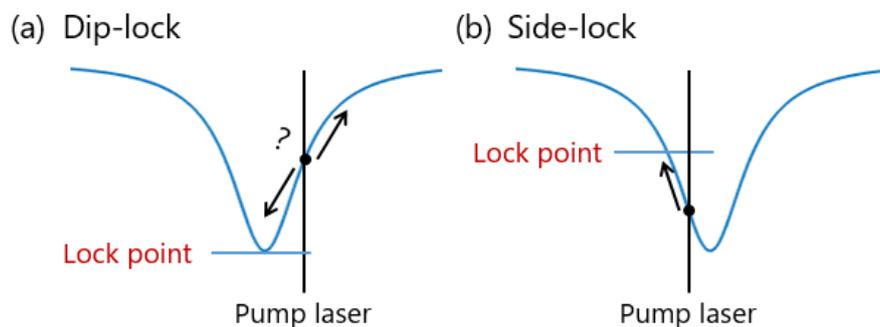


Fig.3.11 The conceptual figure of (a)dip-lock method and (b)side-lock method.

共振ディップが左右対称であるのに対して、その導関数は左右非対称である。共振周波数の左側にレーザ周波数がある場合はその導関数は負となり、右側にレーザ周波数がある場合はその導関数は正となる。この導関数の波形をエラーシグナルと呼び、エラーシグナルの範囲内に存在する特定の値 (特に共振ディップの中心の場合は 0) を保つようにレーザにフィードバックを返すことで、レーザ周波数を共振モードの任意の位置にロックできる。しかもこのエラーシグナルは透過波形の導関数であり強度依存性が存在しないため、レーザ光強度それ自体の摂動に対してロバストである。Fig.3.12 に共振モードの透過波形とそのエラーシグナルの計算結果を示す。

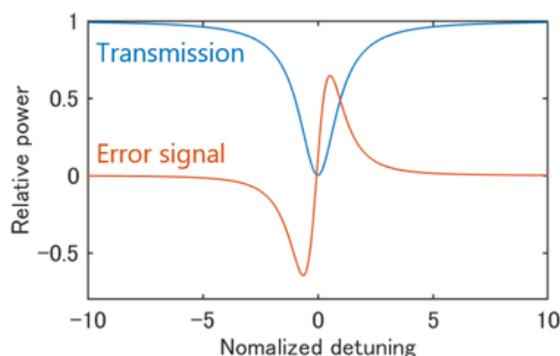


Fig.3.12 Calculation result of transmission waveform of a resonance and derivative waveform of that called an error signal.

Fig.3.13 にレーザに対して側帯波を立てた場合の共振モードの透過波形とエラーシグナルの計算結果を示す。側帯波によるエラーシグナルにレーザ周波数をロックすると、レーザ周波数を共振周波数から離れた任意の位置に固定できる。ソリトンコム領域が共振周波数から特定のデチューニングだけ離れた位置に存在していたことを考えると、これを用いてレーザ周波数をソリトンコム領域にロックする手法が考えられるが、これについては 3.3.2 で述べる。

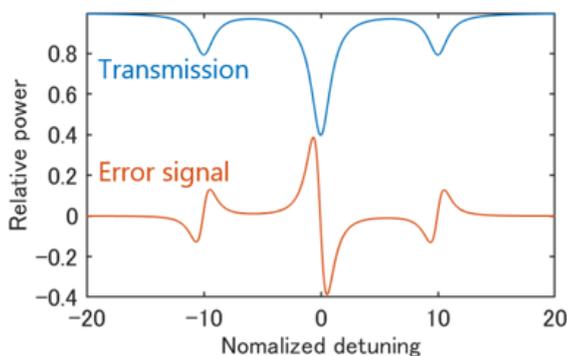


Fig.3.13 Calculation result of transmission waveform of a resonance and error signal considering pump frequency and sideband frequencies.

3.3.2 先行研究

ソリトンコムが不安定化する理由は、レーザ周波数がソリトンコム領域から外れることにより、レーザ周波数自体のドリフトもしくは共振周波数のドリフトに原因があることは3.2.3.2に記述した。よってデチューニングを固定すると、どちらかがドリフトしてもそれを打ち消すようなフィードバックがかかるため、ソリトンコムを安定化できる。

その際に用いるのがPDH法であり、レーザ周波数を f_p 、共振周波数を f_m 、変調周波数を Ω とすると、側帯波の周波数は $f_p \pm \Omega$ となる。側帯波 $f_p \pm \Omega$ が共振周波数 f_m に一致した際に側帯波による透過波形が生じ、そのエラーシグナルを取得するとFig.3.13のようになる。高周波側の側帯波によるエラーシグナルを用いてレーザ周波数にフィードバックをかけると、高周波側の側帯波 $f_p + \Omega$ が共振周波数 f_m に固定され、それによりレーザ周波数 f_p が $f_m - \Omega$ に固定される。ここでレーザ周波数 $f_m - \Omega$ がソリトンコム領域に含まれる場合、フィードバック速度がレーザ周波数もしくは共振周波数のドリフト速度よりも十分速ければソリトンコムを安定化させることができる。

Fig.3.14にPDH法を用いてソリトンコムを安定化させた先行研究を示す。Fig.3.14.(e)に側帯波を発生させたレーザ光を共振器に入射させた際に得られたソリトンステップとエラーシグナルを示す。ソリトンステップのソリトンコム領域の範囲内にエラーシグナルのロックポイントが設定されており、これにより安定化したソリトンコムの周波数スペクトルはFig.3.14.(d)に示されている。

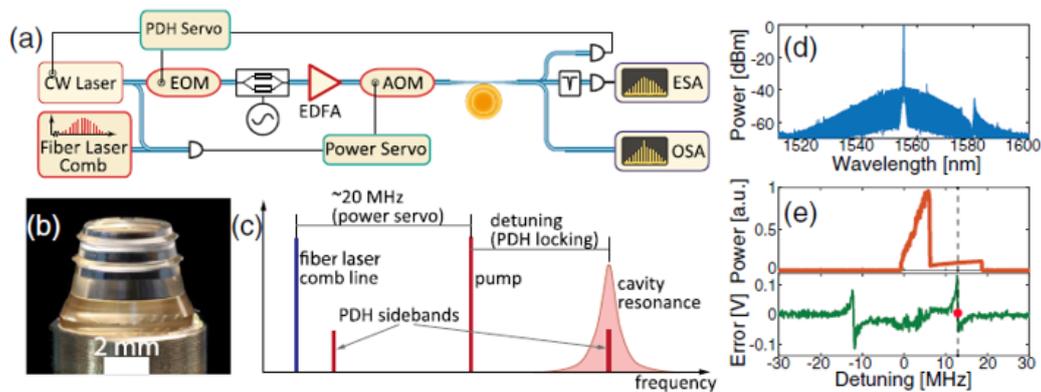


Fig.3.14 (a)The experimental setup. (b)The MgF_2 resonator used in the experiment. (c)Illustration of the PDH offset locking and the prestabilization scheme. (d)Optical spectrum of the soliton microcomb. (e)Generated comb power as the laser is scanned across the pumped resonance (upper) and the corresponding PDH error signal (lower). The red dot indicates the locking point. (f)Allan deviations of f_{rep} when the Kerr comb is prestabilized and DKS-disciplined, respectively. We counted f_{rep} with a Π -type frequency counter that is referenced to the same frequency source (relative frequency instability $< 1 \times 10^{-12}$ at 1 s averaging time) to which f_{mod} is referenced.[W. Weng, *et al.*, Phys. Rev. Lett. **122**, 013902 (2019)]

3.3.3 ソリトンコムの安定化

3.3.3.1 実験方法

ソリトンコムの発生方法は 3.2.3.1 に、PDH 法によるソリトンコムの安定化については 3.3.2 に示したため、ここではセットアップと実験方法について述べる。

Fig.3.15 にセットアップを示す。信号発生器により電気光学変調器を変調した結果、レーザ光に側帯波が発生する。高 Q 値の共振モードを十分な強度を持つレーザ光で励起してソリトンステップを取得し、その透過波形についてエラーシグナルを取得する。ソリトンステップのソリトンコム領域のデチューニングの最適化に加え、信号発生器により側帯波の周波数と強度を最適化することで、エラーシグナルのロックポイントをソリトンコム領域の範囲内に設定する。ここでサーボを用いてレーザ周波数を変調するとエラーシグナルのロックポイントに達するまでレーザ周波数の掃引が持続し、達した瞬間にはレーザ周波数に対するフィードバックが開始するのでソリトンコムが安定化する。

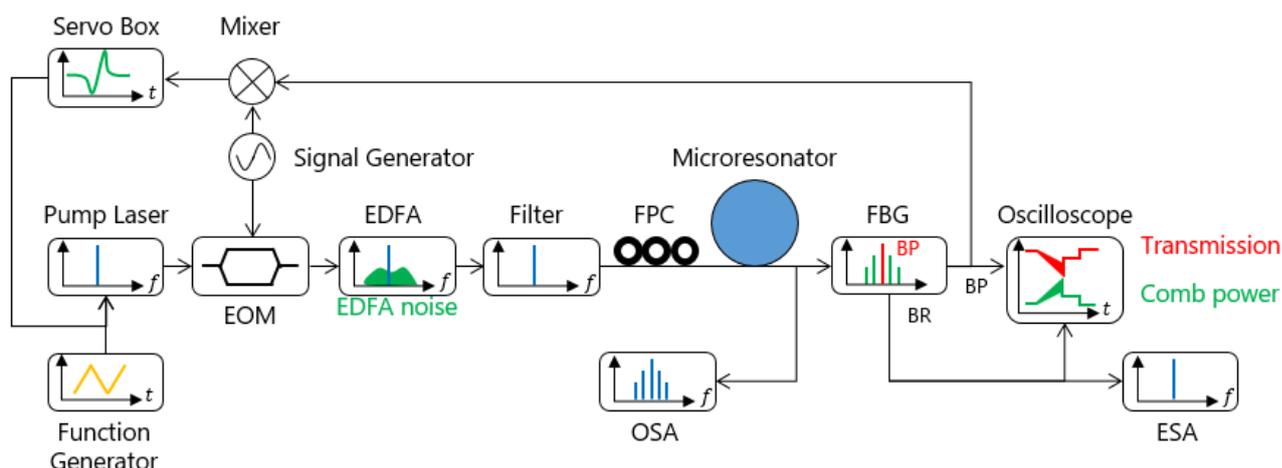


Fig.3.15 Setup for soliton comb stabilization. EOM; Electro-optic modulator. EDFA; Erbium-doped fiber amplifier. FPC; Fiber polarization controller. FBG; Fiber Bragg grating. OSA; Optical spectrum analyzer. ESA; Electronic spectrum analyzer. BP; Band-pass. BR; Band-reject

3.3.3.2 実験結果

Fig.3.16.(a) に取得した共振モードの透過波形，コムパワー，エラーシグナルを示す。エラーシグナルのロックポイントはソリトンコム領域の範囲内に存在するように適切に調節した。側帯波によるエラーシグナルのピーク間の中心は共振周波数，つまりソリトンステップの始点に一致するように思われるが，実際には若干低周波側にずれている。これは高周波側の側帯波がエラーシグナルを取得する際，レーザ周波数はソリトンコム領域の範囲内に存在するため，ソリトンコムの内部パワーに起因する周波数シフトが起きているためである。

Fig.3.16.(b) に PDH ロックをかけた際のコムパワー，サーボの出力，MZI の干渉波形を示す．網掛け部分ではフィードバックが駆動しておりソリトンコムが安定化している．MI コムからソリトンコムへ遷移してからサーボの出力がフィードバック開始へと切り替わり，MZI の干渉波形からその瞬間にレーザ周波数の掃引が停止してフィードバックが働いていることが明らかである．

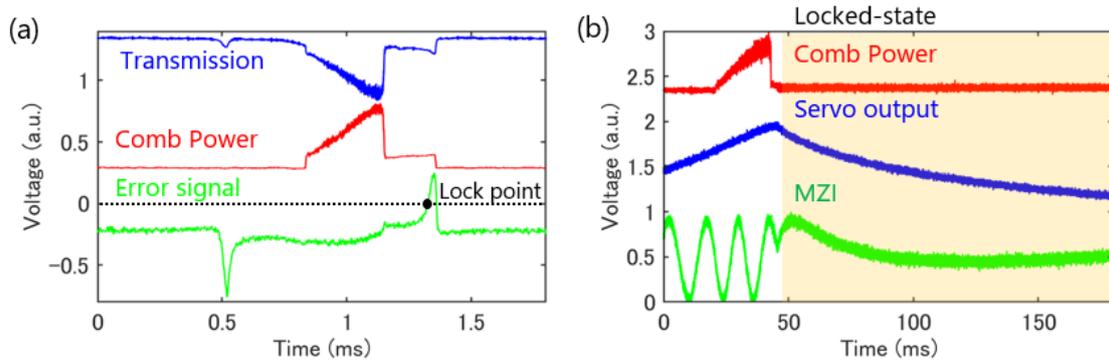


Fig.3.16 (a)Transmission of resonance, comb power and error signal. Lock point of error signal exists in the range of soliton comb, and is equal to zero. (b)Comb power, servo output and MZI interference waveform before and after PDH locking of soliton comb.

Fig.3.17.(a),(b) に安定化したソリトンコムの周波数スペクトルと RF スペクトルを示す．周波数領域における FWHM は 1.40 THz，時間領域における FWHM は 225 fs であり，繰り返し周波数は 18.3 GHz であった．3.2.3.2 で発生したソリトンコムは数秒程度しか持続しなかったが，PDH 法により安定化したソリトンコムは数時間程度持続したことから，フィードバックが上手く動作していることは明らかである．

ここで示した周波数スペクトルはシングルソリトンであるが，マルチソリトンが支配的なソリトンステップにおいて同様な安定化を行うことで，マルチソリトンについても同様に安定化できる．

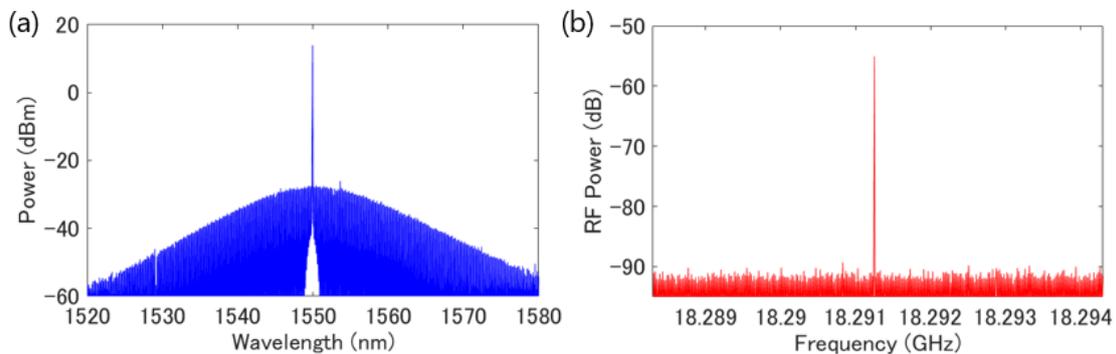


Fig.3.17 (a)Frequency spectrum of soliton comb. (b)Electronic frequency spectrum of soliton comb.

Fig.3.18.(a),(b) にマルチソリトン、特に共振器内部に光パルスが二つ存在する場合における周波数スペクトルを示す。その包絡線は共振器内部における光パルスの位置関係によって異なり、フーリエ逆変換を行うことでその関係を推定できる。Fig.3.18.(a) では 26.89° 度、Fig.3.18.(b) では 115.34° 度だけ異なる位置に二つの光パルスが存在する。この位置関係は共振モードと結合状態に依存して支配的な状態が存在しており、周波数スペクトルの包絡線は完全にランダムではない。

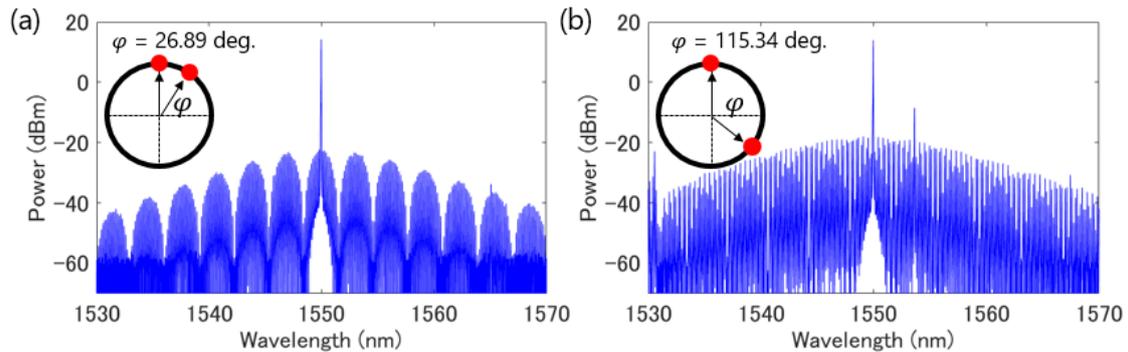


Fig.3.18 Frequency spectrum of multi-soliton. Two soliton pulses are located at different positions by 26.89° in (a), and 115.34° in (b).

Fig.3.19.(a),(b) に周波数スペクトルと RF スペクトルを一時間程度に渡り測定した結果を示す。フィードバックを切るまでソリトンコムが安定に存在したが、フィードバックを切った直後に消失した。デチューニングを安定化させているだけで、そのどちらかを絶対基準にロックしているわけではないため、更に安定なソリトンコムを取得する場合はそのためのフィードバック系を追加する必要がある。

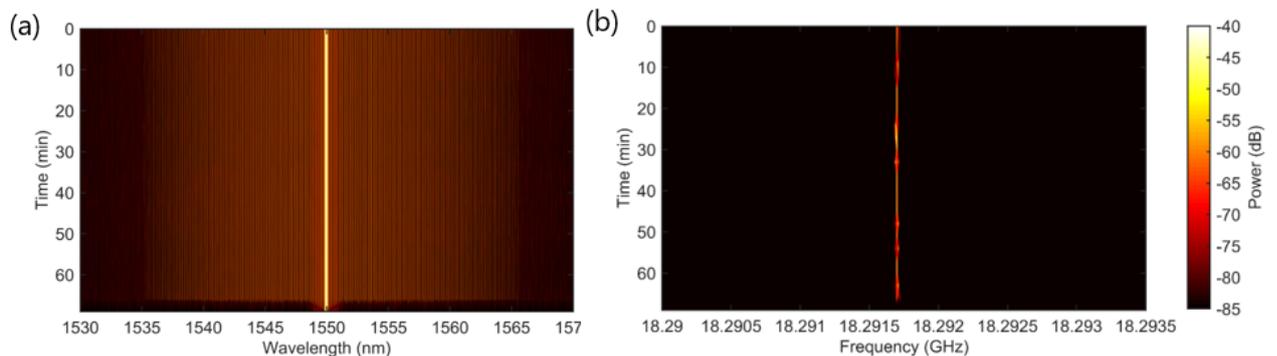


Fig.3.19 (a)Frequency spectrum and (b)RF spectrum of soliton comb. Horizontal axis shows frequency and vertical axis shows elapsed time. The brightest line of (a) corresponds to the pump laser frequency, and that of (b) corresponds to the repetition frequency.

4 熱周波数チューニング

4.1 環境構築

4.1.1 ペルチェ素子

4.1.1.1 概要

1834年にJean-Charles Peltierが異なる金属の接合部に電圧を印加した際に、接合部において吸熱と放熱が生じることを発見した。これをペルチェ効果 (Peltier effect) と呼ぶ。これは1821年にThomas Johann Seebeckが発見した、異なる金属の接合部に温度差を設けた際に電位差が生じる現象、ゼーベック効果 (Seebeck effect) の逆に対応する。これらにトムソン効果 (Thomson effect) を加えたものを総じて熱電効果と呼ぶ。異なる金属によるペルチェ効果は、その熱変換効率の低さから実用的な応用には用いられていない。現在は電気伝導度が高く熱伝導度の低い半導体材料を用いたペルチェ素子が主流である。

通常のヒータと比較したペルチェ素子のメリットとして、小型かつ軽量であるため精密機器に組み込みやすい点、電圧の印加方向を変更すれば加熱だけではなく冷却も行える点、疲労や破損する機械部品がないため長寿命である点が挙げられる。

4.1.2 治具

ペルチェ素子と温度センサを調心系に組み込むために、Fig.4.1.(a)のような治具を作製した。上から共振器の金属棒部分を挿入するアルミニウム部品、ペルチェ素子、それらを乗せるアルミニウム部品から構成され、上下のアルミニウム部品を熱伝導性の低い特殊素材ネジで挟み込む構造となっている。ここで特殊素材ネジを用いた理由として、ペルチェ素子は片面が加熱されているときはもう片面は冷却されているため、熱伝導性の高い通常のネジを用いると熱が回り込んでしまうためである。

また、ペルチェ素子は温度コントローラによって制御され、温度センサを用いて温度情報を温度コントローラにフィードバックすることで温度の安定化を行うため、上のアルミニウム部品に温度センサを接着している。テーパーファイバに結合した共振器の温度を変化させている様子をFig.4.1.(b)に示す。

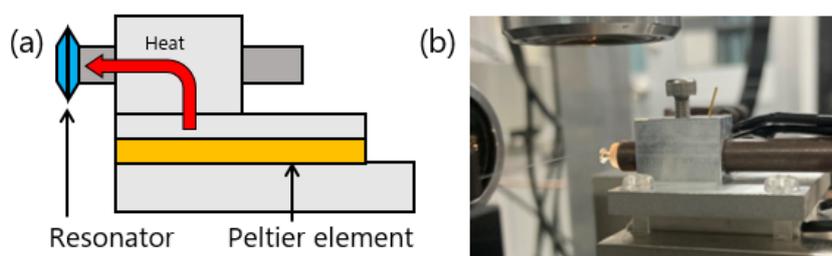


Fig.4.1 (a)Conceptual figure and (b)actual look of a jig for thermal frequency tuning.

4.2 共振周波数チューニング

4.2.1 TE モードにおけるチューニング効率の測定

4.2.1.1 計算結果

共振周波数チューニングの実験を行う前に、理論的なチューニング効率を算出する。(2.36) から、1550 nm 帯におけるチューニング効率は共振器材料の屈折率、熱光学係数、熱膨張係数によって決定される。

フッ化マグネシウム結晶は一軸性結晶であるので、光学軸に平行な方向と垂直な方向で屈折率、熱光学係数、熱膨張係数が異なる。そのため TE モードと TM モードでチューニング効率は異なるが、それについては 4.2.2 にて示す。本論文ではフッ化マグネシウムの光学軸と結晶面が垂直である結晶を用いた。そのため TE モードにおける計算では熱光学係数は光学軸と平行な方向のもの、熱膨張係数は光学軸と垂直な方向のものを採用した。

フッ化マグネシウムの屈折率を 1.382，熱光学係数を 0.813×10^{-6} ，熱膨張係数を 8.9×10^{-6} としたとき [86]，TE モードにおける共振周波数 (1550 nm) のチューニング効率は -1.83 GHz/K と算出できる。

4.2.1.2 実験方法

Fig.4.2 にセットアップを示す。可変波長レーザを任意波形発生器で外部変調し共振モードに対して周期的な波長掃引を行う。レーザ光を共振器と MZI に分割して入射させる。するとオシロスコープ上では共振モードの時間波形と共に、MZI の干渉波形が観測される。ここで温度制御器を用いてペルチェ素子の温度を変化させると熱伝導により共振器の温度が変化する。すると熱光学効果と熱膨張効果により共振周波数が変化する。共振周波数のチューニング量は MZI の干渉波形を参照して測定できる。

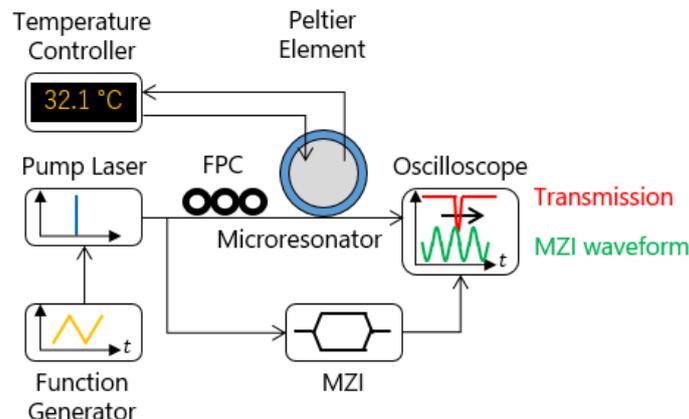


Fig.4.2 Setup of thermal frequency tuning demonstration. FPC; Fiber polarization controller. MZI; Mach-Zhender interferometer.

4.2.1.3 実験結果

ペルチェ素子の温度を 27°C から 5°C 刻みで 52°C まで変化させた際に、TE モードの透過波形を取得した結果を Fig.4.3 に示す。X 印を付けたものが同一の共振モードであり、確かに共振周波数がほとんど等間隔にチューニングされていることが分かる。X 印を付けたモードの間隔がチューニング量であり、それらを平均した単位温度あたりのチューニング量が共振周波数のチューニング効率である。

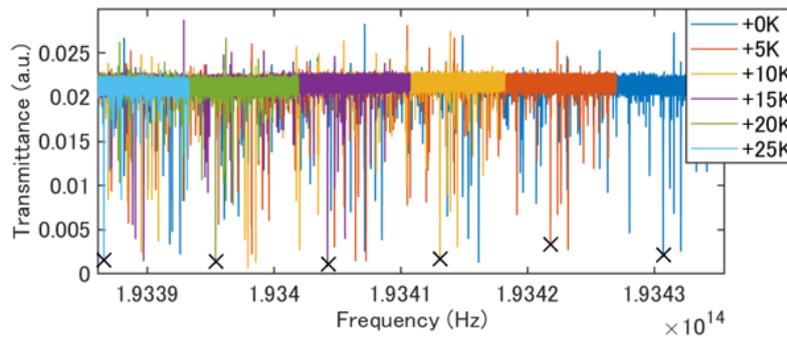


Fig.4.3 Transmission waveforms of resonant frequencies when temperature of the Peltier element is changed in increments of 5°C from 27°C to 52°C are shown. Resonant modes marked with cross marks are the same mode with different temperature.

また特定の TE モードを中心として透過波形の中心を揃えた結果、その他の TE モードも同様に重なったが、Fig.4.4 に示すように、チューニング効率が異なるために重ならない共振モードが存在した。これが TM モードであり、このチューニング効率については 4.2.2 にて示す。本項ではこのようにチューニング効率が異なる TM モードについては除外し、TE モードにおけるチューニング効率のみについて考えることとした。

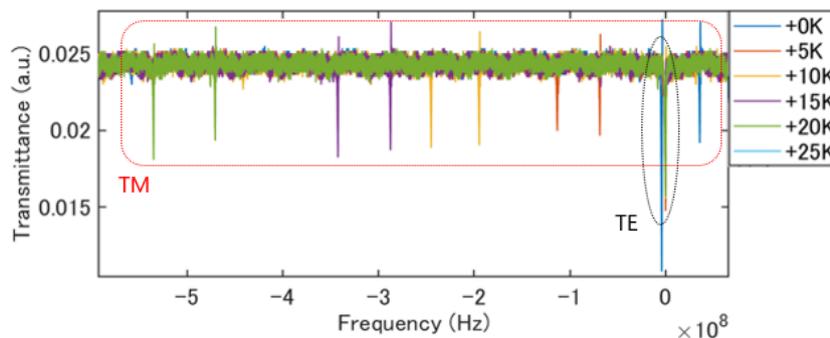


Fig.4.4 Tunability difference between TE mode and TM mode. The TE modes at different temperatures are aligned with the zero part of the horizontal axis, and the TM modes at different temperatures are apparent.

複数のモードのについて共振周波数のシフトを同時に取得した。Fig.4.5.(a) に 27°C と 52°C の透過波形を示す。Fig.4.5.(b) に 27°C から 5°C 刻みで 52°C まで変化させた際の透過波形について、複数のモードのチューニング量を処理した結果を示す。これらのモードについてチューニング効率を計算した結果、 -1.77 GHz/K となった。理論値は -1.83 GHz/K であったので、その誤差は 3.28% であった。この誤差が生じた理由は、温度センサによって直接共振器の温度を計測していないため、治具に接着した温度センサが計測した温度と共振器の導波路部分の温度が異なることから生じたと考えられる。この誤差を改善するためには、共振器自体に温度センサを接触させ、直接共振器の温度のフィードバックを行えばよいと考えられる。また FSR が 23.3 GHz の共振器に対して総チューニング量は 44.25 GHz 程度であり、1 FSR 以上のチューニング量が確保できた。

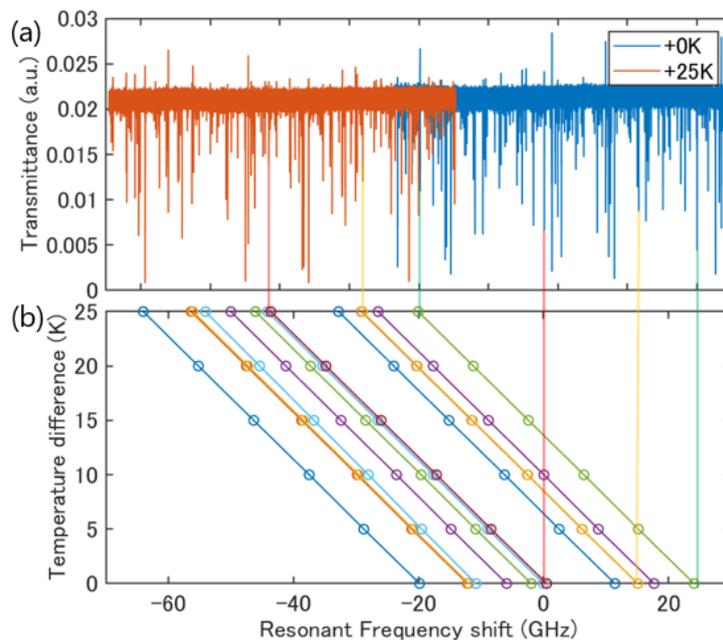


Fig.4.5 (a)Transmission waveforms of resonant frequencies when temperature of the Peltier element is 27°C and 52°C. The resonance frequencies when temperature of the Peltier element is changed in increments of 5°C from 27°C to 52°C are shown in (b).

4.2.2 TE モード，TM モードにおけるチューニング効率の測定

4.2.2.1 計算結果

フッ化マグネシウム結晶は一軸性結晶であるので、光学軸に平行な方向と垂直な方向で屈折率，熱光学係数，熱膨張係数が異なる。Fig.4.6.(a) に結晶構造の概念図を示す。まず屈折率については、結晶の光学軸 (c 軸) と垂直な方向 (c_{\perp}) では常屈折率 n_o ，平行な方向 c_{\parallel} では異常屈折率 n_e で表される。熱光学係数についても同様に垂直な方向 (c_{\perp}) と平行な方向 (c_{\parallel}) でその値が異なる。光学軸 (c 軸) と垂直な方向 (c_{\perp}) では $\frac{dn_e}{dT}$ ，平行な方向 (c_{\parallel}) では $\frac{dn_o}{dT}$ で表される。熱膨張係数についても同様に垂直な方向 (c_{\perp}) と平行な方向 (c_{\parallel}) でその値が異なる。

また Fig.4.6.(b) に示すように、WGM 共振器における TE モードは導波路と垂直な方向の電界を持つ偏光によるモード、TM モードは導波路と平行な方向の電界を持つ偏光によるモードで表される。よって TE モードの感じる屈折率は異常屈折率 n_e かつその温度に対する変化率は $\frac{dn_e}{dT}$ 、TM モードの感じる屈折率は常屈折率 n_o かつその温度に対する変化率は $\frac{dn_o}{dT}$ となる。ただし熱膨張係数に関しては TE モードと TM モードのどちらも導波路の拡大する方向、つまり $\frac{dR_o}{dT}$ を用いることとする。

次に TE モードと TM モードのチューニング効率の差を計算する。TE モード $f_{m(\text{TE})}$ のチューニング効率を (4.1) に、TM モード $f_{m(\text{TM})}$ のチューニング効率を (4.2) に示す。

$$\frac{f_{m(\text{TE})}}{dT} = - \left(\frac{dn_e}{dT} \cdot \frac{f_{m(\text{TE})}}{n_e} + \frac{dR_o}{dT} \cdot \frac{f_{m(\text{TE})}}{R} \right) \quad (4.1)$$

$$\frac{f_{m(\text{TM})}}{dT} = - \left(\frac{dn_o}{dT} \cdot \frac{1}{n_o} + \frac{dR_o}{dT} \cdot \frac{1}{R} \right) f_m \quad (4.2)$$

そしてこれらの差 $\frac{df_{m(\text{TM}-\text{TE})}}{dT}$ は (4.2) のようになる。ただしここで $f_{m(\text{TE})} = f_{m(\text{TM})} = f_m$ と仮定した。

$$\frac{df_{m(\text{TM}-\text{TE})}}{dT} = - \left(\frac{dn_o}{dT} \cdot \frac{1}{n_o} - \frac{dn_e}{dT} \cdot \frac{1}{n_e} \right) f_m \quad (4.3)$$

Fig.4.6.(c) に、フッ化マグネシウム結晶における常屈折率 n_o と異常屈折率 n_e の温度依存性を示す。この図における熱光学係数は曲線の傾きによって表され、常屈折率 n_o は 178°C、異常屈折率 n_e は 74°C において熱光学係数の正負は逆転する。熱光学係数の値はこのように温度依存性を持つが、本論文ではそこまで大きな温度変化はさせないため、4.2.2.3 で用いた温度である n_o は 30°C における値を定数として用いることとした。

ここでフッ化マグネシウムの常屈折率 n_o を 1.372、異常屈折率 n_e を 1.383、 $\frac{dn_o}{dT}$ を 0.813×10^{-6} 、 $\frac{dn_e}{dT}$ を 0.250×10^{-6} としたとき [86]、TE モードと TM モードにおける共振周波数 (1550 nm) のチューニング効率の差は -79.5 MHz/K と算出できる。

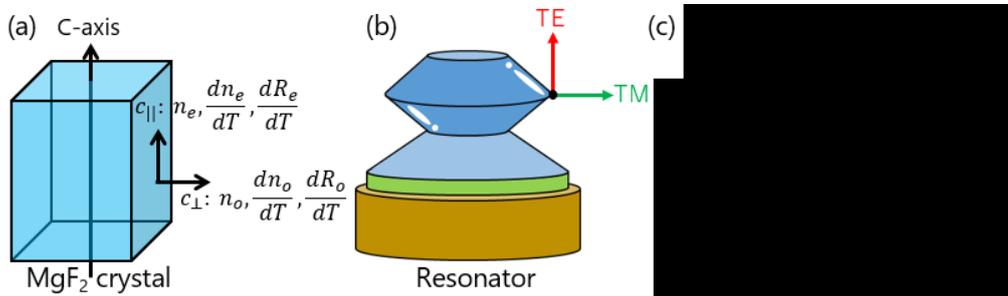


Fig.4.6 Conceptual figure of (a)crystal structure of magnesium fluoride and (b)TE mode and TM mode in the WGM resonator. (c)[Deleted due to various reasons]

4.2.2.2 実験方法

実験セットアップ, 実験方法は 4.2.1.2 と同様である. ただし, 測定前に偏波コントローラを操作して TE モードと TM モードが存在することを確認しておく. Fig.4.7 に TE モードと TM モードの透過波形を示す. 単結晶材料を用いた共振器の場合は, TE モードと TM モードのどちらも有効屈折率が等しいため対称的な透過波形が得られる. しかしフッ化マグネシウム結晶のような一軸性結晶を用いた共振器の場合は, TE モードと TM モードの有効屈折率が異なるため非対称的な透過波形が得られる.

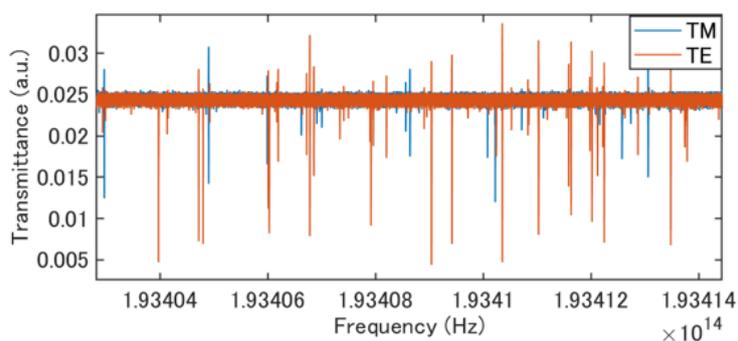


Fig.4.7 Transmission waveform of TE mode (orange) and TM mode (blue).

4.2.2.3 実験結果

Fig.4.8 に, 特定の TE モードについてチューニング量を補正して中心をそろえた透過波形を示す. 基準とした TE モード (0 付近) の高周波側の TE モードも縦に揃って (黒矢印) 並んでいることから, 偏波モードさえ同じであればチューニング効率は等しいことが分かる. 対して TM モードはチューニング効率が大きいため, 温度を上げるにしたがって低周波側に向かって更にシフトしていることが分かる.

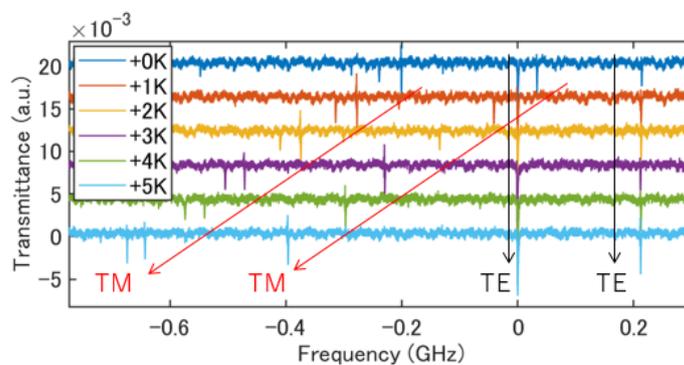


Fig.4.8 Tunability difference between TE mode and TM mode. The TE mode group overlaps, but the TM mode group does not.

複数のモードのについてチューニング効率を同時に取得した。Fig.4.9.(a) に 28°C と 33°C の透過波形を示す。Fig.4.9.(b) に 28°C から 1°C 刻みで 33°C まで変化させた際の透過波形について、特定の TE モードに関してチューニング量を補正して中心をそろえて、複数のモードのチューニング量を処理した結果を示す。

TE モード群はチューニング効率がほとんど等しいため縦に揃って並んでいるが、TM モード群は温度が変化するにしたがって低周波側にチューニングされていることが分かる。Fig.4.9.(c) に Fig.4.5.(b) における共振周波数のチューニング量のゼロ点を揃えるように処理した結果を示す。TE モード群と TM モード群でチューニング量が明瞭に分かれており、TE モードと TM モードの混成 (Hybrid) モードも観測できた。

この実験結果から TE モードと TM モードのチューニング効率の差を計算すると -90.0 MHz/K となった。理論値は -79.5 MHz/K であったので、その誤差は 13.2% であった。この誤差が生じた理由は、治具に接着した温度センサが計測した温度と共振器の導波路部分の温度が異なることに加え、その温度差の分だけ熱光学係数が異なるために生じたと考えられる。

またこの実験結果 TE モードと混成モードのチューニング効率の差を計算すると 45.2 MHz/K であり、TE モードと TM モードのチューニング効率の差のほとんど平均となった。

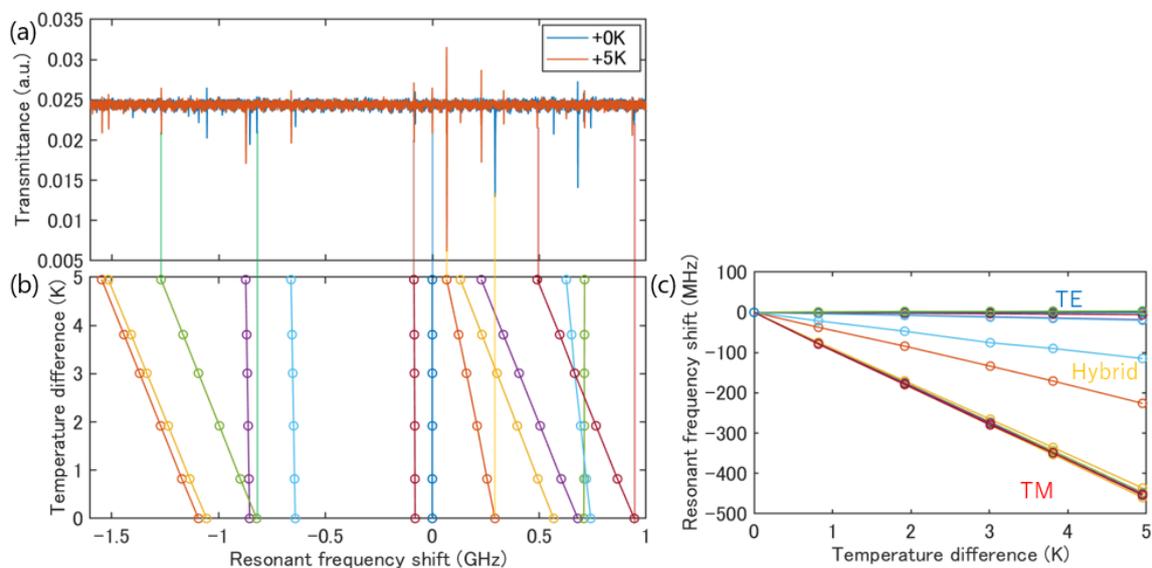


Fig.4.9 (a)Transmission waveforms of resonant frequencies when temperature of the Peltier element is 30°C and 38.6°C. The resonant frequencies when temperature of the Peltier element is changed are shown in (b). (c)Difference of resonant frequency shift between TE mode group and TM mode group, hybrid-mode.

4.3 ソリトンコムのチューニング

4.3.1 繰り返し周波数におけるチューニング効率の測定

4.3.1.1 計算結果

繰り返し周波数チューニングの実験を行う前に、理論的なチューニング効率を算出する。(2.37)から、1550 nm 帯におけるチューナビリティは共振器材料の屈折率、熱光学係数、熱膨張係数、FSR によって決定される。フッ化マグネシウムの屈折率を 1.383, 熱光学係数を 0.813×10^{-6} , 熱膨張係数を 8.9×10^{-6} , FSR を 23.3 GHz としたとき、繰り返し周波数のチューニング効率は -221 kHz/K と算出できる。

4.3.1.2 実験方法

Fig.4.10 にセットアップを示す。ソリトンコムの安定化方法は 3.3.3.1 に記述したため、ここでは繰り返し周波数のチューニング方法についてのみ説明する。ペルチェ素子を制御して共振器の温度を変化させると共振周波数が増減すると同時に共振モード固有の FSR も変化する。そのため温度変化させた共振モードについてソリトンコムを安定化させると、ESA で繰り返し周波数がチューニングされる様子が観測できる。

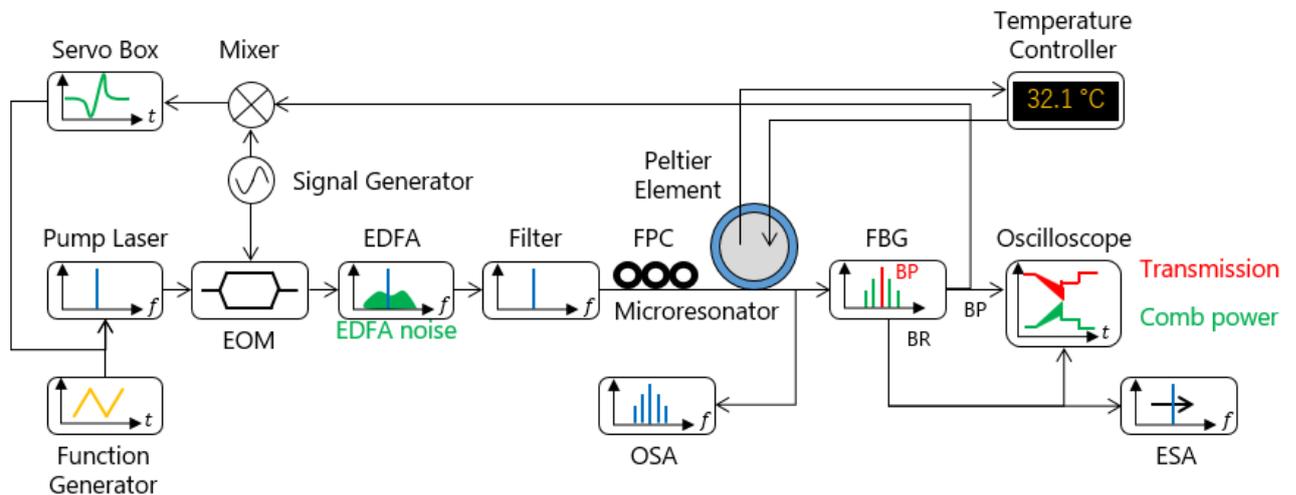


Fig.4.10 Setup for repetition frequency tuning by mechanical frequency tuning. EOM; Electro-optic modulator. EDFA; Erbium-doped fiber amplifier. FPC; Fiber polarization controller. FBG; Fiber Bragg grating. OSA; Optical spectrum analyzer. ESA; Electronic spectrum analyzer. BP; Band-pass. BR; Band-reject.

4.3.1.3 実験結果

まず 1550 nm 付近に存在する共振モードを励起した後にソリトンコムを安定化させる．その後ペルチェ素子の温度を 27°C から約 5°C 刻みで約 52°C まで変化させた際に RF スペクトルを取得した結果を Fig.4.11.(a) に示す．また繰り返し周波数の温度依存性のみを処理した結果を Fig.4.11.(b) に示す．これから繰り返し周波数のチューニング効率を計算した結果， -208 kHz/K となった．理論値は -221 kHz/K であったので，その誤差は 6.3% であった．この誤差が生じた理由と対策は，4.2.1.3 で示したものと同一と考えられる．

また繰り返し周波数が 23.3 GHz のソリトンコムに対して総チューニング量は 5.9 MHz 程度であった．理論的には更に総チューニング量を大きくできるが，実際には共振器の温度を上げるとある時点から共振モードにおけるソリトンステップが消失したためソリトンコムを安定化できなくなった．その理由は共振器とテーパファイバの熱光学係数が異なるため，共振器とテーパファイバの接触点の温度が上がると位相整合条件が満たされなくなるためであると考えられる．

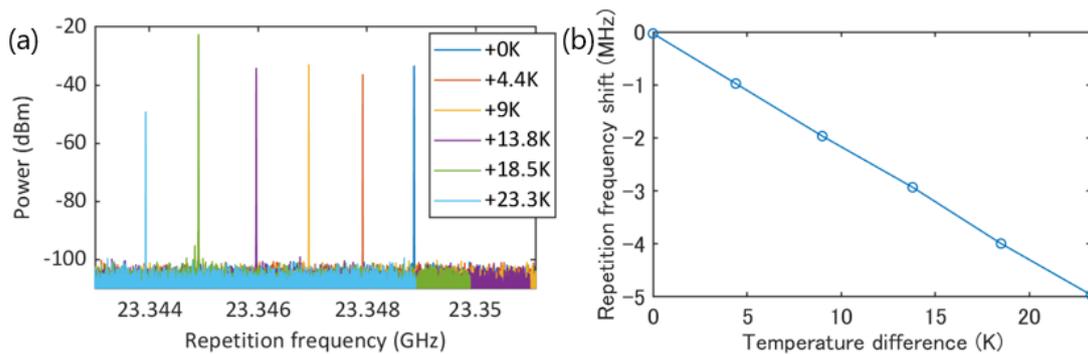


Fig.4.11 (a)Electronic frequency spectra of soliton comb superimposed with different temperature. (b)Repetition frequency shift of soliton comb.

4.4 まとめ

本項では結晶共振器を用いた熱周波数チューニングについて，共振周波数のチューニング効率，及びその偏波モード依存性，ソリトンコムの繰り返し周波数のチューニング効率の測定を行った．ここで重要なのは，結晶共振器の場合は周波数チューニングの完了までに数分かかるため，固定周波数レーザーに対して共振周波数を掃引するソリトンコムの発生には用いられないことである．そのため，応答速度がはるかに大きい piezoelectric actuator を用いた力学的周波数チューニングによるソリトンコムの発生を目指すことは合理的といえる．

5 力学的周波数チューニング

5.1 環境構築

力学的周波数チューニングとは、何らかの力学的機構を用いて、共振器の導波路の有効屈折率、もしくは構造そのものを変化させることによって、共振周波数もしくは繰り返し周波数の変調を行うことである。本論文では力学的機構に piezoアクチュエータを採用した。5.1.1 に piezoアクチュエータの特性、5.1.2 に共振器と piezoアクチュエータを結合するための治具の詳細を示す。

5.1.1 piezoアクチュエータ

5.1.1.1 概要

1880 年に Pierre Curie, Paul-Jacques Curie 兄弟が、石英、トルマリン、ロッシェル塩等の結晶に圧力を印加した際に、その表面に電荷が生じることを発見した。このような力学的エネルギーの電気エネルギーへの変換は圧電効果 (Piezoelectric effect) と呼ばれる。1881 年には Gabriel Lippmann が、結晶に電圧を印加すると圧力が生じる逆圧電効果 (Inverse piezoelectric effect) を予言し、実験的には前述のキュリー兄弟が実証した。自然界に存在する結晶による圧電効果は比較的小さいが、人工的に合成した結晶材料は数倍強い圧電効果を示すことが発見された。現在でも piezoアクチュエータに使用される材料として、1942 年にチタン酸バリウム (TiBaO_3) が、1952 年にチタン酸ジルコン酸鉛 ($\text{Pb}(\text{Zr}, \text{Ti})\text{O}_3$; PZT) が発見された。特に PZT は従来の材料と比較して高感度かつ高い動作温度を示すためよく用いられる。

piezoアクチュエータは電圧を印加するとその大きさが変化するので、精密機器の位置合わせによく用いられる。通常ステージと比較した piezoアクチュエータのメリットとして、印加電圧の大きさによってその伸長変化量が一意的に定まるため高分解能である点、疲労や破損する機械部品がないため長寿命である点、また静電コンデンサと同様に定常状態では低消費電力である点が挙げられる。

また piezoアクチュエータにその共振点 (市販の piezoアクチュエータで kHz 帯域が普通) 程度に高速かつ周期的な電圧を印加すると、通常より大きく周期的なストロークが得られ、その振動方向に超音波が発生する。これは振動子と呼ばれ、液体中に設置すると超音波により真空の気泡が発生し、これは超音波洗浄や霧化器に用いられる。

piezoアクチュエータのデメリットとして、その伸長変化量にヒステリシス特性があることが挙げられる。これを補償するためには、外部にひずみゲージを設けてその伸長変化量を測定してフィードバックする必要がある。また伸長方向と異なる方向からの力に対しては脆弱であるため、伸長方向と荷重による力の方向を精密に一致させるか、エンドカップ等を用いて荷重による力を分散させる必要がある。

5.1.1.2 理論

圧電体の電气的状態，力学的状態はそれぞれ (5.1), (5.2) で表される． D は電束密度， E は電界， ϵ^T は歪み， d は圧電定数， σ は応力， s^E は弾性コンプライアンス (ヤング率の逆数) である．

$$D = \epsilon^\sigma E + d\sigma \quad (5.1)$$

$$\epsilon = s^E \sigma + dE \quad (5.2)$$

式の定性的な解釈をする．(5.1) では通常の電界・電束密度の関係に加え，力学的応力によって電束密度が $d\sigma$ だけ増加することが表されている．これは圧電効果の式として解釈できる．(5.2) では通常の応力・歪みの関係に加え，電界によって変位が dE だけ増加することが表されている．これは逆圧電効果の式として解釈できる．

5.1.1.3 変位 (Displacement)

長さ L の直方体の上面と下面に電極を貼り付けたような piezoelectric actuator を考える．電圧 V を印加した際の変位 ΔL は (5.3) で表される．ただし piezoelectric actuator は一層分の圧電定数が d_{33} であり，それを n 層分積層したものをを用いている．

$$\Delta L = nd_{33}V \quad (5.3)$$

ここで Fig.5.1.(a) のように piezoelectric actuator の電圧印加方向と平行に変位が変化する場合を圧電縦効果と呼ぶ．変位の変化方向は piezoelectric actuator の分極方向に依存しており，Fig.5.1.(b) のように垂直に変位が変化する場合を圧電横効果，Fig.5.1.(c) のように上面と下面が横方向かつ逆方向に変化する場合は圧電厚みすべり効果と呼ぶ．piezoelectric actuator を選定する際は，圧電効果の方向に注意することが必要である．

また (5.3) に従うと piezoelectric actuator の変位は電圧と線形関係を持つが，実際にはヒステリシス特性を示す．その特性は印加電圧の大きさ，動作温度，付加荷重に依存して変化する．ヒステリシス特性は小さい電位差で駆動することで低減できるほか，静電容量センサまたはひずみゲージを用いて変位の変化を測定してフィードバックを行うことで補償できる．

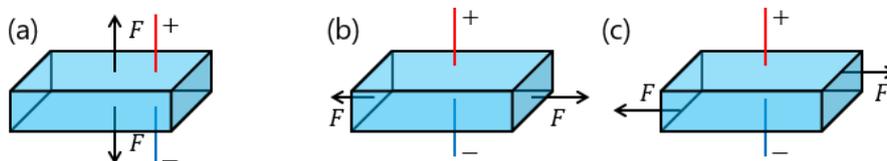


Fig.5.1 Relationship between direction of applied voltage and generated force F .
 (a) Piezoelectric vertical effect. (b) Piezoelectric lateral effect. (c) Piezoelectric thickness slip effect.

5.1.1.4 ヒステリシス (Hysteresis)

ヒステリシス特性の原因は piezo 結晶の分極における非線形性である。piezo 結晶は強誘電体であるため、電場を印加しない状態でも分極している。その分極方向は piezo 結晶内部で完全には揃っておらず、分域と呼ばれる異なる分極方向を示す結晶から構成される、分域構造という形を取っている。piezo 結晶に電場を印加すると分域の分極方向が徐々に揃い始めるが、電場を除去しても大部分の分域はその分局方向を維持するので、全体としての分極は残存する。ここで逆方向に電場を印加すると分域の分極方向が徐々に逆方向を向き始めるが、順方向の分極が優勢である場合には全体としての分極方向は反転しない。そのため piezo 結晶の変位は電圧の印加方向を逆転させる前後で異なるため、ヒステリシス特性が観測される。

Fig.5.2.(a) に本論文で用いた piezo アクチュエータ A(Thorlabs, PK2FQP2), B(Thorlabs, PK2FMP2) のデータシートにおける変位の電圧依存性を示す。どちらも最大電圧が 75 V、発生力が 1000 N のものを用いたが、積層数が異なるために最大電圧における変位が二倍程度異なる。また電圧を 0 V から 75 V まで増加させる経路と、75 V から 0 V まで減少させる経路で変位が異なるため、ヒステリシス特性が明らかである。

次にヒステリシス特性の評価方法について示す。ヒステリシスの大きさを表すヒステリシス値 H は、ヒステリシス曲線の最大の開き Δ_{\max} と最大の変位 ΔL_{\max} の比率によって決まるため、(5.4) のように表される。Fig.5.2.(b) にそれらの値がヒステリシス曲線のどこに対応するかを示す。

$$H = \frac{\Delta_{\max}}{\Delta L_{\max}} \times 100 \quad (5.4)$$

これに従うと、piezo アクチュエータ A については $H = 10.3$ 、piezo アクチュエータ B については $H = 9.79$ と計算できる。そのためヒステリシス特性は piezo アクチュエータ A の方が大きいと定量的に求められる。

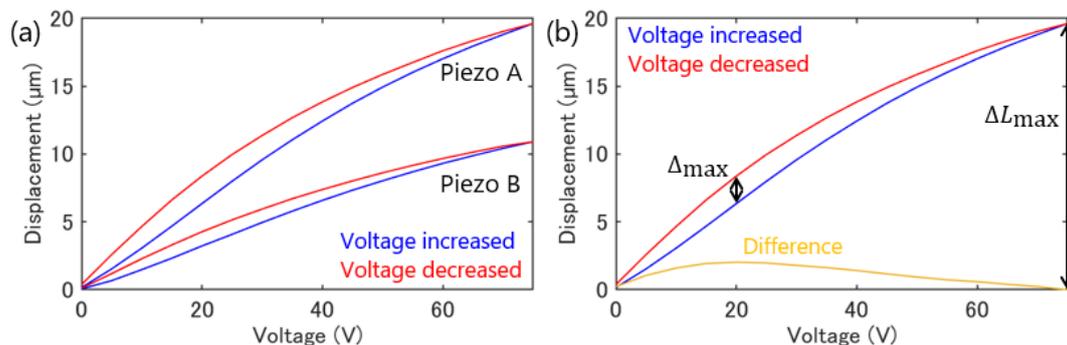


Fig.5.2 (a)Hysteresis loops of the piezo actuators. The red curves show the cases when voltage applied to the piezoelectric actuators are increased, and the blue curves show the opposite cases. (b)Maximum displacement of the piezoelectric actuator is ΔL_{\max} , and maximum difference between the red curve and the blue curve is Δ_{\max} .

5.1.1.5 クリーピング (Creeping)

piezoアクチュエータに印加する電圧を一定にした場合にも piezo結晶の分極化は一定時間持続する。そのため変位もそれに従って変化するが、その変化速度は時間と共に対数的に減少する。クリーピングによる変位の変化 $\Delta L(t)$ は (5.5) のように表される。ここで $L(t)_{t=0.1s}$ は電圧印加停止 0.1 秒後の変位、 γ はクリープ係数 (通常 0.01 程度) である。

$$\Delta L(t) = L(t)_{t=0.1s} \left(1 + \gamma \log \frac{t}{0.1s} \right) \quad (5.5)$$

(5.5) をもとにクリーピングによる変位の変化を計算した結果を Fig.5.3 に示す。ここで $L(t)_{t=0.1s}$ は $1\mu\text{m}$ 、 γ は 0.01 とした。変位が 1 % 増加するのは約 0.3 秒後、5 % 増加するのは約 30 秒後、10 % 増加するのは約 8000 秒後である。

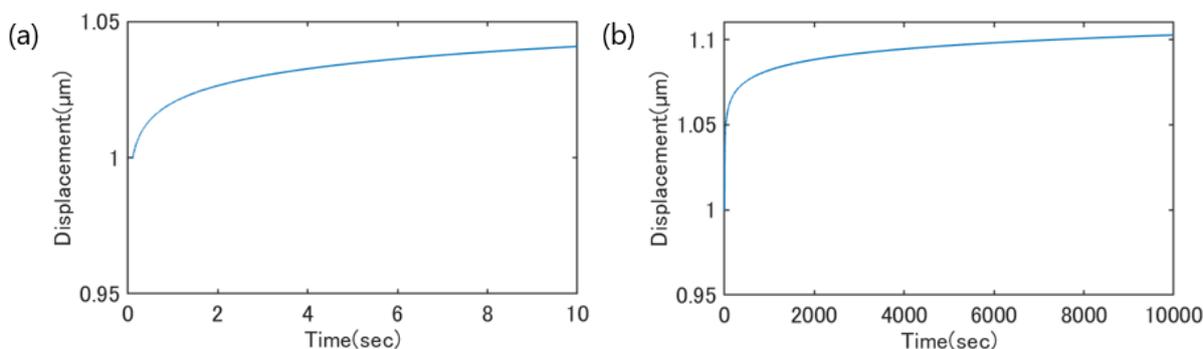


Fig.5.3 The calculation results of displacement change by creeping for (a)short-time scale and (b)long-time scale.

5.1.1.6 共振周波数 (Resonant frequency)

piezoアクチュエータには共振周波数が存在する。 piezoアクチュエータを共振周波数またはそれに近い周波数で駆動すると、変位が非共振時と比較して極端に大きくなる。これにより piezoアクチュエータ及び接触面が破損する恐れがあるため、 piezoアクチュエータは共振周波数の 1/3 以上で使用しないように注意する。

また piezoアクチュエータの最小応答時間 T_{\min} は共振周波数を f_0 としたとき、 $T_{\min} = 1/3f_0$ で表される。ただし piezoアクチュエータを高速応答させる場合は、それに対応する大電流量を供給できるような piezoドライバを用いる必要がある。

また piezoアクチュエータを高い周波数で駆動させる場合、自己発熱により piezoアクチュエータの内部温度が上昇する。その際に piezoアクチュエータのキュリー温度を超えると分極が消失してしまうので、外部に温度制御デバイスを取り付ける等して発熱を抑える必要がある。

5.1.1.7 最大発生力 (Blocking force)

最大発生力とはブロッキングフォースとも呼ばれ、 piezoelectric actuatorにより発生する最大の力を表す。 piezoelectric actuatorに負荷が無い場合、 piezoelectric actuatorに最大電圧を印加した際に最大変位となる。 この状態で piezoelectric actuatorの変位が減る方向に外力を印加して、変位を0まで戻す際に必要な力が最大発生力である。

Fig.5.4.(a)のように、 piezoelectric actuatorに対して荷重が接触しており動かない壁によって挟まれている状態を考える。 この場合には piezoelectric actuatorに最大電圧を印加しても変位 ΔL は最大とならず、荷重がその変位分だけ歪み、さらに発生力が加わる。

piezoelectric actuatorに荷重を印加した場合の変位と発生力の関係を Fig.5.4.(b) に示す。 piezoelectric actuatorの剛性 k_A と比較して荷重の剛性 k_L が高い場合を赤線、低い場合を青線で表す。荷重の剛性が高い場合 (赤線) には変位がほぼ見られず、大きな発生力が荷重に印加される。この際の実効的な発生力 F_{eff} は (5.6) で表される。ここで最大発生力は F_{max} である。

$$F_{\text{eff}} = F_{\text{max}} \left(\frac{k_L}{k_A + k_L} \right) \quad (5.6)$$

荷重の剛性が低い場合 (青線) には荷重に印加される発生力がほぼ見られず、大きな変位が生じている。実効的な変位 ΔL_{eff} は (5.7) で表される。ただし最大変位は L_{max} である。

$$\Delta L_{\text{eff}} = L_{\text{max}} \left(\frac{k_A}{k_A + k_L} \right) \quad (5.7)$$

極端な場合を考えると分かりやすい。荷重の剛性が非常に高い場合 ($k_L \gg k_A$)、荷重に歪みは一切生じずに最大発生力が印加される。荷重の剛性が非常に小さい場合 ($k_L \ll k_A$)、荷重に発生力は一切加わらずに piezoelectric actuatorの最大変位分だけ荷重に歪みが生じる。

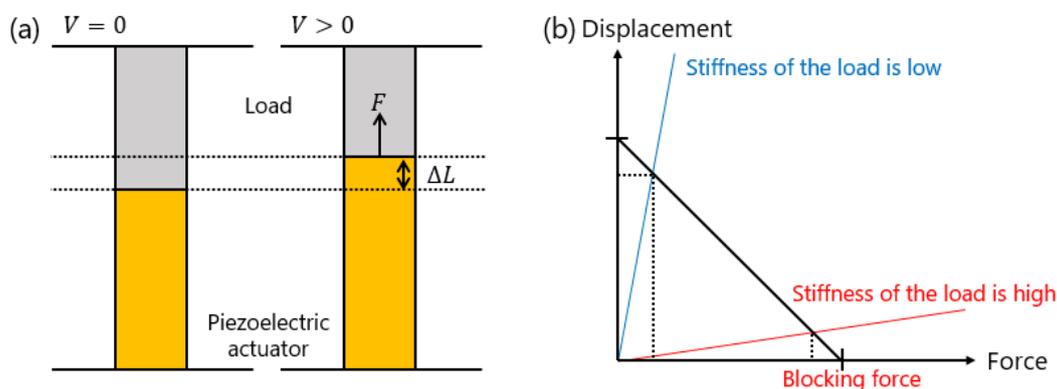


Fig.5.4 (a)Conceptual figure of the load and the piezoelectric actuator. (b)Relationship between displacement and force. Red line corresponds to high stiffness of the load, and blue line corresponds to low stiffness of the load.

5.1.2 治具

piezoアクチュエータを用いて結晶共振器を潰すような系を考えたとき、最も単純には Fig.5.5.(a) に示す系が考えられる。U字型の治具の内側側面に共振器の金属棒部分を挿入し、piezoアクチュエータを挟み込んでいる、最も重要なことは、piezoアクチュエータの発生力をどれだけ効率的に共振器に伝えられるか、ということである。ここで問題となるのは治具をどんな材料で作製するか、piezoアクチュエータと共振器をどのように密着させるかの二点である。

一点目に関して、使用できる中で最もヤング率の高い材料を選ぶ、より正確には剛性が大きい構造にするのが適当である。piezoアクチュエータにより共振器だけでなく治具自体にも歪みが生じる。そのため共振器よりも剛性の小さい構造の治具を用いた場合、治具に生じる歪みが大きくなり共振器に分配される歪みは小さくなる。そのため周波数のチューニング効率が小さくなる。

共振器を構成する結晶材料のヤング率は 130 GPa 程度であるため、同じ構造であるならばヤング率が 70 GPa 程度であるアルミニウムよりもヤング率が 200 GPa 程度であるステンレス鋼を用いて治具を製作するほうがチューニング効率が良いことが期待される。これは 5.2.3 にて実験結果を示す。

二点目に関して、最も単純なものでは Fig.5.5.(b) に示す方式が考えられる。この方式では固定用のネジを用いて治具に挿入されている金属棒を側面から抑え込んでいる。しかしこの方式ではpiezoアクチュエータの発生力が金属棒と固定用ネジ間の最大摩擦力を超えると金属棒自体がずれるため、周波数チューニングが正しく行えないと予想される。

もう少し工夫したものでは Fig.5.5.(c) に示す方式が考えられる。ネジブッシュとは内側に精密アジャスタ用のネジ穴が切ってある土管状の金属である。以下で使い方を説明する。

1. 治具にネジブッシュを差し込んで精密アジャスタを通す。
2. 治具に共振器の金属棒部分を挿入して、piezoアクチュエータをセットする。
3. 精密アジャスタを回すと金属棒が押されてpiezoアクチュエータと共振器が密着する。
4. ナットを回して精密アジャスタの位置を固定する。

この方式では Fig.5.5.(b) のような不具合は起きず、ナットを用いて精密アジャスタを締めれば治具全体を強く固定できる。

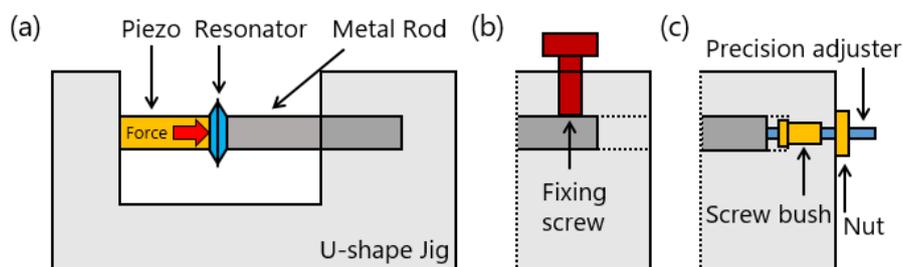


Fig.5.5 (a)Conceptual figure of a jig for mechanical frequency tuning. (b)Fixing method using a screw. (c)Fixing method using a screw bush and a precision adjuster.

5.2 共振周波数チューニング

5.2.1 実証実験

本項では治具の有用性の確認，応力による共振器の破損とその防止策を示す．

5.2.1.1 実験方法

Fig.5.6 にセットアップを示す．可変波長レーザを任意波形発生器で外部変調し，共振モードに対して周期的な波長掃引を行う．レーザ光を共振器と MZI に分割して入射させる．するとオシロスコープ上では共振モードの透過波形と共に，MZI の干渉波形が観測される．ここで piezo アクチュエータに電圧を印加すると，発生力によって共振器の構造が変化するため共振周波数が変化する．共振周波数のチューニング量は MZI の干渉波形を参照して測定できる．

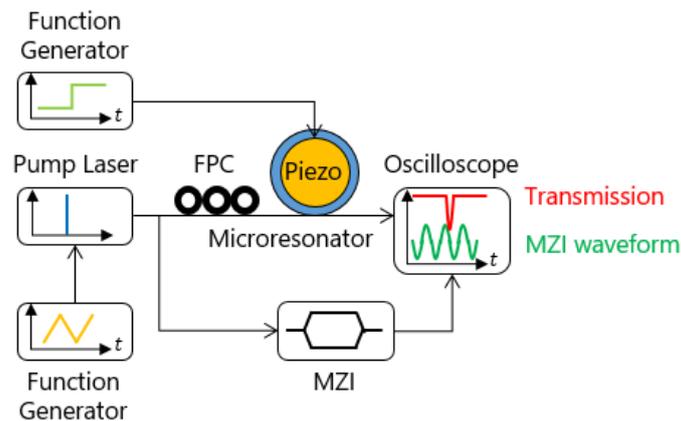


Fig.5.6 Setup of mechanical frequency tuning demonstration. FPC; Fiber polarization controller. MZI; Mach-Zhender interferometer.

Fig.??.(a),(b) にステンレス鋼製の治具に共振器と piezo アクチュエータを固定した様子，共振器と piezo アクチュエータの接触面の様子を示す．

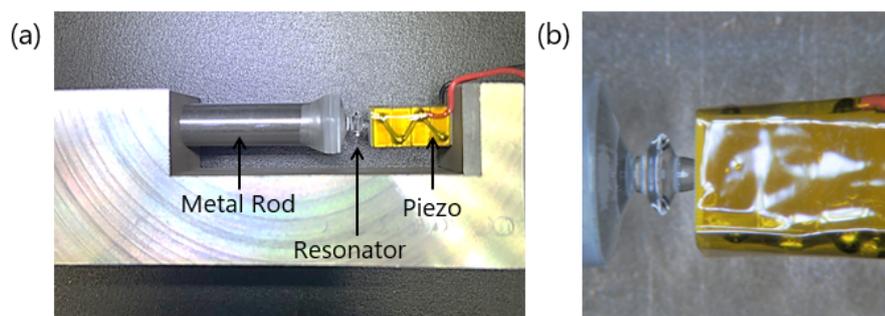


Fig.5.7 (a)Fitting of the crystalline resonator and the piezo actuator into the jig. (b)Magnified view of (a).

5.2.1.2 実験結果

最大電圧 75V かつ最大発生力 1000 N の piezoelectric actuator, 半径 1.5 mm 程度の共振器, ステンレス鋼製の治具を用いて共振周波数チューニングを行った。

piezoelectric actuator に 0V から 22.5V まで 7.5 V 刻みで電圧を印加した結果, Fig.5.8.(a) に示すように共振周波数が低周波側にチューニングされる様子を確認した。MZI の干渉波形の一周期は 20 MHz 程度であるため, 特定の共振モードは 0-7.5 V では 580 MHz 程度, 7.5-15 V では 840 MHz 程度, 15-22.5 V では 620 MHz 程度チューニングされていると推測される。熱周波数チューニングの場合と異なり, 印加電圧に対して共振周波数のチューニング量が線形でないのは piezoelectric actuator のヒステリシス特性に起因する。これについては 5.2.4 で示す。

また 0-22.5V の範囲において共振周波数チューニングを何度行っても共振モードの Q 値に変化がないことを確認した。しかし piezoelectric actuator に一度だけ 40 V を超える比較的高い電圧を印加すると, Fig.5.8.(b) に示すように共振周波数が低周波側にチューニングされるにしたがって共振モードの波形が歪むようになった。この際に共振器の表面を観察すると導波路部分に欠損が生じており, 応力の過多により共振器の導波路部分が破損すると光学特性が変化することが確認された。

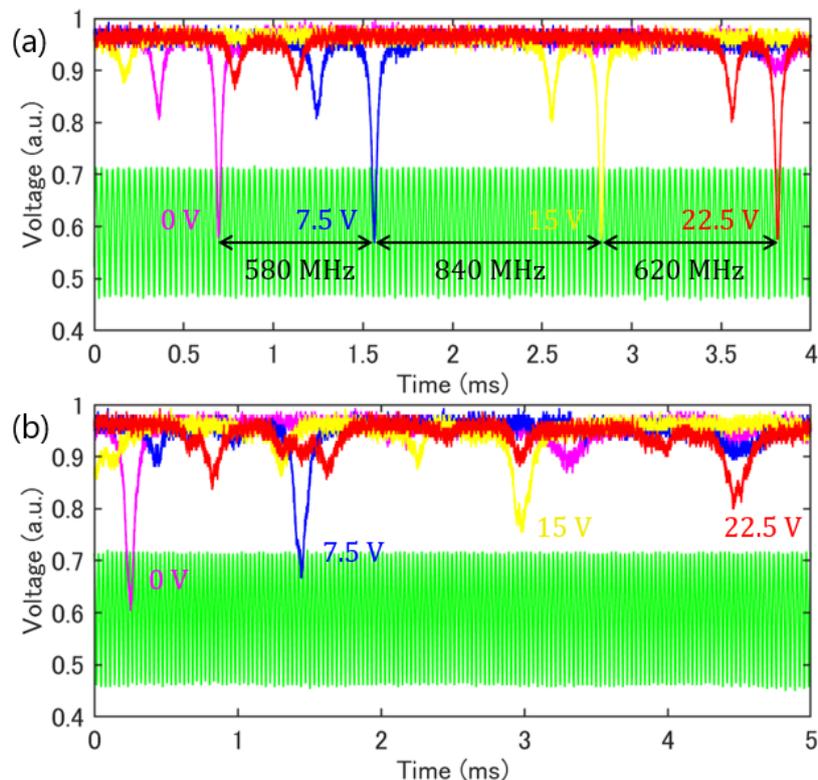


Fig.5.8 (a),(b)Transmission waveforms of a resonant mode with different voltage applied to the piezoelectric actuator and Mach-Zhender interferometer waveform. In (b), the resonator was cracked.

ピエゾアクチュエータの発生力による共振器の影響について示す。適切に実験を行えている場合は共振器が破損することはなく、主な変化は共振器とピエゾアクチュエータの接触面が Fig.5.9.(a) に示すように白くなる程度である。この共振器は 5.3.1 と同様な条件で数時間実験を行った場合でも Q 値を筆頭とする光学特性が損なわれることはなかった。つまり共振器に対してピエゾアクチュエータが数十万回程度接触しても適切なセットアップが成されていれば破損することはないということである。

共振器が破損する原因として大きく二つ考えらえる。一つ目は応力の過多である。Fig.5.8.(b) にその光学特性が変化することを既に示したが、その際の共振器の写真を Fig.5.9.(b) に示す。赤い矢印で示した部分の導波路に亀裂が生じているおり、このため不可逆的に光学特性が変化したことは明らかである。

二つ目は応力の偏りである。ピエゾアクチュエータと共振器の中心軸が揃っていない場合、その接触面や共振器のくびれ部分に加わる応力に偏りが生じる。そのため Fig.5.8.(c) のように接触面が全体的に白くならず一部分にだけ欠損が生じる。もしくは、Fig.5.8.(d) のように応力が集中しやすい共振器のくびれ部分が折れてしまう。前者の場合は共振器の導波路部分が破損しているわけではないので光学特性に変化はないが、その割れ部分は応力に対して脆弱であるので共振器の寿命は結果的に短くなってしまふ。後者の場合は金属棒と分離してしまうので二度と実験に用いることができなくなる。

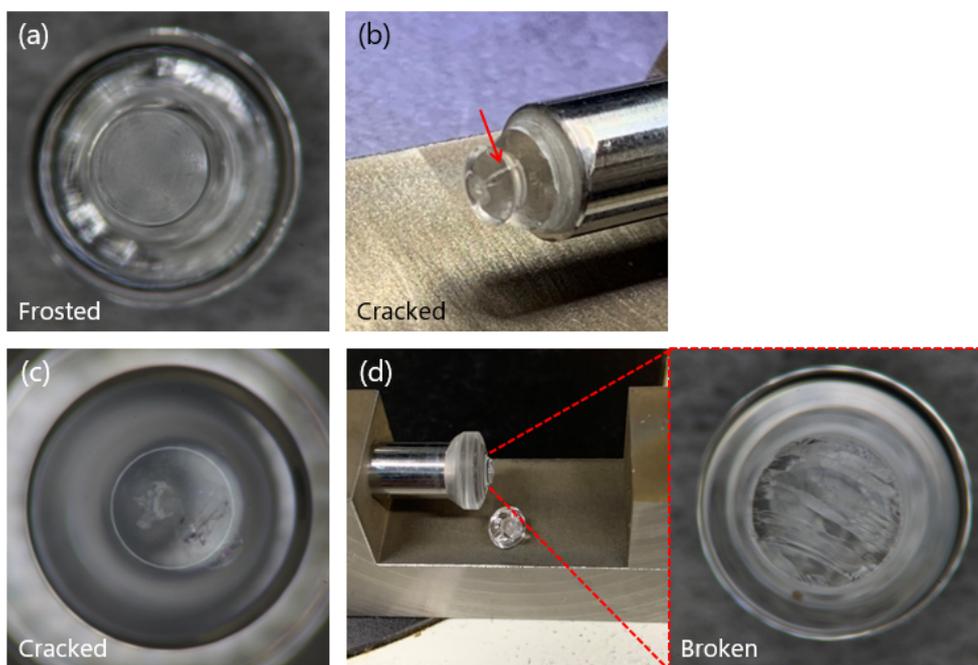


Fig.5.9 (a)Top surface of the resonator under proper use. (b)Waveguide of the resonator was cracked. (c)Top surface of the resonator has small crack. (d)The resonator was broken.

5.2.2 TEモードにおけるチューニング効率の測定

5.2.2.1 実験方法

実験セットアップ, 実験方法は5.2.1.1と同様である.

5.2.2.2 実験結果

共振器が破損したため, 別の共振器を用いて複数のモードのについてチューニング効率を同時に取得した. Fig.5.10.(a)に0 Vと25 Vの透過波形を示す. Fig.5.10.(b)に0 Vから5 V刻みで25 Vまで変化させた際の透過波形について, 複数のTEモードのチューニング量を処理した結果を示す. 各TEモードについてヒステリシス特性が見られ, かつそのチューニング量に差はなく共振周波数のチューニング効率は -15.0 MHz/V かつ総チューニング量は370 MHzであった.

フッ化マグネシウム結晶のヤング率を138 GPa, ポアソン比を0.276, 半径を2.24 mmとして, ピエゾアクチュエータの最大電圧75 Vにおける最大発生力が1000 Nである場合, (2.46)から計算されたチューニング効率の理論値は -327 MHz/V であった. このとき5%程度の効率でしか周波数チューニングが実現できていない. この理由は大きく三つに分けられる.

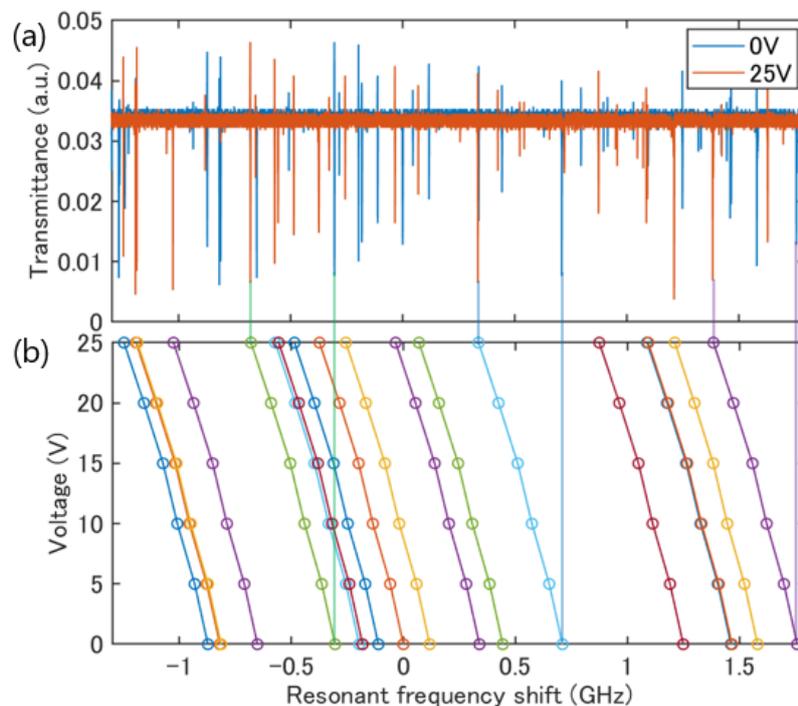


Fig.5.10 (a)Transmission waveforms of resonant frequencies when the voltage applied to the piezoelectric actuator is 0 V and 25 V. The resonance frequencies when the voltage is applied to the piezoelectric actuator in increments of 5 V from 0 V to 25 V are shown in (b).

一つ目は、(2.46) では円柱状の単純な構造の共振器を想定しており、 piezoアクチュエータとの接触面の断面積 S_A と共振器導波路部分の断面積 S_L が等しいと仮定している。実際には共振器の半径の方が大きいため、導波路の構造変化に寄与する圧力は S_A/S_L 倍だけ小さくなると予想される。

二つ目は、(2.46) では piezoアクチュエータの剛性と治具自体の剛性を考慮しておらず、理論値と実験値の誤差のほとんどはこれに起因すると予想される。piezoアクチュエータの剛性 k_A は 5.8 のように表される。ここで F_{\max} は最大発生力、 ΔL_{\max} は最大変位である。

$$k_A = \frac{F_{\max}}{\Delta L_{\max}} \quad (5.8)$$

ここで piezoアクチュエータの長さを l 、断面積を s とすると、piezoアクチュエータのヤング率 E_A は (5.9) のように表される。

$$E_A = \frac{l}{s} k_A = \frac{l}{s} \cdot \frac{F_{\max}}{\Delta L_{\max}} \quad (5.9)$$

5.1.1.4 で用いた piezoアクチュエータ A における剛性とヤング率を計算すると、それぞれ 8.93×10^8 N/m, 37.5 GPa となった。用いた結晶材料は半径 2.24 mm、長さ 8 mm であったので剛性を計算すると 2.72×10^8 となった。piezoアクチュエータと共振器は同程度の剛性を持つと予想されるため、歪みが結晶材料と piezoアクチュエータに等分配されるとすると効率は少なくとも理論値の半分になってしまう。これを抑えるためには結晶材料の剛性を下げる、つまり断面積が小さく厚み大きい結晶材料を用いることが推奨される。

また治具全体の剛性を最も律速している部分は、唯一ステンレス鋼製 (ヤング率: 200 GPa) ではなくリン青銅製 (ヤング率: 110 GPa) のネジブッシュであり、歪みの大部分がネジブッシュに集中するためチューニング効率を著しく下げていると予想される。というのはネジブッシュと比較して治具は大きく厚みもあるため剛性が大きいと考えられるためで、これについては 5.2.3 で示す。Fig.5.11 に治具全体の構造とネジブッシュ部分の断面図を示す。これを抑えるためにはステンレス鋼製のネジブッシュとナットを用いることが推奨されるが、現状ステンレス鋼製のネジブッシュを有していないためこのまま実験を行うこととする。これは共振周波数の掃引によるソリトンコム発生を行う際に重要となるのはチューニング効率ではなく、総チューニング範囲である。つまりチューニング効率が著しく悪くとも、ソリトンステップを問題なく観測できる程度のチューニング量 (数百 MHz 程度) が確保できれば問題はない。

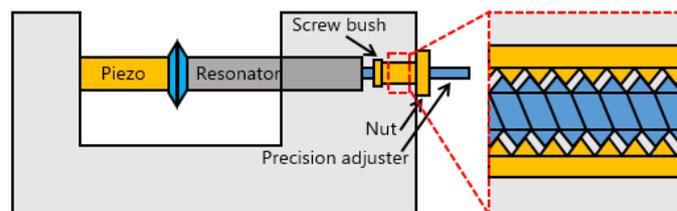


Fig.5.11 Right figure is conceptual image of the jig. And left figure is magnified cross section view of the screw bush portion of the jig.

三つ目は、(2.46) では共振器自体の剛性を考慮しておらず (Fig.5.12.(a)), 発生力が印加電圧に対して常に一定 ($\frac{dF}{dV} = \text{const.}$) という仮定 (Fig.5.12.(b)) をしている点である。実際には共振器は有限の剛性を持つ弾性負荷 (Fig.5.12.(c)) であるため、共振器が潰されて変位が生じる分だけ有効的な発生力は減少する (Fig.5.12.(d))。これに加え、発生力にはヒステリシス特性が存在するため、共振器に印加される発生力の電圧依存性を正確に測定することは難しい。

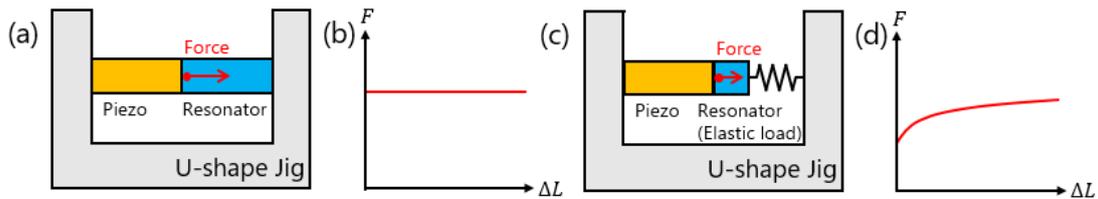


Fig.5.12 (a),(b)Relationship between the generated force and the applied voltage when the stiffness of the resonator is taken into account, and that is not take into account in (c),(d).

5.2.3 治具依存性

5.2.3.1 実験方法

実験セットアップ、実験方法は 5.2.2.1 と同様である。ただし Fig.5.13.(a) に示すようにアルミニウムとステンレスで構成された二つの治具を用いて行った。

5.2.3.2 実験結果

Fig.5.13.(b) に、アルミニウムとステンレスで構成された二つの治具を用いた場合の共振周波数のチューニング効率とそれらの差を示す。アルミニウムを用いた場合のチューニング効率は -13.1 MHz/V 、ステンレスを用いた場合のチューニング効率は -16.5 MHz/V であり、ステンレスで構成された治具を用いた場合の方が 1.25 倍程度チューニング効率が高いことが分かった。

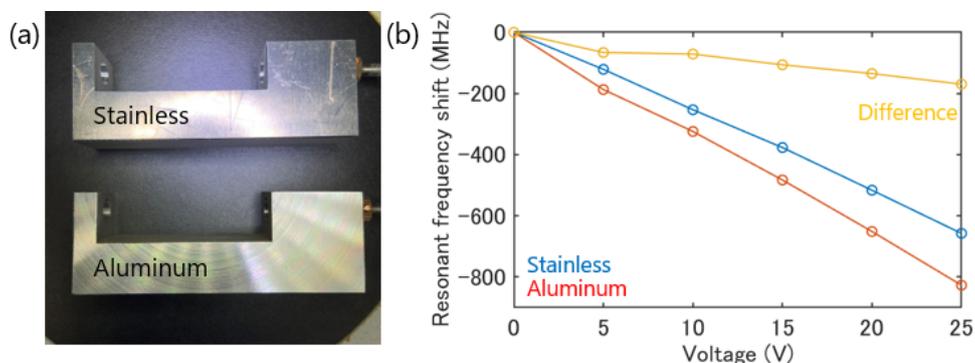


Fig.5.13 (a)Jig made of stainless steel (upper) and aluminum (lower). (b)Resonant frequency tunability when using jigs made of stainless steel and aluminum, and the difference between them.

5.2.4 ヒステリシス

5.2.4.1 実験方法

Fig.5.14 にセットアップを示す。3.3.3.1 と同様の手法により，側帯波を発生させたレーザ光を用いて共振モードの透過波形のエラーシグナルを取得する。信号発生器により側帯波の周波数と強度を最適化し，サーボを駆動してレーザ周波数を共振モードに対してロックする。ここで piezoelectric actuator に対して電圧を印加すると，力学的周波数チューニングにより共振周波数が変化する。その変化に対してレーザ周波数が追従するため，piezoelectric actuator への印加電圧に対する共振周波数の変化をレーザ周波数の変化として測定できる。ここでは piezoelectric actuator への印加電圧はランプ波を用いたが，共振周波数のチューニング範囲はレーザ周波数の変調範囲に制限され，またランプ波の周期は波長計のサンプリング周期よりも十分に余裕を持たなければならない。

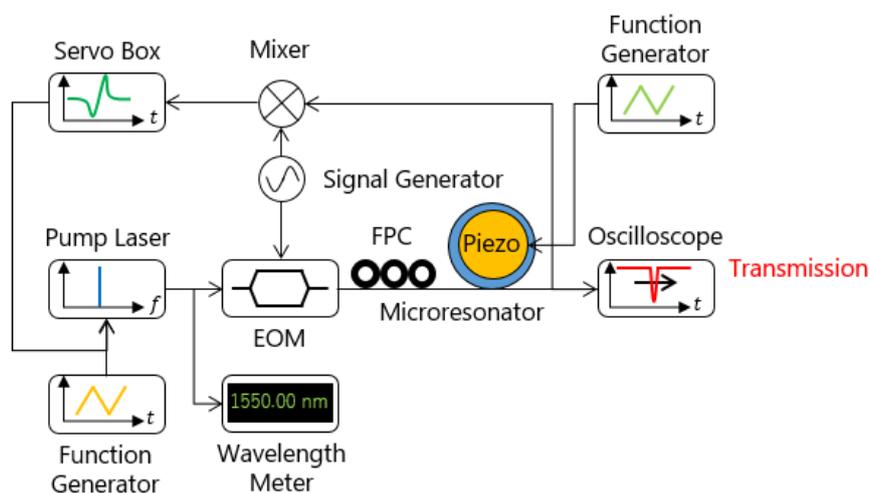


Fig.5.14 Setup of hysteresis measurement by mechanical frequency tuning. EOM; Electro-optic modulator. FPC; Fiber polarization controller.

5.2.4.2 実験結果

本実験では半径が 1.7 mm 程度の比較的小さい共振器を用いたので，(2.46) に従ってチューニング効率が大きくなった。共振モードに対してレーザ周波数をロックした後，piezoelectric actuator に対して振幅 0 V から 7.5 V かつ繰り返し周波数が 0.01 Hz である三角波を信号発生器を用いて印加した。すると Fig.5.15.(a) に示すようなレーザ周波数の周期的な変化が観測され，これはつまり共振周波数も周期的に変化しているということである。波形が時間と共に全体的に低周波側にシフトしているのは，piezoelectric actuator に電圧を印加していないときにも観測されたためレーザ周波数それ自体の揺らぎによるものである。これを電圧に対する共振周波数の変化として処理したデータを Fig.5.15.(b) に示す。これが共振周波数の変化におけるヒステリシス曲線である。

本実験では piezoelectric actuator A を用いた。ここで得られたヒステリシス曲線についてヒステリシス値を計算して、piezoelectric actuator A のヒステリシス値とおおまかに一致した場合、適切な力学的周波数チューニングが行われているとみなす。piezoelectric actuator A のヒステリシス値は 10.3 であった。

次に Fig.5.15.(b) に示したヒステリシス曲線のヒステリシス値を計算する。5.1.1.4 に示したように、共振周波数の最大変位 Δf_{\max} と、ヒステリシス曲線の最大の開き Δ の比率によってヒステリシス値を算出する。 Δf_{\max} は 7.5 V において 580 MHz、 Δ は 7.89 MHz であったので、ヒステリシス値は 13.5 となった。よって若干理論値よりも 30 % 程度大きい結果が得られたが、極端に異なるわけではない。この理由は Fig.5.2 に示したヒステリシス曲線は無負荷の場合であるのに対して、今回のように piezoelectric actuator に弾性負荷 (共振器や治具全体) が接触している場合は、印加電圧に対する変位が非線形に減少するためであると考えられる。

仮にヒステリシス値が若干大きくとも、ヒステリシスループの始点と終点が一致していれば共振周波数の掃引によるソリトンコム発生を行う際に問題とならない。ソリトンコムを得る前段階として 3.2.1.2 に示したようにソリトンステップを観測しなければならないが、もし始点と終点が一致していなければ固定したレーザ周波数に対して共振周波数が時間と共にシフトしてしまうため、3.2.3.2 に示したようにレーザ周波数がソリトンコム領域に存在するとき共振周波数の掃引を停止することが難しくなってしまう。この点に関しては 5.3.1.2 においても全く問題がないことを示す。

また共振周波数の掃引によるソリトンコム発生は固定したレーザ周波数に対して共振周波数を低周波側から高周波側に向かって掃引する場合、つまり電圧を減少させている際にのみ行う。そのため電圧を増加させる際、減少させる際における印加電圧と共振周波数を一致させる必要もないため、始点と終点さえ一致していれば必ずみゲージ等を用いたフィードバックシステムを用いる必要もない。

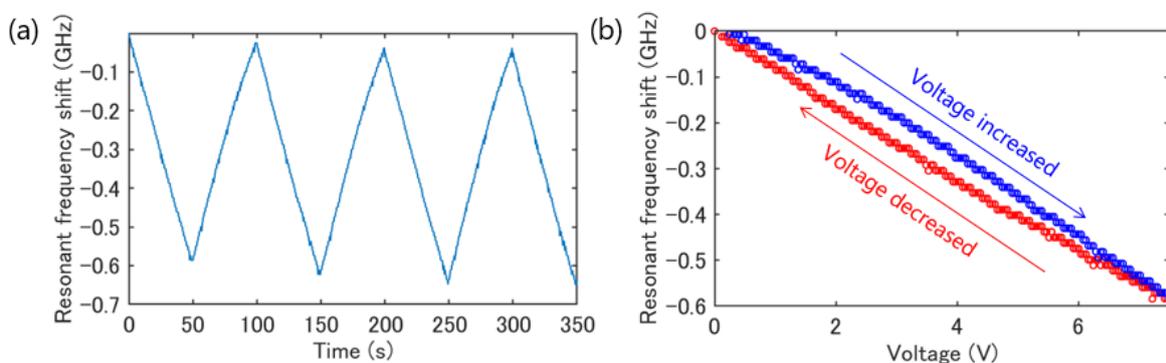


Fig.5.15 (a)Time variation of resonant frequency shift. (b)Hysteresis loop of mechanical resonant frequency tuning. Red and blue plots are correspond to resonant frequency shift when voltage applied to piezoelectric actuator is decreased and increased, respectively.

5.2.5 周波数応答

5.2.5.1 原理

5.16.(a),(b) に周波数応答測定の方法を示す。レーザー周波数が共振モードのフリンジに位置している場合、そのどちらかに正弦波状の変調信号を印加するとデチューニングが変化して共振モードの透過光における強度揺らぎに変換される。変調信号の周波数が高くなるにつれて変調信号に対する応答が遅延するため、デチューニングの変化量が小さくなり透過光強度の揺らぎも減少する。つまり、変調信号の周波数を DC(0 Hz) から徐々に増加させながら透過光強度の変化を測定すれば周波数応答を測定できる。

可変波長レーザーの変調ポートに変調信号を入力した場合はレーザーの周波数応答が測定でき、共振器に接触させたピエゾアクチュエータに変調信号を入力した場合は、共振周波数の周波数応答が測定できる。

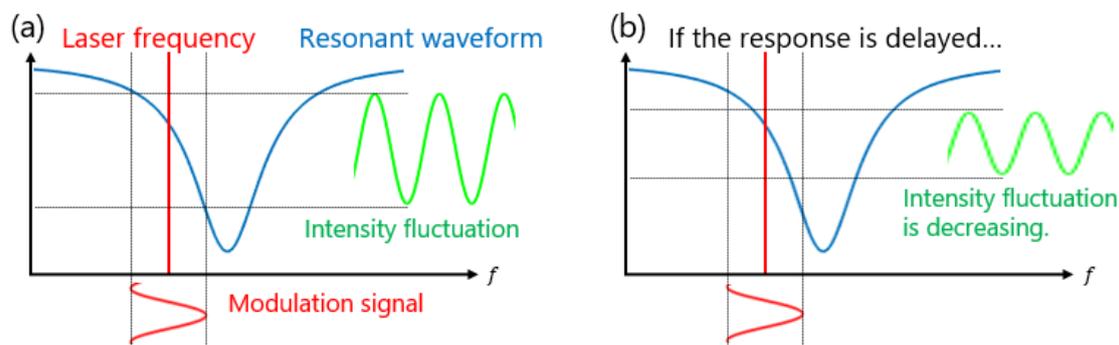


Fig.5.16 The principle of frequency response measurement. (a)When good frequency response is obtained, laser frequency or resonant frequency modulation is converted to transmission intensity fluctuation. (b)When frequency response is bad, transmission intensity fluctuation is decreasing.

5.2.5.2 実験方法

変調信号の周波数帯域によって実験を分けた。Fig.5.17.(a) に低周波 (<3 kHz) の場合のセットアップを示す。比較的安定なレーザーを共振モードのフリンジに位置させると透過光強度の現象が観測できる。その状態で共振器に接触したピエゾアクチュエータに対して正弦波の変調信号を印加すると透過光強度の変調が確認でききる。これが周波数応答に対応する。

Fig.5.17.(b) に高周波 (>10 kHz) の場合のセットアップを示す。透過光強度をベクトルネットワークアナライザ (VNA) に入力し、出力をレーザーに入力した場合にはレーザー周波数における周波数応答が、共振器に接触したピエゾアクチュエータに対して入力した場合は共振周波数における周波数応答が観測できる。

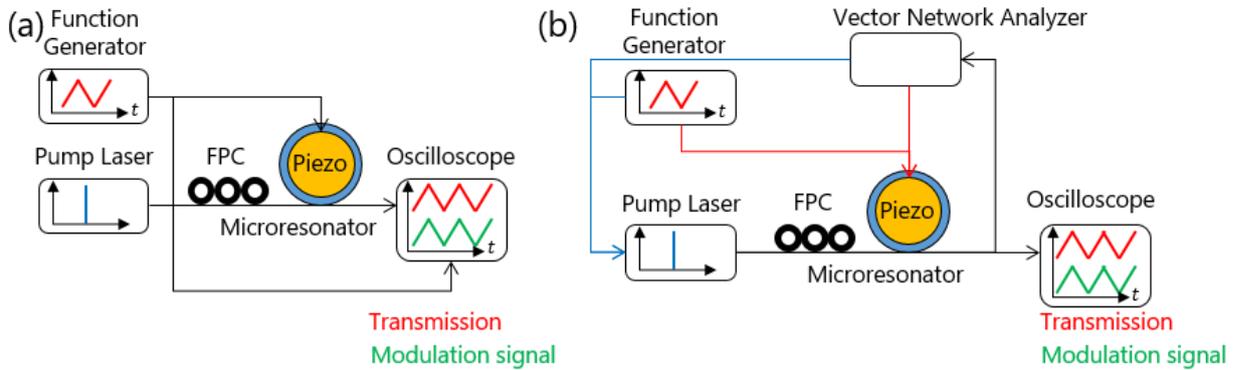


Fig.5.17 Both are setup of resonant frequency response measurement. (a) $<10\text{ kHz}$. (b) $>10\text{ kHz}$. Blue wiring is for laser frequency response measurement, and red wiring is for resonant frequency response measurement.

5.2.5.3 実験結果

まず 0 Hz から 3 kHz までの周波数応答を測定した結果を Fig.5.18.(a),(b) に示す. 透過光強度の振幅変化に対して指数関数によるフィッティングを行った結果, その 3 dB 帯域は 1.4 kHz 程度であると測定できた. つまり共振モードを掃引するときに変調信号が 1.4 kHz である場合, 実際のチューニング量は想定されるものの半分程度になると言える.

この系において数百 MHz 程度のチューニング量は十分に確保できており, その周波数応答も 1 kHz 程度が十分に確保できている. そのため共振モードの掃引速度は数百 MHz/ms 程度までは十分に実現可能である.

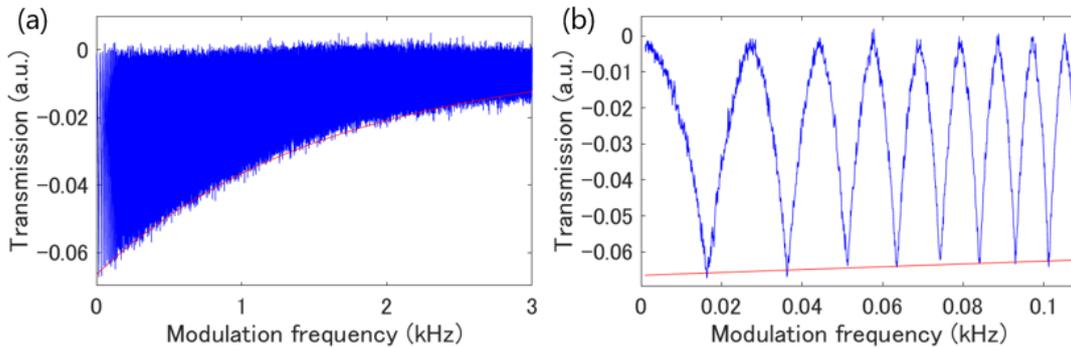


Fig.5.18 (a)Amplitude variation in transmitted light intensity(blue), which is fitted by the exponential function(red). (b)Magnified view of parts 0 Hz through 0.1 Hz in (a).

次に 10 kHz 以上の周波数応答を測定した結果を示す, Fig.5.19.(a) がレーザ周波数における周波数応答, Fig.5.19.(b) が共振周波数における周波数応答である.

レーザ周波数に関する周波数応答では 10 kHz から 30 kHz までは平坦かつ緩やかに減少しており，それ以降の急激な乱高下はレーザ周波数の変調部分における共振点である．共振モードに関する周波数応答では 10 kHz から 30 kHz までに小さい共振点が複数存在しており，この主要原因を同定することは困難であるが治具の材料や構造，共振器に対するピエゾアクチュエータの固定方法，接触面の状態等の関与による総合的な結果であると思われる．

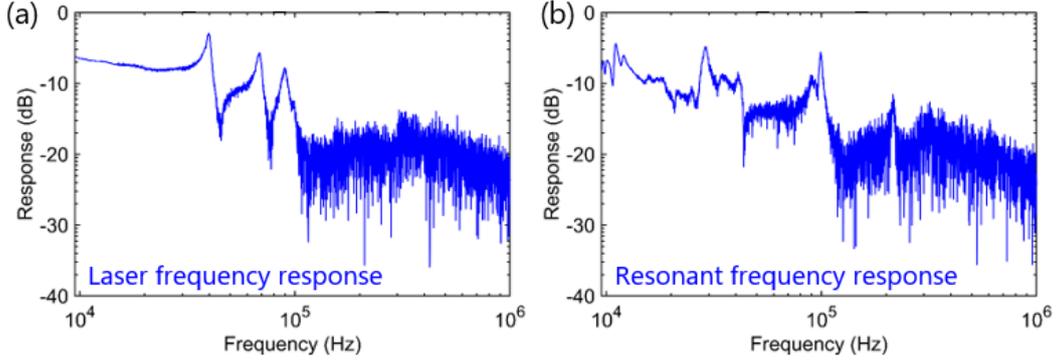


Fig.5.19 Amplitude variation in transmitted light intensity(blue) when (a)laser frequency is modulated, and (b)resonant frequency is modulated.

5.2.6 TE モード，TM モードにおけるチューニング効率の測定

5.2.6.1 理論

結晶に対して圧力を印加した際の屈折率変化について示す．先行研究によるとフッ化マグネシウム結晶には屈折率の圧力依存性があり [88]，フッ化マグネシウム結晶と同様のルチル型構造を持つ酸化チタンでは常屈折率と異常屈折率でその圧力依存性が異なることが示されている [89]．

基本的に 4.2.2.1 と同様に考える．TE モード $f_{m(\text{TE})}$ のチューニング効率を (5.10) に，TM モード $f_{m(\text{TM})}$ のチューニング効率を (5.11) に示す．

$$\frac{df_{m(\text{TE})}}{dV} = - \left(\frac{dn_e}{dP} \cdot \frac{dP}{dV} \cdot \frac{f_{m(\text{TE})}}{n_e} + \frac{dP}{dV} \cdot \frac{\nu}{E} f_{m(\text{TE})} \right) \quad (5.10)$$

$$\frac{df_{m(\text{TM})}}{dV} = - \left(\frac{dn_o}{dP} \cdot \frac{dP}{dV} \cdot \frac{f_{m(\text{TM})}}{n_o} + \frac{dP}{dV} \cdot \frac{\nu}{E} f_{m(\text{TM})} \right) \quad (5.11)$$

そしてこれらの差 $\frac{df_{m(\text{TM}-\text{TE})}}{dV}$ は (5.12) のようになる．ただしここで $f_{m(\text{TE})} = f_{m(\text{TM})} = f_m$ と仮定した．

$$\frac{df_{m(\text{TM}-\text{TE})}}{dV} = - \left(\frac{dn_o}{dP} \cdot \frac{1}{n_o} - \frac{dn_e}{dP} \cdot \frac{1}{n_e} \right) \frac{dP}{dV} f_m \quad (5.12)$$

ピエゾアクチュエータは c 軸に平行な方向に対してのみ結晶に圧力を印加するため垂直な方向には圧力が印加されない ($\frac{dn_o}{dP} = 0$) とすると (5.13) のように変形できる．

$$\frac{df_{m(\text{TM}-\text{TE})}}{dV} = \frac{dn_e}{dP} \frac{1}{n_e} \frac{dP}{dV} f_m \quad (5.13)$$

$\frac{dP}{dV}$ は piezoアクチュエータの性能や共振器の接触面の断面積や形状等の要素により決定される値であり、直接計算することは困難である。そこで $\frac{dn_e}{dP} = 0$ と仮定した場合における TE モードのチューニング効率 (5.10) から $\frac{dP}{dV}$ を算出すれば、TE モードと TM モードのチューニング効率の差 (5.13) から $\frac{dn_e}{dP}$ を計算できると予想される。

5.2.6.2 実験方法

実験セットアップ、実験方法は 5.2.2.1 と同様である。実験上の注意は 4.2.2.2 と同様である。Fig.5.20 に TE モードと TM モードの透過波形を示す。

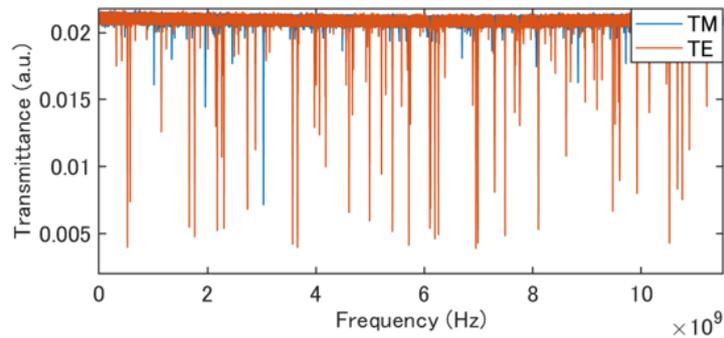


Fig.5.20 Transmission waveform of TE mode (orange) and TM mode (blue).

5.2.6.3 実験結果

Fig.5.21 に、特定の TE モードについてチューニング量を補正して中心をそろえた透過波形を示す。基準とした TE モード (0 付近) の高周波側の TE モードも縦に揃って (黒矢印) 並んでいることから、偏波モードさえ同じであればチューニング効率は等しいことが分かる。対して TM モードはチューニング効率が小さいため、piezoアクチュエータへの印加電圧を上げるにしたがって高周波側に向かって更にシフトしているように見える。

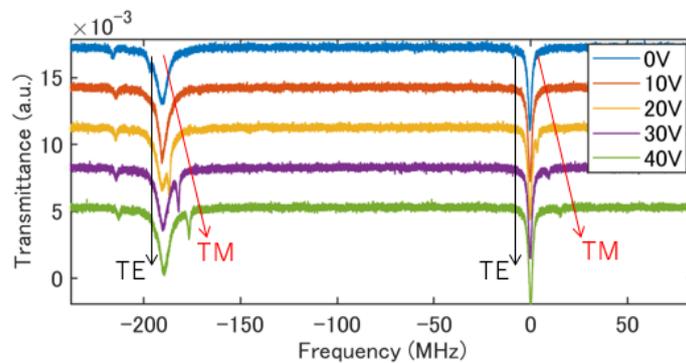


Fig.5.21 Tunability difference between TE mode and TM mode. The TE mode group overlaps, but the TM mode group does not.

複数のモードのについてチューニング効率を同時に取得した。Fig.5.22.(a) に 0 V と 40 V 度の透過波形を示す。Fig.5.22.(b) に 0 V から 10 V 刻みで 40 V まで変化させた際の透過波形について、特定の TE モードに関してチューニング量を補正して中心をそろえて、複数のモードのチューニング量を処理した結果を示す。

TE モード群はチューニング効率がほとんど等しいため縦に揃って並んでいるが、TM モード群は piezoelectric actuator への印加電圧が変化するために低周波側にチューニングされていることが分かる。Fig.5.22.(c) に Fig.5.22.(b) における共振周波数のチューニング量のゼロ点を揃えるように処理した結果を示す。TE モード群と TM モード群でチューニング量が明瞭に分かれている。この実験結果から TE モードと TM モードのチューニング効率の差を計算すると 463 kHz/V であり、TE モードのチューニング効率は -30.5 MHz/V であった。

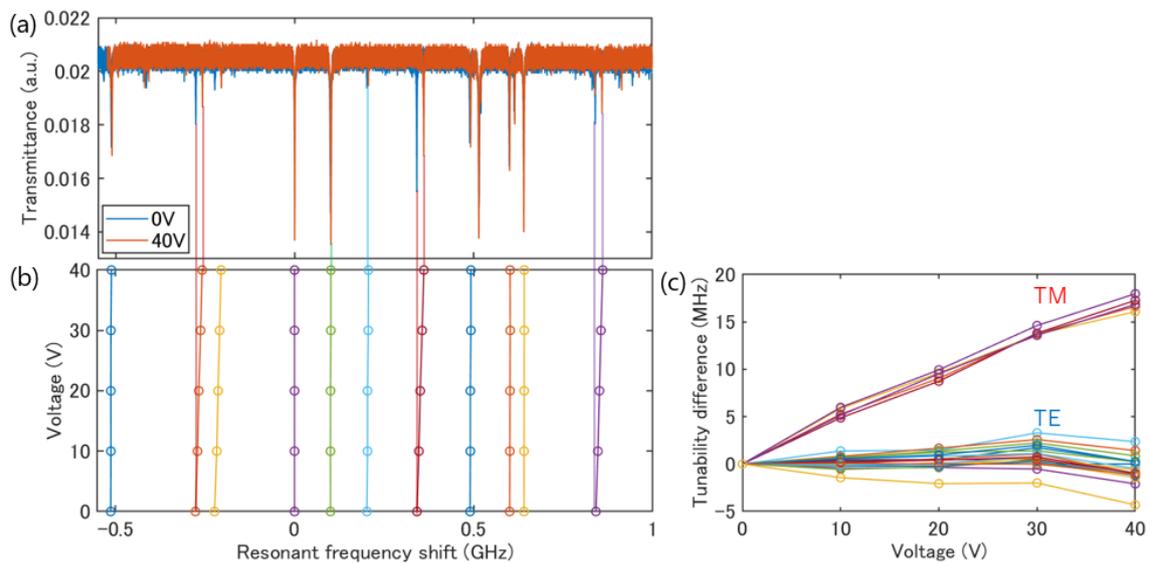


Fig.5.22 (a)Transmission waveforms of resonant frequencies when the voltage applied to the piezoelectric actuator is 0 V and 25 V. The resonance frequencies when the voltage is applied to the piezoelectric actuator in increments of 5 V from 0 V to 25 V are shown in (b). (c)Difference of resonant frequency shift between TE mode group and TM mode group.

この実験結果から $\frac{dn_e}{dP}$ を計算する。まず (5.10) にあるように、TE モードのチューニング効率を用いて $\frac{dP}{dV}$ を計算する。フッ化マグネシウムの異常屈折率 n_e を 1.38、ヤング率を 138 GPa、ポアソン比を 0.276、共振周波数を 193 THz とすると、 piezoelectric actuator への印加電圧と共振器の導波路部分への実効的な圧力は Fig.5.23.(a) のような関係を持ち、 $\frac{dP}{dV}$ は 7.06×10^4 と計算できた。次に (5.13) にあるように、TE モードと TM モードのチューニング効率の差を用いて $\frac{dn_e}{dV}$ を計算する。共振器の導波路部分への実効的な圧力と異常屈折率の変化は Fig.5.23.(b) のような関係を持ち、 $\frac{dn_e}{dP}$ は -4.46×10^{-14} と計算できた。

今までは結晶の c 軸が結晶面と平行である結晶材料 (z -cut) を用いていたが、結晶の c 軸が結晶面と垂直である結晶材料 (x -cut) を用いた場合は、同様な計算過程を経て $\frac{dn_o}{dP}$ を計算できると予想される。

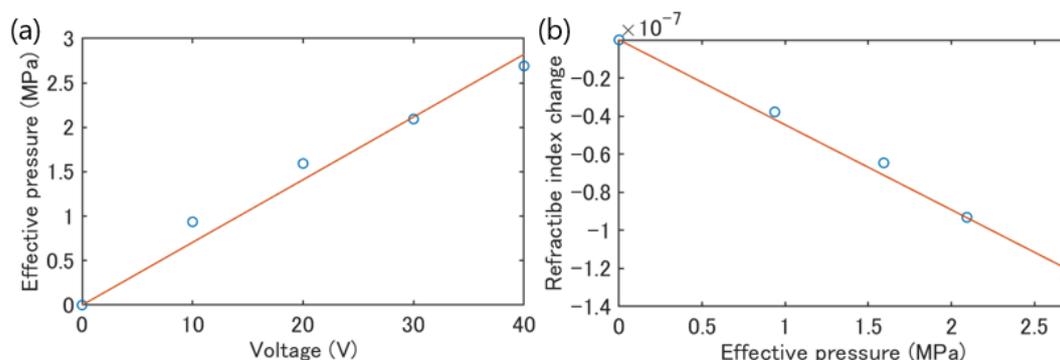


Fig.5.23 (a) Voltage applied to the piezoelectric actuator dependence of effective pressure to waveguide of the resonator. (b) Effective pressure to waveguide of the resonator dependence to of extraordinary refractive index of magnesium fluoride.

5.3 共振周波数掃引によるソリトンコムの発生

力学的周波数チューニングによるソリトンコムの発生のためには、共振モードを固定周波数レーザに対して低周波側から高周波側に向かって掃引し、ソリトンコム領域において共振モードの掃引を停止すればよい。そのためにはソリトンステップが観測できる程度、つまり少なくとも数十 MHz 程度は共振モードを掃引しなければならない。また共振モードの掃引速度も共振器内部の熱平衡を保つために重要であるため、実験的には数 MHz/ms 程度を実現する必要がある。前者については 5.2.2.2 にて数百 MHz 以上に渡り共振モードを掃引した結果を示した。後者については 5.2.5.2 にて 1 kHz 程度の掃引速度を実現できる結果を示した。よって数 MHz/ms 程度の共振モードの掃引速度は容易に実現できる。

5.3.1 固定周波数レーザに対する共振周波数のチューニング

5.3.1.1 実験方法

Fig.5.24 にセットアップを示す。レーザに対しては何も変調を加えず、固定周波数レーザとして用いる。共振器に結合したピエゾアクチュエータを任意波形発生器で外部変調し、固定周波数レーザに対して周期的な共振モードの掃引を行う。

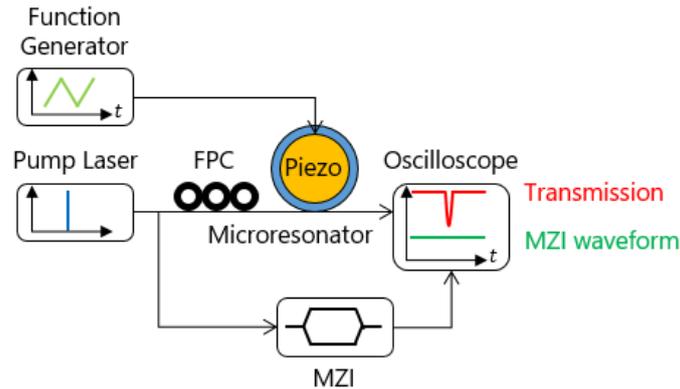


Fig.5.24 Setup of resonant frequency tuning against fixed laser frequency. FPC; Fiber polarization controller. MZI; Mach-Zhender interferometer.

5.3.1.2 実験結果

レーザはフリーランの状態ではピエゾアクチュエータに 0 V から 7.5 V で周期 15 Hz の正弦波状電圧を印加した際の透過波形 Fig.5.25 に示す。マッハツェンダ干渉計 (MZI) の干渉波形が無いため、固定周波数レーザに対して共振モードを掃引して透過波形を観測できたことが明らかである。

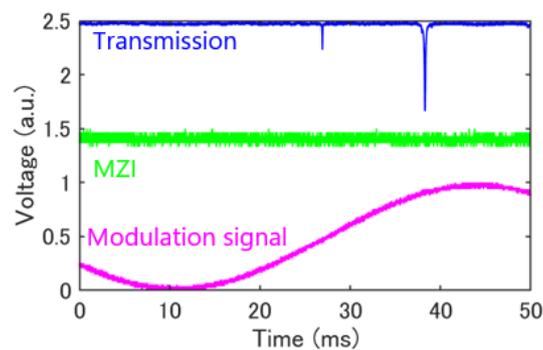


Fig.5.25 Transmission waveform of resonant modes (blue), interference waveform by Mach-Zhender interferometer (green) and modulation signal applied to the piezoelectric actuator (pink).

5.3.2 ソリトンコムの発生

5.3.2.1 実験方法

Fig.5.26 にセットアップを示す。ソリトンコムの発生方法は 3.2 に示したが、唯一異なるのは可変波長レーザはフリーラン状態にして置き、任意波形発生器によってピエゾアクチュエータを変調する点である。まず固定周波数レーザに対して低周波側から高周波側に向かって共振モードを掃引してソリトンステップを観測し、ソリトンコム領域で共振モードの周波数掃引を停止させるとソリトンコムを発生できる。

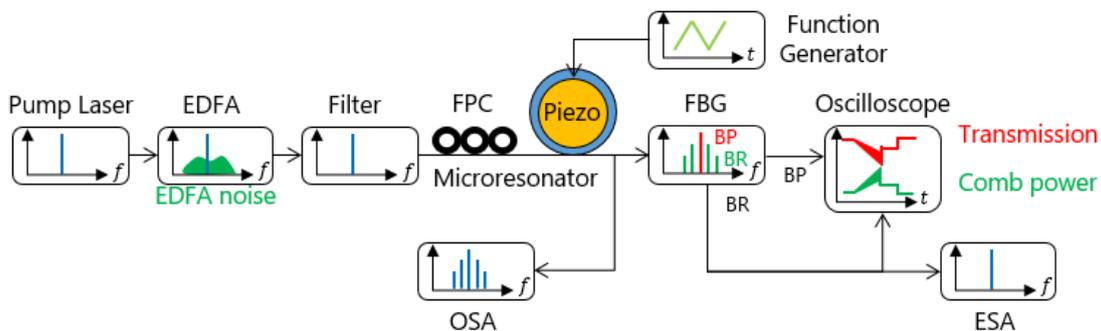


Fig.5.26 Setup for soliton comb generation by mechanical frequency tuning. EDFA; Erbium-doped fiber amplifier. FPC; Fiber polarization controller. FBG; Fiber Bragg grating. OSA; Optical spectrum analyzer. ESA; Electronic spectrum analyzer. BP; Band-pass. BR; Band-reject.

5.3.2.2 実験結果

固定周波数レーザに対する共振周波数掃引によって、Fig.5.27.(a) に示すようなソリトンコム領域が 15MHz 程度存在するソリトンステップを観測した。また、Fig.5.27.(b) に示すようにその際の共振周波数のチューニング効率は -21.5 MHz/V であったため、高々 10 V 程度印加すればソリトンコム発生に十分なチューニング量が得られた。

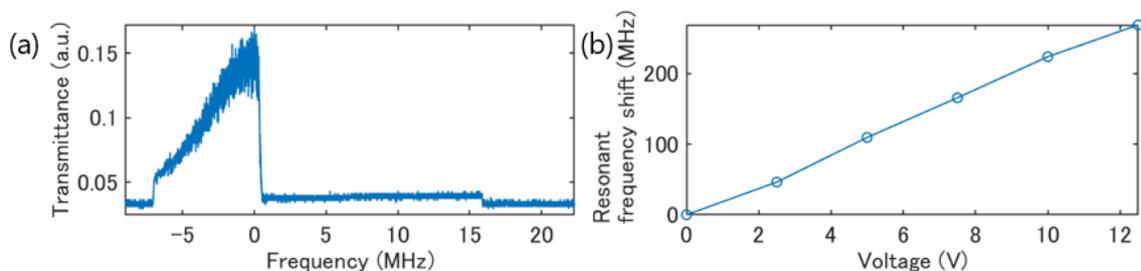


Fig.5.27 (a) Soliton step obtained by resonant mode tuning. (b) Resonant frequency tunability.

ソリトンコム領域に共振モードが存在した瞬間に Piezoアクチュエータへの電圧印加を停止した結果, Fig.5.28.(a),(b) に示すようにソリトンコムの周波数スペクトルと RF スペクトルが得られた。ソリトンコムの繰り返し周波数は 15.5 GHz であり, ソリトンコムは数分間程度持続したもののレーザ自体の周波数揺らぎと外気温変化やクリーニングによる共振周波数のドリフトによって消失した。

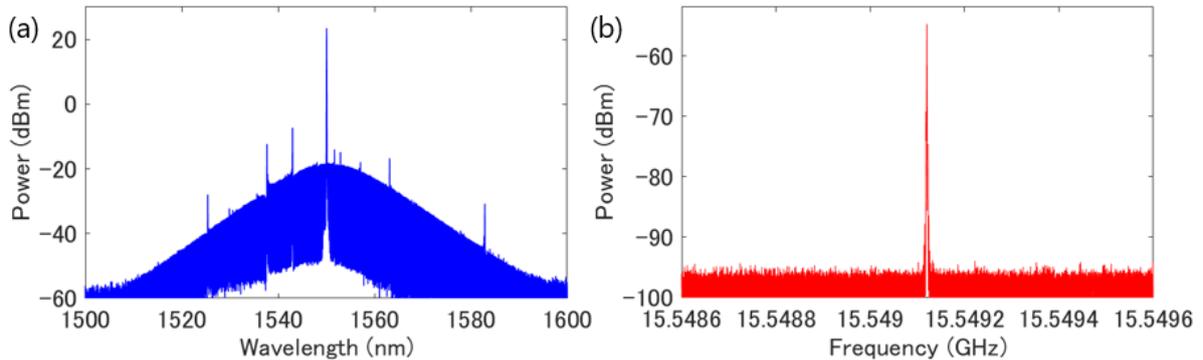


Fig.5.28 (a)Frequency spectrum of soliton comb and (b)Electronic frequency spectrum of soliton comb by mechanical frequency tuning.

実験的テクニックとして導入した主導フィードバックシステムのセットアップを Fig.5.29 に示す。Piezoドライバは任意波形発生器からの入力 (Ext.) を定数倍増幅するだけでなく, 回転つまみによる手動入力 (Int.) を外部入力に対して加算する役割を持つ。ソリトンコムの包絡線の形状はデチューニングに依存して変化するため, ソリトンコムの消失前には包絡線が変化する兆候が見える。よって任意波形発生器を用いてソリトンコムを発生させた後, Piezoドライバの回転つまみを操作して共振周波数をチューニングしてデチューニングを調整すればソリトンコムの消失を未然に防ぐことができる。レーザ自体の周波数揺らぎや共振周波数のドリフトが視認速度よりも早い場合はフィードバックを行うことはできないが, この手法を用いることでソリトンコムを数十分程度持続させることができた。

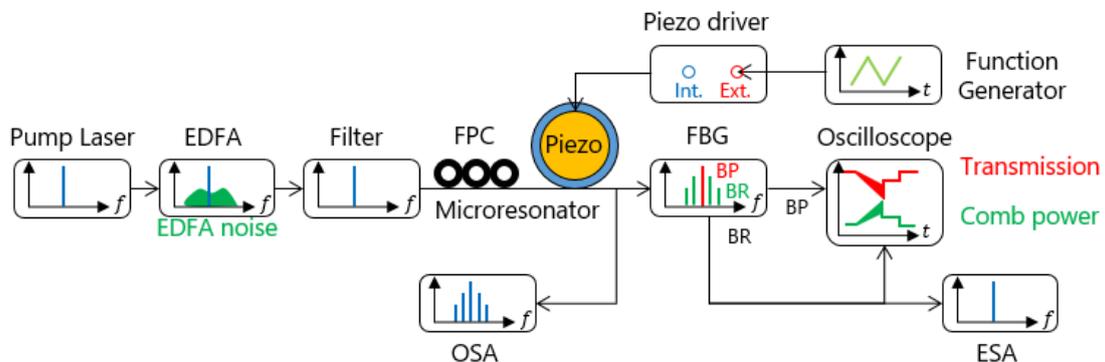


Fig.5.29 Setup for soliton comb generation by mechanical frequency tuning with manual feedback.

6 結論

レーザ周波数掃引によるソリトンコムの発生

製作したフッ化マグネシウム結晶共振器を用いて、共振モードに対してレーザ周波数を掃引する手法によりソリトンコムの発生を行った。また Pound-Drever-Hall 法を用いてフィードバック系を構築し、ソリトンコムの数時間にわたる発生を観測した。

現状の課題としては、レーザ周波数は掃引停止後にフリーランの状態となっているため、それをより安定な周波数標準にロックしてソリトンコムの絶対周波数を安定化することが挙げられる。

熱周波数チューニング

ペルチェ素子を用いた実験系を構築して熱周波数チューニングの基礎特性の測定を行った。具体的に共振モードのチューニング効率は -1.77 GHz/K 、TE モードと TM モードにおけるチューニング効率の差は -90 MHz/K 、ソリトンコムの繰り返し周波数のチューニング効率は -208 kHz/K (FSR: 23.3 GHz) であった。

力学的周波数チューニング

ピエゾアクチュエータを用いた実験系を構築して力学的周波数チューニングの基礎特性の測定を行った。共振モードのチューニング効率は使用する治具や共振器の大きさに依存して変化するため、最大のをここでは示す。具体的に共振モードのチューニング効率は -77.8 MHz/V (FSR: 20.5 GHz)、それを用いて共振器を破壊せずに得られた最大チューニング範囲は 2 GHz 程度であった。また TE モードと TM モードにおけるチューニング効率の差は 463 kHz/K (TE モードにおけるチューニング効率の 1.5%) であり、そこから結晶材料の屈折率の圧力依存性を計算すると、異常屈折率の圧力依存性は -4.46×10^{-14} であった。また共振モードのチューニングにおけるヒステリシス値は 13.5 、周波数応答は 1.4 kHz と測定できた。また固定レーザ周波数に対して共振モードを掃引する手法によりソリトンコムの発生を行った結果、数分間程度ソリトンコムがフィードバックフリーで安定し続けた。

現状の課題としては、共振モードが掃引停止後に外乱等の影響でドリフトするためソリトンコムが消失してしまうため、レーザ光強度もしくはピエゾアクチュエータに対してフィードバックを行ってソリトンコムを安定化することが挙げられる。

現状の展望としては、非常に高安定な固定周波数レーザを用いて、力学的周波数チューニングを用いてソリトンコムを発生し、その位相雑音を測定することが挙げられる。

謝辞

本成果は科研費（JP19H00873）の助成を受けたものです。

本研究は慶應義塾大学理工学部電子工学科田邊研究室において、田邊孝純教授のご指導のもと行われました。まず指導教官である田邊先生に深く御礼を申し上げます。まず前代未聞でのコロナ禍において研究室を適切に運営していただきありがとうございました。ミーティングや研究発表の様式も以前と大きく変わりましたが柔軟に対応していただきありがとうございました。おかげでコロナに罹ることなく修士論文を書き上げることができました。またそれらのミーティングで実験結果や実験計画に対して的確な助言を頂けたおかげで、自らのやるべきことを粛々と実行できたと思います。心より感謝を申し上げます。

また秘書の栗林恵美子さん、新木亜月さんに深く御礼を申し上げます。栗林さんには主に月例会の発表資料や英語の発音を正していただきました。恥ずかしい話、英語の発音の勉強をし始めてから大分適当に発音していたと反省しています。新木さんには書類提出の不備などで度々ご迷惑をおかけしました。私の修士論文研究を陰ながら支えてくださったお二人に心より感謝を申し上げます。

また訪問研究員の藤井瞬さんに深く御礼を申し上げます。研究に対する取り組み方や効率的な実験方法など、三年に渡って研究のいろはを教えていただきました。特に2022年度は休日に矢上キャンパスに度々来ていただき実験に付き合ってください、ありがとうございました。特に11月頃に黙々と実験をして大量のデータ処理をしていた時期に、最も研究力が培われたような気がします。

また技術職員の熊崎基さんに深く御礼を申し上げます。何か研究室の物品、仕組みに関して分からないことがあるとき一番頼らせていただいたのが熊崎さんでした。3Dプリンタのセッティングや実験機器のLabVIEWなど、私の修士論文研究が円滑に進んだのは熊崎さんの支えがあってこそだと思います。ありがとうございました。

日本航空研究開発機構の橋本洋輔さん、木村祥太さんに深く御礼を申し上げます。学生の頃から優秀な研究者の方々と関わりを持てたこと、共同研究が行えたことは非常に貴重な経験でした。ありがとうございました。

同期の兒玉拓昌さん、曾田昇汰さん、長島圭吾さん、遊部航希、田坂駿さんにも深く感謝を申し上げます。コロナ禍で研究がしにくい中でも何とか終わることができたのは、切磋琢磨できる同期がいたからだと思っています。ありがとうございました。

同じチームの後輩である木暮蒼馬さん、菅原漱人さん、谷川幸彌さんにも深く感謝を申し上げます。木暮さんと菅原さんは電気系やプログラミングなど私の不得意な領域における造詣が深く、非常に頼りにしていました。また谷川さんは共振器の製作技術やソリトンの安定化などのノウハウをすぐに吸収してくれるので非常に引継ぎがしやすかったです。ありがとうございました。

その他私生活・学生生活全てでお世話になった方々全てに感謝を申し上げてこの論文を終わらせていただきます。本当にありがとうございました。

7 Appendix

7.1 Q 値測定

7.1.1 DAQ による Q 値測定

7.1.1.1 実験方法

Fig.7.1 にセットアップを示す．レーザ周波数の変調におけるトリガ信号によりレーザ周波数を，パワーメータにより透過率を DAQ を用いてそれぞれデータ収集する．ここで得られた共振モードの透過波形に対してローレンツフィッティングを行い，その半値幅から Q 値を計算する． Q 値が 10^7 以下の場合と限定しているのは，現在使用している DAQ のサンプリングレートによって共振モードの透過波形の分解能が制限されるためである．そのため現在よりサンプリングレートの高い DAQ を用いる場合，より高い Q 値の測定をこの手法で行うことができる．

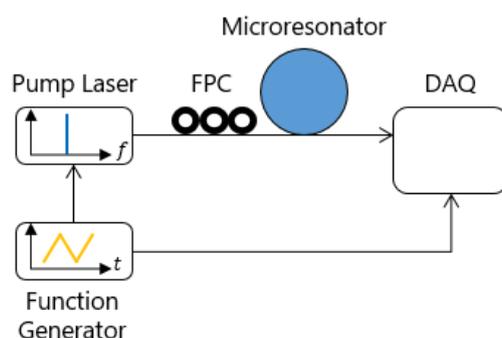


Fig.7.1 Setup of Q -factor measurement by DAQ method. FPC; Fiber polarization controller.

7.1.1.2 実験結果

適当な共振モードに対して 7.1.1 に示した手法を用いて Q 値測定を行った結果を示す (Fig.7.2). DAQ 法の場合は直接波長軸を得られるので，そのままローレンツ関数でフィッティングを行った結果， Q 値は 1.4×10^6 となった．

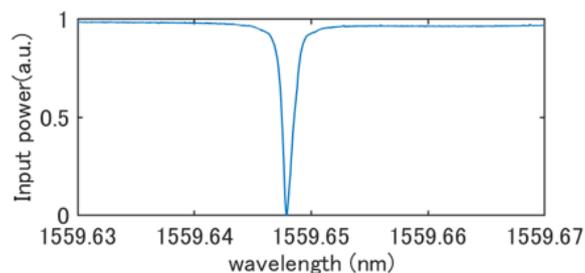


Fig.7.2 Transmission waveform measured by DAQ method.

7.1.2 マッハツェンダ干渉計による Q 値測定

7.1.2.1 実験方法

Fig.7.3 にセットアップを示す．可変波長レーザを任意波形発生器で外部変調して周期的な波長掃引を行う．レーザ光を共振器と MZI に分割して入射すると，オシロスコープでは共振モードの透過波形と共に MZI の干渉波形が観測される．MZI によってオシロスコープの時間軸を周波数軸に変換できるため，周波数領域における共振モードの透過波形を得られる．これに対してローレンツフィッティングを行うと共振モードの FWHM を計算することができ，その後 (2.3) を用いて共振モードの Q 値を計算する．

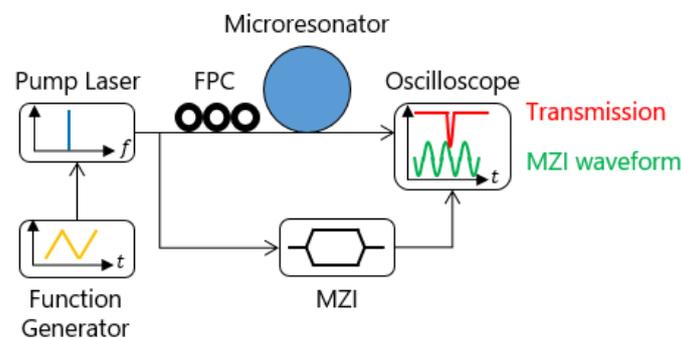


Fig.7.3 Setup of Q -factor measurement with Mach-zhender interferometer. FPC; Fiber polarization controller. MZI; Mach-Zhender interferometer.

7.1.2.2 実験結果

適当な共振モードに対して 7.1.2.1 に示した手法を用いて Q 値測定を行った結果を示す．MZI の干渉波形の周期は 20 MHz であったので，それを参照して透過波形の時間軸を周波数軸に変換し，ローレンツ関数でフィッティングを行った (Fig.7.4.(a),(b)) 結果， Q 値は 3.3×10^8 となった．

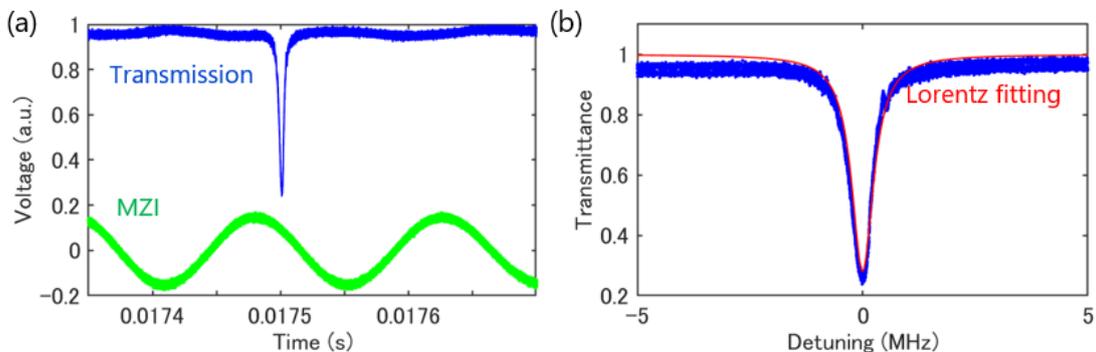


Fig.7.4 (a)Transmission and MZI interfere waveform. (b)Transmission waveform fitted by Lorentz curve.

7.1.3 リングダウン法による Q 値測定

7.1.3.1 実験方法

Fig.7.5 にセットアップを示す．可変波長レーザを任意波形発生器で外部変調して周期的な波長掃引を行う．共振器内部に閉じ込められた共振周波数の光が外部に出射する際に，レーザ周波数の掃引により共振周波数と異なる周波数の光と干渉すると，オシロスコープ上でリングダウンと呼ばれる干渉波形を観測できる．その際の電界強度の減衰に関する包絡線は (7.1) で表される．

$$I(t) = I_0 e^{-t/\tau_p} \quad (7.1)$$

共振モードの透過波形に対して指数関数によるフィッティングを行うことで，共振モードにおける光子寿命を計算できる．その後 (2.2) から共振モードの Q 値を計算する．

マッハツェンダ干渉計による Q 値測定と比較してセットアップが簡略であること，共振モードの時間波形から直接 Q 値を計算できることがメリットとして挙げられる．

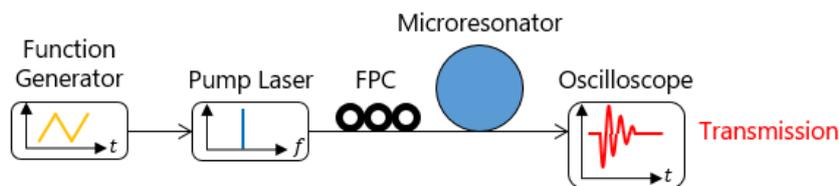


Fig.7.5 Transmission waveform fitted by exponential curve.

7.1.3.2 実験結果

適当な共振モードに対して 7.1.3.2 に示した手法を用いて Q 値測定を行った結果を示す (Fig.7.6)．共振モードの透過波形に対して指数関数でフィッティングを行い，光子寿命を計算した結果， Q 値は 1.4×10^9 となった．

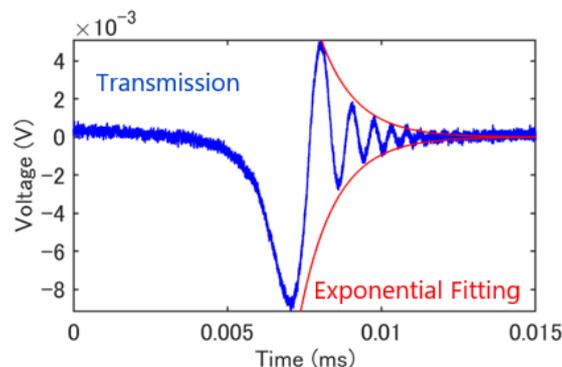


Fig.7.6 Transmission waveform fitted by exponential curve.

7.2 パーフェクトソリトンクリスタル

7.2.1 理論

ソリトンコムの特異な状態にパーフェクトソリトンクリスタル (PSC) と呼ばれるものがある [82],[83],[84]. パーフェクトソリトンクリスタルとは共振器内部に等間隔に光パルスが複数個存在する状態であり, Fig.3.18 に示したマルチソリトンにおいては, 光パルスが 180 度の角度で完全に対向する状態に対応する. 共振器内部に等間隔に存在する光パルスの個数を N としたとき, その周波数スペクトルはシングルソリトンの繰り返し周波数の N 倍の周波数間隔を持ち, 各周波数成分の強度はシングルソリトンの場合の N^2 倍となる.

その形成にはモード結合とポンプ高強度の二つが深く関わっている. ソリトンコムにモード結合が存在すると, 共振器内部の CW バックグラウンドに周期的な強度変調が現れる (Fig.7.7.(a)). その変調に光パルスがトラップされることで, 複数の光ソリトンの位置関係はある程度の確率分布を持つことになる. 仮に共振器内部の CW バックグラウンドに FSR の N 倍周期の強度変調が現れた場合, N 個の光パルスが等間隔にトラップされてパーフェクトソリトンクリスタルが形成される. このように共振器内部に完全に等間隔な光パルスが周回している場合をパーフェクトソリトンクリスタル, 一つないし二つ欠けている場合をソリトンクリスタルと呼んで区別する.

またソリトンクリスタルはポンプ光強度が比較的弱い場合に形成されやすいが, その理由はカオス領域を通らずにソリトンコムが形成されるためである (Fig.7.7.(b)). カオス領域を通ると共振器内部の CW バックグラウンドの周期的な強度変調が阻害され, その CW バックグラウンドに光パルスがトラップされずソリトンクリスタルが全く形成されなくなる.

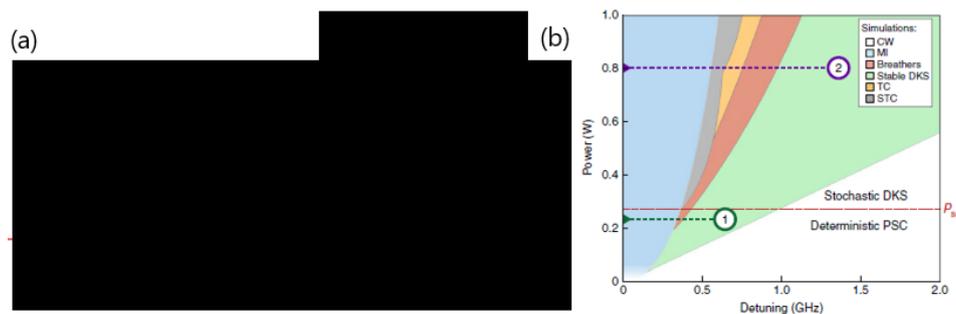


Fig.7.7 (a)[Deleted due to various reasons] (b)Simulated stability chart of the LLE augmented with one AMX crossing. The coloured areas indicate different stability regions of the PSC states: stable PSC, green; breathing PSC, red; MI, blue; STC, grey; TC, yellow; CW solutions; white. The numbered dashed lines indicate two tuning procedures generating DKS states at fixed pump power that avoid (1) or go through (2) the STC and TC regions.[M. Karpov, *et. al.*, Nat. Physics **15**, 1071 - 1077 (2019)]

7.2.2 実験結果

Fig.7.8.(a),(b) に同一の共振モードにおけるシングルソリトンの周波数スペクトル (青) とパーフェクトソリトン結晶の周波数スペクトル (赤) とその拡大図を示す. パーフェクトソリトン結晶のコム間隔はシングルソリトンの二倍広く, コム線毎のパワーは四倍高いことが分かる. このような周波数スペクトルの場合, 共振器内部には二つの光パルスが 180 度の角度を保って完全に対向しながら周回していると考えられる.

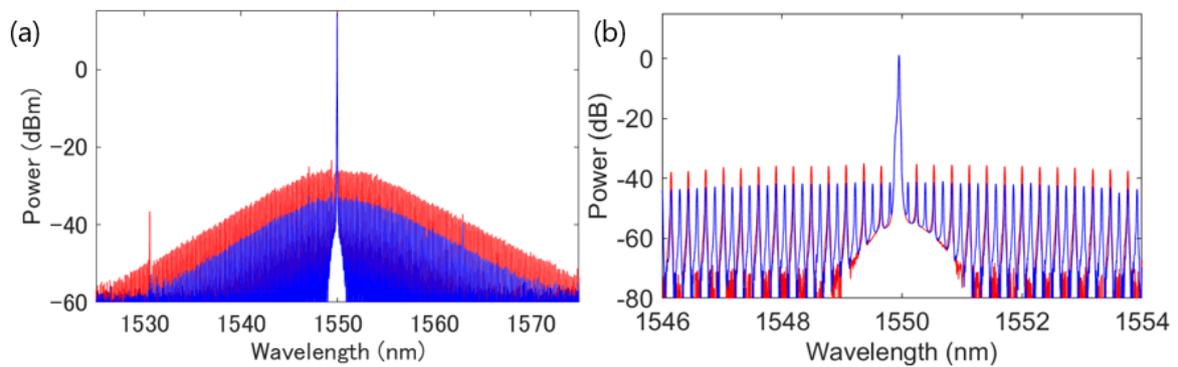


Fig.7.8 (a)Red frequency spectrum is that of perfect soliton crystal, and blue is that of single soliton with the same resonant mode. Two soliton pulses are located at different positions by 180° in perfect soliton crystal. (b)Magnified view of frequency spectra. Frequency spacing of perfect soliton crystal is twice as larger as single soliton, and power of comb line is four times as higher as single soliton.

参考文献

- [1] S. B. Papp, P. Del' Haye, and S. A. Diddams, "Mechanical control of a microrod-resonator optical frequency comb," *Physical Review X* **3**, 031003 (2013)
- [2] T. Herr, V. Brasch, J. D. Jost, C. Y. Wang, N. M. Kondratiev, M. L. Gorodetsky, and T. J. Kippenberg, "Temporal solitons in optical microresonators," *Nature Photonics* **8**, 145-152 (2014)
- [3] M. C. Collodo, F. Sedlmeir, B. Sprenger, S. Svitlov, L. J. Wang, and H. G. L. Schwefel, "Sub-kHz lasing of a CaF₂ whispering gallery mode resonator stabilized fiber ring laser," *Optics Express* **22**, 16, 19277-19283 (2014)
- [4] G. Lin, S. Diallo, J. Dudley, and Y. Chembo, "Universal nonlinear scattering in ultra-high Q whispering gallery-mode resonators," *Optics Express* **24**, 14880-14894 (2016)
- [5] V. S. Ilchenko, A. M. Bennett, P. Santini, A. A. Savchenkov, A. B. Matsko, and L. Maleki, "Whispering gallery mode diamond resonator," *Optics Letters* **38**, 4320-4323 (2013)
- [6] F. Gu, F. Xie, X. Lin, S. Linghu, W. Fang, H. Zeng, L. Tong, and S. Zhuang, "Single whispering-gallery mode lasing in polymer bottle microresonators via spatial pump engineering," *Light Science & Applications* **6**, 17061 (2017)
- [7] A. K. Mallik, G. Farrell, D. Liu, V. Kavungal, Q. Wu, and Y. Semenova, "Silica gel coated spherical micro resonator for ultra-high sensitivity detection of ammonia gas concentration in air," *Scientific Reports* **8**, 1620 (2018)
- [8] P. Del' Haye, A. Schliesser, O. Arcizet, T. Wilken, R. Holzwarth, and T. J. Kippenberg, "Optical frequency comb generation from a monolithic microresonator," *Nature* **450**, 1214-1217 (2007)
- [9] S. Yang, V. D. Ta, Y. Wang, R. Chen, T. He, H. V. Demir, and H. Sun, "Reconfigurable liquid whispering gallery mode microlasers," *Scientific Reports* **6**, 27200 (2016)
- [10] D. D' Ambrosio, M. Capezzuto, S. Avino, P. Malara, A. Giorgini, P. De Natale, and G. Gagliardi, "Light pressure in droplet micro-resonators excited by free-space scattering," *Optics Letters* **46**, 3111-3114 (2021)
- [11] S. Xiao, M. H. Khan, H. Shen, and M. Qi, "Compact silicon microring resonators with ultra-low propagation loss in the C band," *Optics Express* **15**, 14467-14475 (2007)
- [12] J. S. Levy, A. Gondarenko, M. A. Foster, A. C. Turner-Foster, A. L. Gaeta, and M. Lipson, "CMOS-compatible multiple-wavelength oscillator for on-chip optical interconnects," *Nature Photonics* **39**, 37-40 (2010)
- [13] A. Guarino, G. Poberaj, D. Rezzonico, R. Degl'Innocenti, and P. Günter, "Electro - optically tunable microring resonators in lithium niobate" *Nature Photonics* **1**, 407-410 (2007)

- [14] H. Jung, K. Y. Fong, C. Xiong, and H. X. Tang, "Electrical tuning and switching of an optical frequency comb generated in aluminum nitride microring resonators," *Optics Letters* **39**, 84-87 (2014)
- [15] V. R. Almeida, C. A. Barrios, R. R. Panepucci, M. Lipson, M. A. Foster, D. G. Ouzounov, and A. L. Gaeta, "All-optical switching on a silicon chip," *Optics Letters* **29**, 2867-2869 (2004)
- [16] M. R. Foreman, J. D. Swaim, and F. Vollmer, "Whispering gallery mode sensors," *Advances in Optics and Photonics* **7**, 168-240 (2015)
- [17] W. Sellmeier, "Ueber die durch die Aetherschwingungen erregten Mitschwingungen der Körpertheilchen und deren Rückwirkung auf die ersteren, besonders zur Erklärung der Dispersion und ihrer Anomalien," *Annalen der Physik* **223**, 386-403 (1872)
- [18] Shun Fujii, and Takasumi Tanabe, "Dispersion engineering and measurement of whispering gallery mode microresonator for Kerr frequency comb generation," *Nanophotonics* **9**, 1087-1104 (2020)
- [19] J. C. Knight, G. Cheung, F. Jacques, and T. A. Birks, "Phase-matched excitation of whispering-gallery-mode resonances by a fiber taper," *Optics Letters* **22**, 1129-1131 (1997)
- [20] L. Ding, C. Belacel, S. Ducci, G. Leo, and I. Favero, "Ultralow loss single-mode silica tapers manufactured by a microheater," *Applied Optics* **49**, 2441-2445 (2010)
- [21] M. L. Gorodetsky, and V. S. Ilchenko, "Optical microsphere resonators: optimal coupling to high-Q whispering-gallery modes," *Journal of the Optical Society of America B* **16**, 147-154 (1999)
- [22] Yu.A. Demchenko, I.A. Bilenko, and M.L. Gorodetsky, "Optimisation of the prism coupling of optical whispering-gallery-mode microcavities," *Quantum Electronics* **47**, 743 (2017)
- [23] G. Lin, J. Fürst, D. V. Strekalov, I. S. Grudinin, and N. Yu, "High-Q UV whispering gallery mode resonators made of angle-cut BBO crystals," *Optics Express* **20**, 21372-21378 (2012)
- [24] J. U. Fürst, D. V. Strekalov, D. Elser, A. Aiello, U. L. Andersen, C. Marquardt, and G. Leuchs, "Quantum light from a whispering-gallery-mode disk resonator," *Physical Review Letters* **106**, 113901 (2011)
- [25] Y. Pan, G. Lin, S. Djalho, X. Zhang, and Y. K. Chembo, "Design of X-cut and Z-cut lithium niobate whispering-gallery-mode disk-resonators with high quality factors," *IEEE Photonics Journal* **9**, 1-8 (2017)
- [26] J. U. Fürst, K. Buse, I. Breunig, P. Becker, J. Liebertz, and L. Bohatý, "Secondharmonic generation of light at 245 nm in a lithium tetraborate whispering gallery resonator," *Optics Letters* **40**, 1932-1935 (2015).

- [27] D. J. Jones, S. A. Diddams, J. K. Ranka, A. Stentz, R. S. Windeler, J. L. Hall, and S. T. Cundiff, "Carrier-envelope phase control of femtosecond mode-locked lasers and direct optical frequency synthesis," *Science* **288**, 635-639 (2000)
- [28] M. Kourogi, K. Nakagawa, and M. Ohtsu, "Wide-span optical frequency comb generator for accurate optical frequency difference measurement," *IEEE Journal of Quantum Electronics* **29**, 2693-2701 (1993)
- [29] M. Zhang, B. Buscaino, C. Wang, A. Shams-Ansari, C. Reimer, R. Zhu, J. M. Kahn, and M. Lončar, "Broadband electro-optic frequency comb generation in a lithium niobate microring resonator," *Nature* **568**, 373-377 (2019)
- [30] T. Udem, J. Reichert, R. Holzwarth, and T. W. Hänsch, "Accurate measurement of large optical frequency differences with a mode-locked laser," *Optics Letters* **24**, 881-883 (1999)
- [31] D. Popa, Z. Sun, F. Torrisi, T. Hasan, F. Wang, and A. C. Ferrari, "Sub 200 fs pulse generation from a graphene mode-locked fiber laser," *Applied Physics Letters* **97**, 203106 (2010)
- [32] T. J. Kippenberg, S. M. Spillane, and K. J. Vahala, "Kerr-nonlinearity optical parametric oscillation in an ultrahigh-Q toroid microcavity," *Physical Review Letters* **93**, 083904 (2004)
- [33] T. J. Kippenberg, R. Holzwarth, S. A. Diddams, "Microresonator-based optical frequency combs," *Science* **332**, 555-559 (2011)
- [34] A. Hasegawa, and F. Tappert, "Transmission of stationary nonlinear optical pulses in dispersive dielectric fibers. I. Anomalous dispersion," *Applied Physics Letters* **23**, 142 (1973)
- [35] L. A. Lugiato, F. Prati, M. L. GoSoliton3, and T. J. Kippenberg, "From the Lugiato - Lefever equation to microresonator-based soliton Kerr frequency combs," *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences* **376**, 20180113 (2018)
- [36] T. J. Kippenberg, A. L. Gaeta, M. Lipson, M. L. Gorodetsky, "Dissipative Kerr solitons in optical microresonators," *Science* **361**, 8083 (2018)
- [37] V. Brasch, T. Herr, M. Geiselmann, G. Lihachev, M. H. P. Pfeiffer, M. L. Gorodetsky, T. J. Kippenberg, "Photonic chip based optical frequency comb using soliton induced Cherenkov radiation," *Science* **351**, 357-360 (2014)
- [38] X. Yi, Q.-. Yang, K. Y. Yang, M.-G. Suh, and K. Vahala, "Soliton frequency comb at microwave rates in a high-Q silica microresonator," *Optica* **2**, 1078-1085 (2015)
- [39] V. Brasch, M. Geiselmann, M. H. P. Pfeiffer, And Tobias J. Kippenberg, "Bringing short-lived dissipative Kerr soliton states in microresonators into a steady state," *Optics Express* **24**, 29312-29320 (2016)

- [40] X. Yi, Q.-F. Yang, K. Y. Yang, and K. Vahala, “Active capture and stabilization of temporal solitons in microresonators,” *Optics Letters* **41**, 2037-2040 (2016)
- [41] H. Zhou, Y. Geng, W. Cui, S.-W. Huang, Q. Zhou, K. Qiu, and C. Wei Wong, “Soliton bursts and deterministic dissipative Kerr soliton generation in auxiliaryassisted microcavities,” *Light Science & Applications* **8**, 50 (2019)
- [42] S. Zhang, J. M. Silver, L. D. Bino, F. Copie, M. T. M. Woodley, G. N. Ghalanos, A. Ø. Svela, N. Moroney, and P. Del’ Haye, “Sub-milliwatt-level microresonator solitons with extended access range using an auxiliary laser,” *Optica* **6**, 206-212 (2019)
- [43] J. R. Stone, T. C. Briles, T. E. Drake, D. T. Spencer, D. R. Carlson, S. A. Diddams, and S. B. Papp, “Thermal and nonlinear dissipative-soliton dynamics in Kerr-microresonator frequency combs,” *Physical Review Letters* **121**, 063902 (2018)
- [44] W. Weng, E. Lucas, G. Lihachev, V. E. Lobanov, H. Guo, M. L. Gorodetsky, and T. J. Kippenberg, “Spectral purification of microwave signals with disciplined dissipative Kerr solitons,” *Physical Review Letters* **122**, 013902 (2019)
- [45] J. Pfeifle, A. Coillet, R. Henriët, K. Saleh, P. Schindler, C. Weimann, W. Freude, I. V. Balakireva, L. Larger, C. Koos, and Y. K. Chembo, “Optimally coherent kerr combs generated with crystalline whispering gallery mode resonators for ultrahigh capacity fiber communications,” *Physical Review Letters* **114**, 093902 (2015)
- [46] P. Marin-Palomo, J. N. Kemal, M. Karpov, A. Kordts, J. Pfeifle, M. H. P. Pfeiffer, P. Trocha, S. Wolf, V. Brasch, M. H. Anderson, R. Rosenberger, K. Vijayan, W. Freude, T. J. Kippenberg, and C. Koos, “Microresonator-based solitons for massively parallel coherent optical communications,” *Nature* **546**, 274-279 (2017)
- [47] I. Coddington, N. Newbury, and W. Swann, “Dual-comb spectroscopy,” *Optica* **3**, 414-426 (2016)
- [48] M. Yu, Y. Okawachi, A. G. Griffith, N. Picque, M. Lipson, and A. L. Gaeta, “Silicon-chip-based mid-infrared dual-comb spectroscopy,” *Nature Communications* **9**, 1869 (2018)
- [49] M.-G. Suh and K. J. Vahala, “Soliton microcomb range measurement,” *Science* **359**, 884-887 (2018)
- [50] P. Trocha, M. Karpov, D. Ganin, M. H. P. Pfeiffer, A. Kordts, S. Wolf, J. Krockenberger, P. Marin-Palomo, C. Weimann, S. Randel, W. Freude, T. J. Kippenberg, and C. Koos, “Ultrafast optical ranging using microresonator soliton frequency combs,” *Science* **359**, 887-891 (2018)
- [51] E. Obrzud, M. Rainer, A. Harutyunyan, M. H. Anderson, J. Liu, M. Geiselmann, B. Chazelas, S. Kundermann, S. Lecomte, M. Cecconi, A. Ghedina, E. Molinari, F. Pepe, F. Wildi, F. Bouchy, T. J. Kippenberg, and T. Herr, “A microphotonic astrocomb,” *Nature Photonics* **13**, 31-35 (2019)

- [52] M.-G. Suh, X. Yi, Y.-H. Lai, S. Leifer, I. S. Grudinin, G. Vasisht, E. C. Martin, M. P. Fitzgerald, G. Doppmann, J. Wang, D. Mawet, S. B. Papp, S. A. Diddams, C. Beichman, and K. Vahala, “Searching for exoplanets using a microresonator astrocomb,” *Nature Photonics* **13**, 25-30 (2019)
- [53] B. Özel, R. Nett, T. Weigel, G. Schweiger, and A. Ostendorf, “Temperature sensing by using whispering gallery modes with hollow core fibers,” *Measurement Science and Technology* **21**, 094015 (2010)
- [54] Z. Liu, L. Liu, Z. Zhu, Y. Zhang, Y. Wei, X. Zhang, E. Zhao, Y. Zhang, J. Yang, and L. Yuan, “Whispering gallery mode temperature sensor of liquid microresonator,” *Optics Letters* **41**, 4649-4652 (2016)
- [55] L. Labrador-Páez, K. Soler-Carracedo, M. Hernández-Rodríguez, I. R. Martín, T. Carmon, and L. L. Martín, “liquid whispering-gallery-mode resonator as a humidity sensor,” *Optics Express* **25**, 1165-1172 (2017)
- [56] A. B. Petermann, T. Hildebrandt, U. Morgner, B. W. Roth, and M. Meinhardt-Wollweber, “Polymer Based Whispering Gallery Mode Humidity Sensor,” *Sensors* **18**, 2383 (2018)
- [57] M. Manzo, T. Ioppolo, U. K. Ayaza, V. LaPenna, and M. V. Ötügen, “A photonic wall pressure sensor for fluid mechanics applications,” *Review of Scientific Instruments* **83**, 105003 (2012)
- [58] R. Madugani, Y. Yang, V. H. Le, J. M. Ward, and S. N. Chormaic, “Linear Laser Tuning Using a Pressure-Sensitive Microbubble Resonator,” *IEEE Photonics Technology Letters* **28**, 1134-1137 (2016)
- [59] E. D. Black, “An introduction to Pound - Drever - Hall laser frequency stabilization,” *American Journal of Physics* **69**, 79 (2001)
- [60] J. I. Thorpe, K. Numata, and J. Livas, “Laser frequency stabilization and control through offset sideband locking to optical cavities,” *Optics Express* **16**, 15980 (2008)
- [61] R. L. Barger, M. S. Sorem, J. L. Hall, “Frequency stabilization of a CW dye laser,” *Applied Physics Letters* **22**, 573-575 (1973)
- [62] P. Del’ Haye, O. Arcizet, A. Schliesser, R. Holzwarth, and T. J. Kippenberg, “Full stabilization of a microresonator-based optical frequency comb,” *Physical Review Letters* **101**, 053903 (2008)
- [63] P. Del’Haye, T. Herr, E. Gavartin, M. L. Gorodetsky, R. Holzwarth, T. J. Kippenberg, “Octave spanning tunable frequency comb from a microresonator,” *Physical Review Letters* **107**, 063901 (2011)
- [64] X. Xue, Y. Xuan, C. Wang, P.-H. Wang, Y. Liu, B. Niu, D. E. Leaird, M. Qi, and A. M. Weiner, “Thermal tuning of Kerr frequency combs in silicon nitride microring resonators,” *Optics Express* **24**, 687-698 (2016)

- [65] C. Joshi, Jae K. Jang, K. Luke, X. Ji, S. A. Miller, A. Klenner, Y. Okawachi, M. Lipson, and A. L. Gaeta, “Thermally controlled comb generation and soliton modelocking in microresonators,” *Optics Letters* **41**, 2565-2568 (2016)
- [66] A. L. Huston, and J. D. Eversole, “Strain-sensitive elastic scattering from cylinders,” *Optics Letters* **18**, 1104-1106 (1993)
- [67] V.S. Ilchenko, P.S. Volikov, V.L. Velichansky, F. Treussart, V. Lefèvre-Seguin, J.-M. Raimond, and S. Haroche, “Strain-tunable high-Q optical microsphere resonator,” *Optics Communications* **145**, 86-89 (1998)
- [68] W. Klitzing, R. Long, V. S. Ilchenko, J. Hare, and V. Lefèvre-Seguin, “Frequency tuning of the whispering-gallery modes of silica microspheres for cavity quantum electrodynamics and spectroscopy,” *Optics Letters* **26**, 166-168 (2001)
- [69] C. S. Werner, W. Yoshiki, S. J. Herr, I. Breunig, and K. Buse, “Geometric tuning: spectroscopy using whispering gallery resonator frequency-synthesizers,” *Optica* **4**, 1205-1208 (2017)
- [70] J. Liu, H. Tian, E. Lucas, A. S. Raja, G. Lihachev, R. N. Wang, J. He, T. Liu, M. H. Anderson, W. Weng, S. A. Bhave, and T. J. Kippenberg, “Monolithic piezoelectric control of soliton microcombs,” *Nature* **583**, 385-390 (2020)
- [71] M.-A. Dubois, and P. Muralt, “Properties of aluminum nitride thin films for piezoelectric transducers and microwave filter applications,” *Applied Physics Letters* **74**, 3032 (1999)
- [72] Christopher G. Baker, Christiaan Bekker, David L. McAuslan, Eoin Sheridan, and Warwick P. Bowen, “High bandwidth on-chip capacitive tuning of microtoroid resonators,” *Optics Express* **24**, 20400-20412 (2016)
- [73] S. Yang, V. D. Ta, Y. Wang, R. Chen, T. He, H. V. Demir, and H. Sun, “Reconfigurable Liquid Whispering Gallery Mode Microlasers,” *Scientific Reports* **6**, 27200 (2016)
- [74] G. Schunk, U. Vogl, D. V. Strekalov, M. Förtsch, F. Sedlmeir, H. G. L. Schwefel, M. Göbelt, S. Christiansen, G. Leuchs, and C. Marquardt, “Interfacing transitions of different alkali atoms and telecom bands using one narrowband photon pair source,” *Optica* **2**, 773-778 (2015)
- [75] K. Larson, A. Hammond, C. Carver, D. Anderson, M. Viglione, M. Boaks, G. Nordin, and R. M. Camacho, “Post-fabrication tuning of microring resonators using 3D-printed microfluidics,” *Optics Letters* **46**, 4650-4653 (2021)
- [76] C. Wang, Y. Li, J. Yu, C. Y. Wang, C. Tseng, H. Jau, Y. Chen, and T. Lin, “Electrically tunable high Q-factor micro-ring resonator based on blue phase liquid crystal cladding,” *Optics Express* **22**, 17776-17781 (2014)
- [77] J. Liu, E. Lucas, A. S. Raja, J. He, J. Riemensberger, R. N. Wang, M. Karpov, H. Guo, R. Bouchand, and T. J. Kippenberg, “Photonic microwave generation in the X- and K-band using integrated soliton microcombs,” *Nature Photonics* **14**, 486-491 (2020)

- [78] Y. Dumeige, S. Trebaol, L. Ghişă, T. K. Nguyễn, H. Tavernier, and P. Féron, “Determination of coupling regime of high-Q resonators and optical gain of highly selective amplifiers,” *Journal of the Optical Society of America B* **25**, 2073-2080 (2008)
- [79] T. Herr, V. Brasch, J. D. Jost, I. Mirgorodskiy, G. Lihachev, M. L. Gorodetsky, and T. J. Kippenberg, “Mode Spectrum and temporal soliton formation in optical microresonators,” *Physical Review Letters* **113**, 123901 (2014)
- [80] T. Carmon, L. Yang, and K. J. Vahala, “Dynamical thermal behavior and thermal self-stability of microcavities,” *Optics Express* **12**, 4742-4750 (2004)
- [81] T. Herr, K. Hartinger, J. Riemensberger, C. Y. Wang, E. Gavartin, R. Holzwarth, M. L. Gorodetsky, and T. J. Kippenberg, “Universal formation dynamics and noise of Kerr-frequency combs in microresonators,” *Nature Photonics* **6**, 480-4 (2012)
- [82] P. Del’ Haye, A. Coillet, W. Loh, K. Beha, S. B. Papp, and S. A. Diddams, “Phase steps and resonator detuning measurements in microresonator frequency combs,” *Nature Communications* **6**, 5668 (2015)
- [83] D. C. Cole, E. S. Lamb, P. Del’ Haye, S. A. Diddams, and S. B. Papp, “Kerr-microresonator solitons from a chirped background,” *Nature Photonics* **11**, 671 - 676 (2017)
- [84] M. Karpov, M. H. P. Pfeiffer, H. Guo, W. Weng, J. Liu, and T. J. Kippenberg, “Dynamics of soliton crystals in optical microresonators,” *Nature Physics* **15**, 1071 - 1077 (2019)
- [85] Y. Wang, F. Leo, J. Fatome, M. Erkintalo, S. G. Murdoch, and S. Coen, “Universal mechanism for the binding of temporal cavity solitons,” *Optica* **8**, 855-863 (2017)
- [86] J. Lim, W. Liang, A. A. Savchenkov, A. B. Matsko, L. Maleki, and C. W. Wong, “Probing 10 μ K stability and residual drifts in the cross-polarized dual-mode stabilization of single-crystal ultrahigh-Q optical resonators,” *Light: Science & Applications* **8**, 1 (2019)
- [87] A. A. Savchenkov, A. B. Matsko, V. S. Ilchenko, N. Yu, and L. Maleki, “Whispering-gallery-mode resonators as frequency references. II. Stabilization,” *Journal of the Optical Society of America B* **24**, 2988-2997 (2007)
- [88] N. M. Balzaretti, J. A. H. Da Jornada, “Pressure dependence of the refractive index and electronic polarizability of LiF, MgF₂ and CaF₂,” *Journal of Physics and Chemistry of Solids* **57**, 179-182 (1996)
- [89] T. A. Davis, and K. Vedam, “Pressure Dependence of the Refractive Indices of the Tetragonal Crystals: ADP, KDP, CaMoO₄, CaWO₄, and Rutile*,” *Journal of the Optical Society of America* **58**, 1446-1451 (1968)