

## 目次

<b>第1章 序論</b>	<b>1</b>
1.1 はじめに	1
1.2 微小光共振器	2
1.2.1 光共振器とは . . . . .	2
1.2.2 ウィスパリングギャラリモード (WGM) 共振器 . . . . .	2
1.3 結合	4
1.4 本研究の目的	5
<b>第2章 理論</b>	<b>6</b>
2.1 結合モード理論	6
2.2 プリズム結合	7
2.2.1 プリズム透過の理論 . . . . .	8
2.2.2 グースヘンシェンシフト . . . . .	11
2.3 $\text{MgF}_2$ 共振器の温度特性	11
2.3.1 熱光学効果 . . . . .	11
<b>第3章 <math>\text{MgF}_2</math> 結晶共振器の作製と評価</b>	<b>13</b>
3.1 作製	13
3.1.1 準備 . . . . .	13
3.1.2 接着 . . . . .	13
3.1.3 切削 . . . . .	14
3.1.4 研磨 . . . . .	14
3.2 Q 値の測定	14

---

<b>第4章 プリズム結合系の設計とアライメント</b>	<b>17</b>
4.1 設計	17
4.2 アライメント	17
4.2.1 プリズム . . . . .	17
4.2.2 共振器 . . . . .	18
<b>第5章 実験</b>	<b>20</b>
5.1 プリズム結合の基礎特性	20
5.2 結合の温度特性	21
<b>第6章 解析との議論</b>	<b>23</b>
6.0.1 $\text{MgF}_2$ の熱膨張 . . . . .	23
<b>第7章 まとめ</b>	<b>25</b>
<b>第8章 謝辞</b>	<b>26</b>

# 第1章 序論

## 1.1 はじめに

身の回りに溢れる「光」に関する研究の歴史は古い。学問分野としての光学は紀元前4世紀頃、ユークリッドが光の直進や反射、散乱について記した「光学」という書物に端を発する。この時代に構築された光学の考え方が1000年以上の間、大きな影響力をもった。17世紀、スネルが屈折の法則を、グリマルディが回折現象を発見し、光学は大きく発展した。また、ニュートンが光のスペクトル分解に関する研究を行い、太陽光の白色はさまざまな色が混ざったものであることを示した。ニュートンは自身の論文の中で光が微粒子であるという説を唱えた。一方でホイヘンスは同時期に光の波動説を唱え、対立する形となった。18世紀、ヤングは2つのスリットを使って干渉縞を観測するヤングの実験とよばれる実験で光の波動性を示し、波動説が強く支持されるようになった。19世紀に入って、マクスウェルが現在の電磁気学の基礎ともいえるマクスウェルの方程式を導き出し、電磁波の存在を予測した。1905年、アインシュタインが自身の論文「光の発生と変換に関する1つの発見的な見地について」の中で、「光量子仮説」で光電効果を理論的に解明し、光子の存在を提唱した。その後、光は粒子と波動の二重性をもつ光子であることが示され、長きにわたる論争に終止符が打たれた。

光子の概念の導入により、レーザなどの光学素子の開発が進み、結晶光学や非線形光学などをはじめとする現代光学は急速に発展した。中でも、2005年にノーベル物理学賞を受賞した光周波数コムとよばれる光源は注目を集め続けている。光周波数コムは周波数スペクトルが櫛状に等間隔に並んだ光源で非常に安定している。光周波数コムは通信や計測などさまざまな応用されている。光周波数コムを生成する方法はいくつかあるが、その中でも微小光共振器を用いたものはマイクロコムとよばれ、省エネかつ小型であり、その研究は盛んに行われている。

微小光共振器を利用するためには、共振器に光を結合する必要がある。その結合の方法はさまざまなものが考案されており、テーパファイバによる結合がよく利用されている。テーパファイバは99%以上の高い結合効率を誇る一方、簡単に切れてしまうという弱点がある。

本論文では、マイクロコムの宇宙衛星間通信への利用を見据え、堅牢で、テーパファイバには劣るものの高い効率で結合できるプリズム結合に関するものである。

## 1.2 微小光共振器

### 1.2.1 光共振器とは

共振とは、エネルギーを有する系に外部から刺激が与えられたときに固有振動を起こす現象である。共振現象を起こすものとしてよく知られているのが振り子である。振り子に力を加え、振動を励起することによって、振り子は固有振動数で振動を始める。固有振動数に近い周期で力を加えるとその振幅は大きくなるが、異なる周期で力を加えた場合、振幅は大きくなる。光においても共振現象は存在し、光共振器と呼ばれる光学素子は特定の波長を持つ光を閉じ込め、定常波を作り出す。

代表的な共振器として、2枚の高反射率の平面鏡を平行に向かい合わせて構成される、ファブリペロー共振器と呼ばれるものがある。平面鏡の間を往復する光路長が波長の整数倍と等しいとき、共振が起こる。

このようにして起こる共振にはその特性を示す、Q値とよばれる無次元量が定義されている。Q値は、共振器の性能を評価するのに欠かせないものである。光学におけるQ値は次のように与えられる。

$$Q = 2\pi \times \frac{\text{蓄積されるエネルギー}}{\text{1周期あたりのエネルギー損失}} \quad (1.2.1)$$

これはQ値が高いほど、損失の少ない共振であることを示している。また、Q値は次のようにも与えることができる。

$$Q = \frac{\nu_0}{\Delta\nu} = 2\pi\nu_0\tau_p \quad (1.2.2)$$

ここで、 $\nu_0$  は共振周波数、 $\Delta\nu$  はスペクトルの半値全幅、 $\tau_p$  は光子寿命である。Q値が高いほど、スペクトルが鋭い形状をとることを示している。

### 1.2.2 ウィスパリングギャラリーモード (WGM) 共振器

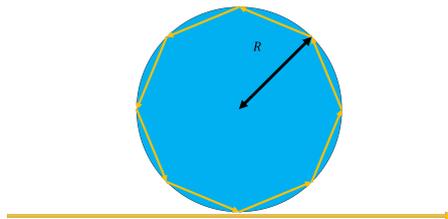


Fig. 1.1: Illustration of resonance in WGM resonator

共振器の一種にウィスパリングギャラリーモード (WGM: Whispering Gallery Mode) 共振器とよばれるものが存在する。ウィスパリングギャラリーとは、円形の壁に囲まれた建物で壁に向かって囁くと、音波が反射して伝搬し遠くの人まで届く現象、またはそれが起こる建物のことを指す言葉である。光でこの現象を起こすものが WGM 共振器と呼ばれる共振器である。WGM 共振器は次の式をみたす波長  $\lambda$  をもつ光を共振させる。

$$2\pi R = m\lambda \quad (m = 1, 2, 3\dots) \quad (1.2.3)$$

屈折率が  $n$  の材料で作製された、半径が  $R$  の WGM 共振器は次の自由スペクトル領域 (FSR: Free Spectral Range) とよばれる共振周波数間隔をもつ。

$$\text{FSR} = \frac{c}{2\pi n R} \quad (1.2.4)$$

WGM 共振器の FSR は材料の屈折率と半径から完全に決定されることがわかる。

WGM 共振器の材料はさまざまなものが使われており、代表的なものに、シリカ ( $\text{SiO}_2$ )、フッ化カルシウム ( $\text{CaF}_2$ )、フッ化マグネシウム ( $\text{MgF}_2$ )、窒化シリコン ( $\text{Si}_3\text{N}_4$ ) などが挙げられる。

$\text{MgF}_2$  は紫外から赤外まで広い透過域をもつ一軸性の結晶材料である。一般的に  $\text{MgF}_2$  共振器は表面の研磨を十分行くと  $10^9$  を超える高い Q 値を示す。手作業で切削、研磨を行うため、共振器の直径は数 mm 程度となり、FSR は数十 GHz 程度となる。大量生産や集積化には向かない。 $\text{Si}_3\text{N}_4$  リング共振器は CMOS 互換性があり、加工技術も発達しているため、比較的低コストで生産、集積できる。シリカトロイド共振器は比較的高い Q 値をもち、低閾値レーザや非線形発振器などへの応用ができる。

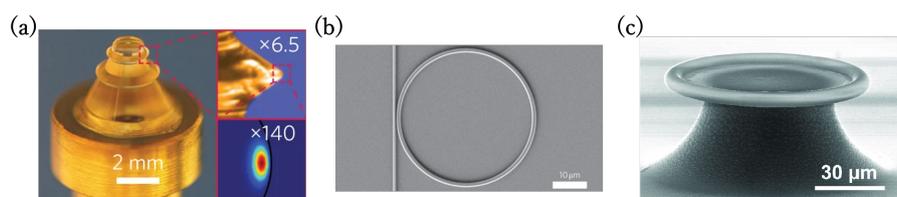


Fig. 1.2: (a)  $\text{MgF}_2$  crystalline resonator [10] (b)  $\text{Si}_3\text{N}_4$  ring resonator [11] (c) Silica toroidal resonator [12]

Table. 1.1: Features of various resonator

	$\text{MgF}_2$ 結晶共振器	$\text{Si}_3\text{N}_4$ リング共振器	シリカトロイド共振器
屈折率@1550 nm	1.37	1.98	1.44
Q 値	$10^9$ - $10^{10}$	$10^6$ - $10^7$	$10^7$ - $10^8$
FSR	数十 GHz	数百 GHz	数百 GHz

## 1.3 結合

共振器に光を結合する方法として過去に考えられたものが自由空間結合である。位相整合が満たされたときでも、結合効率が 20% 程度にしかならず、現在ではほとんど使われない。

現在、エバネッセント波による結合が主流であり、テーパファイバによる結合、プリズム結合、導波路結合、ファイバチップ結合などに分類される。

テーパファイバは熱したファイバを機械で引くことによりつくられる。細くなっている部分のエバネッセント場を介して光を結合し、非常に高い結合効率が達成される。

プリズムの 1 面から入射された光は結合面で内部全反射され、エバネッセント場を介して共振器に結合される。透過光は再びプリズムを通して自由空間へ向かう。プリズム結合の利点として、堅牢性や高屈折率の共振器との互換性が挙げられる。反面、高い結合効率を達成するためには精密なアライメントが必要となる。

導波路結合の代表的な結合法は、リング共振器の二重導波路結合で、入射光を入力ポートから入力した後、共振条件を満たす光の一部を入力直線導波路を通してマイクロリングに結合し、その一部をスルーポートから出力する。リングに結合された光は循環し、共振した光の一部はドロップポートから出力導波路に結合され、検出器で受光される。集積化が可能で安定している。

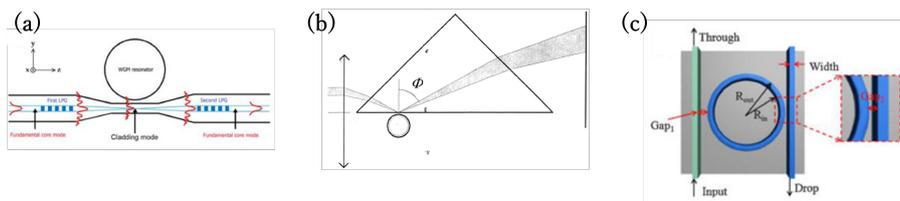


Fig. 1.3: (a) tapered fiber coupling [4] (b) prism coupling [13] (c) waveguide coupling [4]

Table 1.2: 各結合手法の結合効率 [4]

手法	結合効率	参考文献
自由空間結合	20% -30%	[5]
テーパファイバ結合	99% 以上	[6]
プリズム結合	80%	[7] [8]
ファイバチップ結合	60%	[9]

## 1.4 本研究の目的

本研究は光コムを宇宙衛星間通信に応用することを目標としている。宇宙で波長多重通信を行おうとするとき、衛星に搭載できるスペースの観点から、少ないスペースで光コムを発生させることができるマイクロコムが有用であると考えられる。本研究ではそれを見据え、プリズム結合の系を研究室内に構築し、カップリングを行い、その特性の測定を行う。

## 第2章 理論

### 2.1 結合モード理論

結合モード方程式は、エバネッセント場を介した共振器と外部カップラの光結合を記述する。ゆっくり変化する包絡線近似を使うと、共振周波数  $\omega_0$  における光電場の時間発展  $\tilde{A}_0(t)$  は、次のように書くことができる。

$$\frac{d\tilde{A}_0(t)}{dt} = -\frac{\gamma}{2}\tilde{A}_0(t) - j\omega_0\tilde{A}_0(t) + \sqrt{\gamma_c}s_{\text{in}}(t)\exp(-j\omega_p t) \quad (2.1.1)$$

ここで、 $s_{\text{in}}$  は駆動電界、 $\omega_p$  はポンプ周波数である。減衰率  $\gamma$  は内部減衰率  $\gamma_i$  と導波路への結合率  $\gamma_c$  の和で与えられる。なお、電界振幅  $\tilde{A}_0(t)$  は、 $|\tilde{A}_0(t)|^2$  として、共振しているときの共振器内の光子数に正規化される。ここで、式 (2.1.1) は、位相変換  $A_0(t) = \tilde{A}_0(t)\exp(j\omega_p t)$  で、次のように書くことができる。

$$\frac{dA_0(t)}{dt} = -\left(\frac{\gamma}{2} + j(\omega_0 - \omega_p)\right)A_0(t) + \sqrt{\gamma_c}s_{\text{in}}(t) \quad (2.1.2)$$

定常状態 ( $dA_0(t)/dt = 0$ ) のとき、電界振幅は次のように表される。

$$A_0 = \frac{\sqrt{\gamma_c}}{\gamma/2 + j(\omega_0 - \omega_p)}s_{\text{in}} \quad (2.1.3)$$

したがって、共振器内に蓄積される光子の数は、導波路内の光束  $|s_{\text{in}}^2|$  で与えられる。

$$|A_0|^2 = \frac{\gamma_c}{\gamma^2/4 + (\omega_0 - \omega_p)^2}|s_{\text{in}}|^2 \quad (2.1.4)$$

駆動電界と透過電界の関係は次のようになる。

$$s_{\text{out}} = -s_{\text{in}} + \sqrt{\gamma_c}A_0 \quad (2.1.5)$$

透過率  $t = s_{\text{out}}/s_{\text{in}}$ ,  $T = |s_{\text{out}}/s_{\text{in}}|^2$  より、

$$t = \frac{s_{\text{out}}}{s_{\text{in}}} = \frac{(\gamma_c - \gamma_i)/2 - j(\omega_0 - \omega_p)}{(\gamma_c + \gamma_i)/2 + j(\omega_0 - \omega_p)} \quad (2.1.6)$$

$$T = \left|\frac{s_{\text{out}}}{s_{\text{in}}}\right|^2 = \frac{(\gamma_c - \gamma_i)^2/4 - j(\omega_0 - \omega_p)^2}{(\gamma_c + \gamma_i)^2/4 + j(\omega_0 - \omega_p)^2} \quad (2.1.7)$$

エネルギー保存の観点より、出力光子  $|s_{\text{out}}|^2$  と入力光子の差から、共振器内で散逸した光子は、

$$\begin{aligned} |s_{\text{out}}|^2 &= |s_{\text{in}}|^2 - \gamma_{\text{int}}|A_0|^2 \\ &= \left(1 - \frac{\gamma_i - \gamma_c}{\gamma^2/4 + (\omega_0 - \omega_p)^2}\right) |s_{\text{in}}|^2 \\ &= \frac{(\gamma_c - \gamma_i)^2/4 - j(\omega_0 - \omega_p)^2}{(\gamma_c + \gamma_i)^2/4 + j(\omega_0 - \omega_p)^2} |s_{\text{in}}|^2 \end{aligned} \quad (2.1.8)$$

となり、式 (2.1.7) と一致する。  $\omega_0 - \omega_p = 0$  のとき、伝送の最大ディップ量  $T_0$  は次式で表される。

$$T_0 = \left(\frac{Q_i - Q_c}{Q_i + Q_c}\right)^2 \quad (2.1.9)$$

ここで、透過率の完全消滅を意味する  $T_0 = 0$  は、クリティカルカップリング条件  $Q_i = Q_c$  ( $\gamma_i = \gamma_c$ ) で発生し、そのとき、ロード  $Q$  は内部およびカップリング  $Q$  の半分となる (減衰率  $\gamma$  は内部減衰率  $Q_i$  および結合率  $\gamma_c$  の 2 倍となる)。結合条件は、アンダーカップリング、オーバーカップリング、クリティカルカップリングの 3 つに分類される。結合率は  $\eta = \gamma_c/\gamma$  で定義され、クリティカルカップリング条件では  $\eta = 0.5$  となる。一般に、結合率は共振器と導波路のギャップを変えることによって制御することができる。また、 $Q_{\text{tot}} = Q_c Q_i / (Q_c + Q_i)$  と式 (2.1.9) を用いることで、

$$Q_c = \frac{2Q_{\text{tot}}}{1 \pm \sqrt{T_0}} \quad (2.1.10)$$

を得る。複合はオーバーカップリング ( $Q_i > Q_c$ ) のときが +、アンダーカップリング ( $Q_c > Q_i$ ) のときが - である。

## 2.2 プリズム結合

プリズム結合は共振器に光を結合する手法の一種で、はじめはシリカ微小球への結合を目的に提案されたものである。プリズムの 1 面から入射された光は結合面で内部全反射され、エバネッセント場を介して共振器に結合される。透過光は再びプリズムを通して自由空間へ向かう。プリズム結合の利点として、堅牢性や高屈折率の共振器との互換性が挙げられる。反面、高い結合効率を達成するためには精密なアライメントが必要となる。

### 2.2.1 プリズム透過の理論

簡単のため、入射面に垂直になるように偏光されたビーム、TMモードについて考える。共振器の  $j$  番目のモードの電磁場  $E_R$  は、次のような形で表される。

$$\mathbf{E}_R = \mathbf{e}_R^j b_j(t) e^{-i\omega_j t} + \text{c.c.} \quad (2.2.1)$$

ここで、 $b_j$  はゆっくり動く振幅、 $\omega_j$  は特性周波数、 $\mathbf{e}_R^j$  は共振器のモードの場の空間分布を記述しており、TMモードでの近似  $R/\lambda \gg 1$  ( $R$  は共振器半径) では次のように書くことができる。

$$\mathbf{e}_R^j = \mathbf{e}_\theta E_j^0 \frac{m}{\sin \theta} P_l^m(\cos \theta) e^{im\varphi} \begin{cases} j_l(k_j r), & r < R \\ j_l(k_j R) \exp(\gamma_R(R-r)), & r > R \end{cases} \quad (2.2.2)$$

$\mathbf{e}_\theta$  は単位ベクトル、 $E_j^0$  は正規化係数、 $\gamma_R = k_j \sqrt{1 - 1/\varepsilon_R}$ 、 $k_j = \omega_j \varepsilon_R^{1/2}/c$  で、 $\varepsilon_R$  は共振器材料の誘電率、 $P_l^m$  はルジャンドル多項式、 $j_l$  は球面ベッセル関数である。励起ビームの電磁場  $\mathbf{E}_p$  は、プリズムの内面に全反射角より大きい角度で入射する平面波上に展開される。

$$\mathbf{E}_p = \int \mathbf{e}_p^\beta(r) a_\beta(t) e^{-i\omega_\beta t} d\beta + \text{c.c.} \quad (2.2.3)$$

ここで、

$$|\beta| = \omega_\beta \varepsilon_p^{1/2}/c \quad (2.2.4)$$

$$\mathbf{e}_p^\beta = \mathbf{e}_l E_\beta^0 \exp\{i\beta(\sin \theta \cos \psi z + \sin \theta \sin \psi y)\} \begin{cases} e^{i\beta \cos \theta x} + \Gamma_r e^{-i\beta \sin \theta x} \\ \Gamma_t e^{\gamma P x} \end{cases} \quad (2.2.5)$$

$$\gamma_\beta = \beta \sqrt{\sin^2 \theta - 1/\varepsilon_p} \quad (2.2.6)$$

$$\Gamma_r = \frac{\cos \theta - i\sqrt{\sin^2 \theta - 1/\varepsilon_p}}{\cos \theta + i\sqrt{\sin^2 \theta - 1/\varepsilon_p}} \quad (2.2.7)$$

$$\Gamma_t = \frac{2 \cos \theta}{\cos \theta + i\sqrt{\sin^2 \theta - 1/\varepsilon_p}} \quad (2.2.8)$$

$a_\beta(t)$  はゆっくりと変化する空間振幅である。式 (2.2.1) と式 (2.2.3) の和をマクスウェル方程式に代入し、空間積分と時間平均を行い、 $b_j$  と  $a_\beta$  がゆっくり変化する振幅であると考え、以下のようになる。

$$\begin{cases} \frac{\partial a_\beta^r(t)}{\partial t} = iK_P(\beta)b_j(t)e^{i(\omega_\beta - \omega_j)t} \\ \frac{\partial b_j(t)}{\partial t} + (\delta + \delta^*)b_j(t) = i \int K_R(\beta)a_\beta^t(t)e^{-i(\omega_\beta - \omega_j)t}d\beta \end{cases} \quad (2.2.9)$$

ここで  $K_P(\beta)$  と  $K_R(\beta)$  はオーバーラップ積分で、

$$K_P(\beta) = \frac{\omega_f^2(\varepsilon_P - 1)}{16\pi^3\varepsilon_P\omega_\beta|E_\beta^0|^2} \int_{V_P} e^j_R e^{\beta*}_P dr \quad (2.2.10)$$

$$K_R(\beta) = \frac{\omega_\beta^2(\varepsilon_P - 1)}{2\varepsilon_R\omega_j \int |e^j_R|^2 dr} \int_{V_R} e^{j*}_R e^\beta_P dr \quad (2.2.11)$$

$\delta^* = \pi\varepsilon_P^{3/2}$ ,  $\omega_j^2/c \int K_P K_R d\Omega$  である。ここで、 $d\Omega$  の積分は立体角にわたって行われる。振幅  $a^i_\beta$  と  $a^r_\beta$  は入射波と反射波を表す。 $\delta$  は共振器内の固有損失、 $\delta^*$  はプリズムへの再放射による損失 (ロード Q),  $\omega_j$  はプリズムの効果を考慮した新しい特性周波数である。

式 (2.2.9) を解くと、 $a^i_\beta$  と  $a^r_\beta$  の関係が得られる。

$$a^r_\beta = a^i_\beta - \frac{2\delta^*}{\delta + \delta^* + i(\omega_j - \omega)} \frac{K_P(\beta) \int a^i_\beta K_R d\Omega}{\int K_P K_R d\Omega} \quad (2.2.12)$$

式 (2.2.12) の第 1 項はフレネル反射ビームに相当し、入射ビームの角度スペクトルと一致する角度スペクトルを持つ。式 (2.2.12) の第 2 項は、共振器からの放射に対応し、モードに依存した角度分布を持つ。

記録装置の透過率  $K_0$  の角度依存性を導入する (それは例えば、出力対物レンズの開口や光検出器の開口に対応することができる)。すると、反射光  $\int K_0 a^r_\beta d\Omega$  の振幅と入射光  $\int a^i_\beta d\Omega$  の振幅の比に等しい装置の透過率は、次のような形になる。

$$\Gamma = \frac{\int a^i_\beta K_0 d\Omega}{\int a^i_\beta d\Omega} \left[ \frac{\delta - \delta^*(2A - 1) + i(\omega_j - \omega)}{\delta + \delta^* + i(\omega_j - \omega)} \right] \quad (2.2.13)$$

ここで、1 つ目の因数は出力装置の同調効率を表し、2 つ目の因数は共振器の伝送関数を表している。パラメータ

$$A = \frac{\int a^i_\beta K_R d\Omega \int K_R K_0 d\Omega}{\int K_R^2 d\Omega \int a^i_\beta K_0 d\Omega} \quad (2.2.14)$$

は入射ビームと共振器内の場の空間 (角度) マッチングを特徴づける (関数  $K_P$  と  $K_R$  は因数の精度、式 (2.2.10), 式 (2.2.11) と一致する)。  $K_0 \equiv 1$ , すなわち装置の出力において

追加の隔壁が欠けているか、その開口が反射ビームと再放射ビームを全体としてオーバーラップさせている場合、入力ビームと再放射ビームの完全マッチング  $A = 1$  ( $a_{\beta}^i \sim K_R$ ) となる。  $E_{lm1}$  型のモード ( $l - m \ll l$ ) における関数  $K_R$  とロード  $\delta^*$  の減少量の計算結果を示す。

$$K_R \sim \exp \left[ -\frac{(\theta - \theta_0)^2}{2\Delta\theta^2} \right] \exp \left[ -\frac{\psi^2}{2\Delta\psi^2} \right] H_{l-m} \left( \frac{\psi}{2\Delta\psi} \right) \quad (2.2.15)$$

ここで、  $\theta_0 \cong \arcsin \sqrt{\varepsilon_R/\varepsilon_P}$  は最適な入射角、  $H_{l-m}$  はエルミート多項式である。

$$\Delta\theta^{-2} = \frac{(1 - \varepsilon_R/\varepsilon_P)l}{\sqrt{1 - 1/\varepsilon_R}} \quad (2.2.16)$$

$$\Delta\psi^{-2} = \frac{l}{1 + \sqrt{1 - 1/\varepsilon_R}} \quad (2.2.17)$$

$$\delta^* = \frac{\omega}{2} \left[ 4\pi\Delta\theta l(l-m)^{1/2} \left[ \frac{1 + 2\sqrt{1 - 1/\varepsilon_R}}{2} \right]^{l-m} \exp(4\pi\varepsilon_R^{1/2} d/\lambda) \right]^{-1} \quad (2.2.18)$$

ここで、  $d$  はプリズムと共振器の間の距離である。

式 (2.2.13) より、入射ビームのマッチングと  $\delta$  と  $\delta^*$  の値の比によって、共振器の異なる動作領域が実現される。モード  $\omega_j$  と入射ビームの最適な角度マッチングにおいて、  $A = 1$  と共振におけるビームのパワーの 100% 選択 ( $\Gamma(\omega = \omega_j) = 0$ , バンドロッキングフィルタ) は  $\delta = \delta^*$  で実現される。この場合、ビームのエネルギーはすべて共振器に吸収される。  $\delta^*/\delta \rightarrow \infty$  の場合、透過率は負になり、  $-1$  に近づく。これは物理的には、共振器を通過した光ビームが、実質的に損失なく再放射され、位相が  $\pi$  だけシフトすることを意味する。  $1/2 < A < 1$  の場合、ある  $\delta^* > \delta$  でクリティカルカップリングが破られる。  $A < 1/2$  の場合、ビームのパワーを 100% 選択することは、任意の  $\delta$  に対して実現できない。

各モードには、励起プリズムと共振器の直接接点で実現される負荷  $\delta_{\max}^*$  の減少の限界値が存在する ( $d = 0$  の場合の式 (2.2.16)~(2.2.18) である)。  $\delta = \delta_{\max}^*$  の条件は、バンドロックフィルタの実現に必要な最大到達固有損失  $\delta$  の値を決定する。

WGM の高 Q モードを効果的に励起するために、プリズムの内面に全反射角以上の角度で集光した傾斜ビームを用いることができる。この場合、プリズムの屈折率  $n_p$  は共振器材料の屈折率  $n_r$  より高くなければならない。最適な反射角は  $\arcsin n_p/n_r$  である。

## 2.2.2 グースヘンシェンシフト

グースヘンシェンシフト (Goos Hanchen Shift) は光が屈折率の違う 2 つの界面で内部全反射したときに生じる横方向のずれのことである。エバネッセント波が界面に平行に伝播することによって生じる。入射面に垂直な電場の偏光 (TE) と入射面に平行な偏光 (TM) の 2 つの異なるケースを考慮する必要がある。界面での境界条件を合わせると、界面での透過と反射に関する標準的なフレネル方程式が得られる。  $\sin \theta_i > n_2/n_1 \equiv n < 1$  のとき、内部全反射となり、反射係数の大きさは 1 であり、その位相がグースヘンシェンシフトを決定する。各媒体の透磁率定数がほぼ 1 に等しいと仮定すると、反射係数の位相は

$$(\phi_R)_\perp = -2 \tan^{-1} \left( \frac{\sqrt{\sin^2 \theta_i - n^2}}{\cos \theta_i} \right) \quad (2.2.19)$$

$$(\phi_R)_\parallel = -2 \tan^{-1} \left( \frac{\sqrt{\sin^2 \theta_i - n^2}}{n^2 \cos \theta_i} \right) \quad (2.2.20)$$

表面に沿った変位は次のように計算できる。

$$s = -\frac{\partial \phi_R}{\partial k_{1y}} = -\frac{1}{k_1 \cos \theta_i} \frac{d\phi_R}{d\theta_i} \quad (2.2.21)$$

TE 偏光に対するシフトは

$$D_\perp = s_\perp \cos \theta_i = -\frac{1}{k_1} \frac{d(\phi_R)_\perp}{d\theta_i} = \frac{\lambda_1}{\pi} \frac{\sin \theta_i}{\sqrt{\sin^2 \theta_i - n^2}} \quad (2.2.22)$$

TM 偏光に対するシフトは

$$D_\parallel = s_\parallel \cos \theta_i = -\frac{1}{k_1} \frac{d(\phi_R)_\parallel}{d\theta_i} = \frac{n^2}{\sin^2 \theta_i (1 + n^2) - n^2} D_\perp \quad (2.2.23)$$

となる。

## 2.3 MgF<sub>2</sub> 共振器の温度特性

### 2.3.1 熱光学効果

熱光学効果 (TO : Thermo Optic) は一般に媒質の温度変化により、屈折率が変わる現象をいう。共振器系では屈折率の変化により共振波長が変わる。また、熱膨張 (TE : Thermal Expansion) による共振器の膨張についても考える必要がある。

熱光学効果による屈折率変化に寄与するモード部分の温度と、熱膨張による共振器長の変化に寄与する共振器全体の温度に分けて考え、共振器内のパワーとの関係を次の式で定義する。

$$\frac{d\Delta T_m}{dt} = -\Gamma_m \Delta T_m + \gamma_m |E|^2 \quad (2.3.1)$$

$\Gamma_m$  は実行的な緩和係数、 $\gamma_m$  は光吸収による熱利得の割合を表す。これらの値は共振器の材料や形状などによって決まる。温度が変化したときの共振波長の変化  $\Delta\lambda$  は次式で表すことができる。

$$\Delta\lambda = \lambda_0 \left( \frac{dn_1}{dT_1} \frac{\Delta T_1}{n_0} + \xi \Delta T_2 \right) \quad (2.3.2)$$

ここで、 $\lambda_0$  は初期状態の共振波長、 $dn_1/dT_1$  は熱光学係数、 $n_0$  は初期状態の屈折率、 $\xi$  は熱膨張係数である。

## 第3章

# MgF<sub>2</sub> 結晶共振器の作製と評価

## 3.1 作製

### 3.1.1 準備

MgF<sub>2</sub> 微小光共振器を作製する手順は大きく切削と研磨の2つに分けられる。切削では、MgF<sub>2</sub> の結晶を削り、共振器の形状や大きさを大まかに決定する。その後表面を研磨することでQ値を高める。スピンドルを用いて、共振器を回転させながら切削、研磨を行うため、スピンドルに挿入する棒に結晶を固定する必要がある。プリズムに共振器を近づけることを考えて、下部の直径が6mm、上部の直径が2mmとなっている真鍮の棒を使用した。結晶は、接着のしやすさの観点から直径2.2mmの穴が空いた直径10mm、高さ2mmのものを使用した。使用した結晶と真鍮棒、切削や研磨で使用した道具を Fig.3.1 に示す。

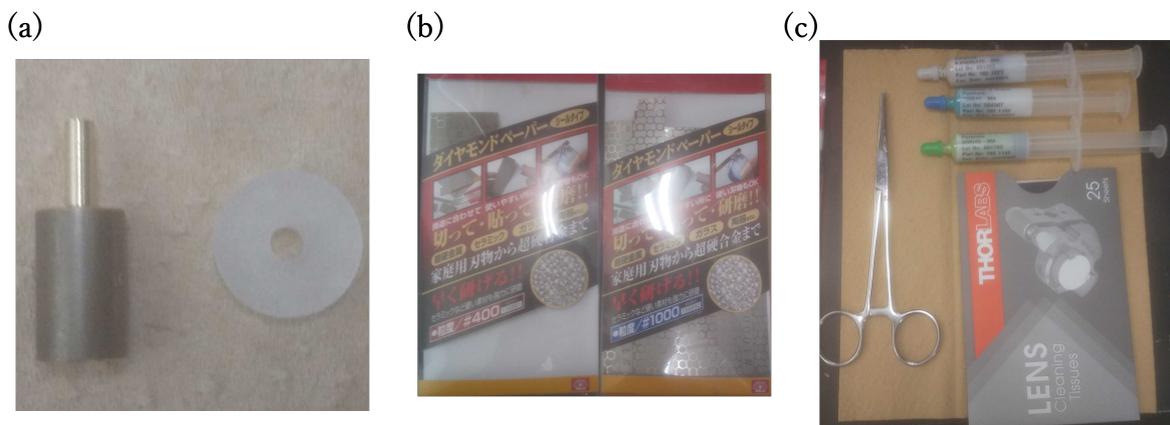


Fig. 3.1: Tools I used to fabricate a microresonator. (a)MgF<sub>2</sub> cristal and brass rod. (b)Diamond paper used to cut (c)Tools used to polish

### 3.1.2 接着

研磨の工程で、研磨剤のついたレンズティッシュが真鍮棒に触れてしまうとレンズティッシュが汚れてしまい、共振器のQ値を下げる要因となってしまうため、接着を行う前に、真鍮棒の先の細くなっている部分をUV硬化剤でコーティングした。その後、MgF<sub>2</sub> 結晶を真鍮棒に通し、上下をUV硬化剤を用いて固定した。

### 3.1.3 切削

MgF<sub>2</sub> 結晶を固定した真鍮棒をスピンドルに固定し、回転させながら切削を行った。ダイヤモンドペーパーを割り箸の先に固定したものをを用いた。ほとんどの工程を#400のダイヤモンドペーパーで行い、最後のほうに少しだけ#1000のダイヤモンドペーパーを用いて行った。目標とするFSRは特になかったため、共振器の直径は約6mmとした。

切削の工程を終えた後、表面に付着したMgF<sub>2</sub>の粉末が研磨の工程で共振器に傷を付けるのを防ぐために、レンズティッシュとエタノールを用いて、表面の洗浄を行った。

### 3.1.4 研磨

鉗子に小さく折りたたんだレンズティッシュを挟み、ダイヤモンドペーストを塗布して、レンズティッシュで共振器を挟み込むように当てて、スピンドルを回転させ、研磨を行った。まずはじめに粒度が3μmのダイヤモンドペーストで約15分研磨を行った。その後、表面に残った研磨剤を取り除くために、レンズティッシュとエタノールを用いて、表面の洗浄を行った。同じようにして1μmのダイヤモンドペーストで約30分、0.25μmのダイヤモンドペーストで約90分研磨を行った。作製した共振器は、導波路が傷つかないような治具を作って保存した。作製した共振器を Fig.3.2 に示す。



Fig. 3.2: MgF<sub>2</sub> microresonator I fabricate

## 3.2 Q 値の測定

作製した共振器のQ値を測定するために Fig.3.3 のような実験セットアップを組んだ。レーザから出力された連続光を 99:1 に分け、1 の方をマッハツェンダー干渉計 (MZI : Mach Zehnder Interferometer) に入射した。MZI は入射した光を 2 つに分け、一方に遅延を設け干渉させることにより、一定周期で振動する光を生成することができる。今回は約 20 MHz で振動する MZI を用いた。MZI で生成した光をフォトディテクタ (PD : Photo Detector) で受光し、オシロスコープ (OSC : Oscilloscope) に入力した。99 の方

の光を、偏波コントローラで偏波を調整したのち、テーパファイバを用いて共振器に光を結合した。その光もまた PD で受光し、OSC に入力した。ファンクションジェネレータから 20 Hz の周期の三角波の電圧をレーザ入力し、波長の掃引を行った。ファンクションジェネレータからの周期電圧も OSC で観測した。

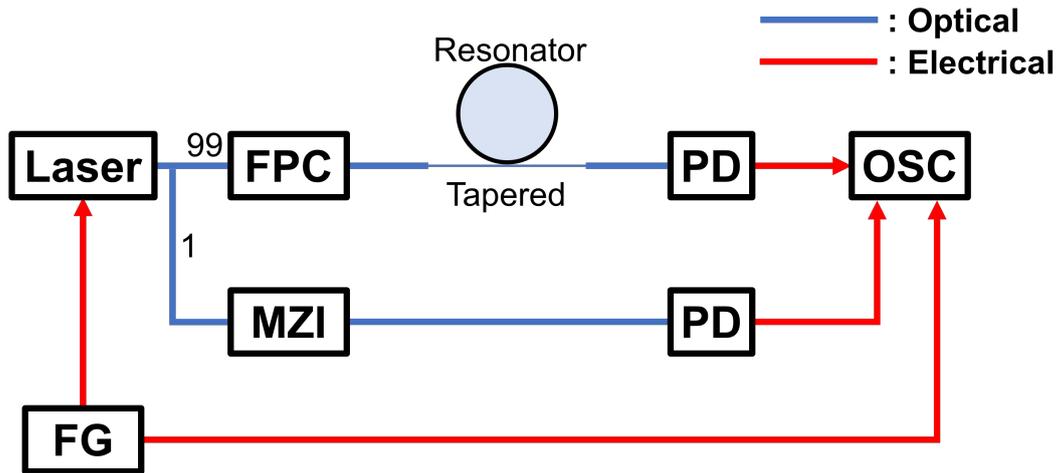


Fig. 3.3: Experimental setup to measure Q factor

レーザはを使用し、波長 1550 nm、出力パワーを 1 dBm (1 mW) とした。得られた波形を Fig(3.4) に示す。

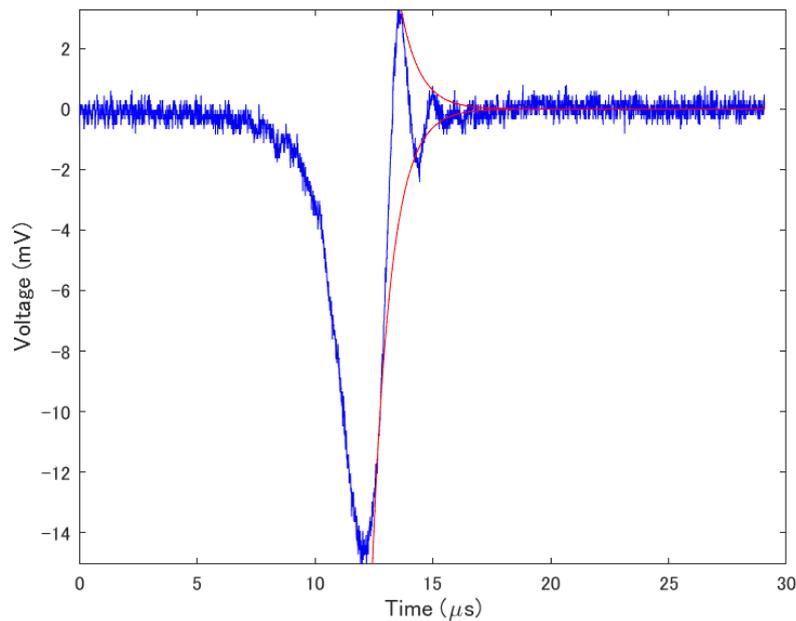


Fig. 3.4: Change in transmittance with wavelength sweep.

Q 値が低い場合、共振周波数における透過率のディップをローレンツ関数にフィッティングすることで Q 値を測定することが可能であるが、式 (1.2.2) の通り、Q 値が高くなると線幅が狭くなるため、線幅を直接測定することが難しくなる。そこでリングダウン分光法とよばれる方法を用いた。レーザ波長を掃引する速度が速い場合、共振した光が共振器を抜ける際、新しく入射した光と干渉することにより、Fig(3.4) のように式 (3.2.1) にしたがって振動しながら減衰する光強度が観測される。

$$I(t) = I_0 \exp - \frac{t}{\tau_p} \quad (3.2.1)$$

$I_0$  は初期強度、 $\tau_0$  は光子寿命である。得られた波形に対して、フィッティングを行い、式 (3.2.1) から  $\tau_p$  を求めて、式 (1.2.2) に代入することで Q 値が求められる。Fig(3.4) のようにフィッティングを行った結果、Q 値は  $8.5 \times 10^8$  であった。この共振器を用いて、プリズム結合の実験を行った。

## 第4章

# プリズム結合系の設計とアライメント

## 4.1 設計

プリズム結合の特性を測定するにあたって、プリズム結合系の設計を行った。プリズムはBK-7の1辺の長さが10mmの正三角形プリズムを使用した。屈折率は波長が1550nmの光に対して1.5である。プリズムを置く台は、x,y,z,ヨー角に動かせるようにいくつかのステージを組み合わせて作製した。また、プリズム結合の際に用いる共振器を置く治具には温度制御に使用するペルチェ素子とサーミスタを取り付けられるような構造にした。プリズムに対する入射と受光はシングルモードのファイバーフォーカサーを使用した。

## 4.2 アライメント

### 4.2.1 プリズム

はじめにPolarisのミラーマウントを用いてアライメントを行った。まず、一方のフォーカサーに可視光を入射し、プリズムの全反射面でのビーム径が小さくなるようにマウントを移動させ、クランプフォークでゆるめに固定した。反対側のフォーカサーでも同様に行い、ゆるめに固定した。その後、一方のフォーカサーにはレーザーから1550nmの光を、もう一方はパワーメータに繋いだ。パラメータの値を見ながら、フォーカサーとプリズムの距離や、フォーカサーのあおり角を調整した。



Fig. 4.1: Constructed prism coupling system with Polaris mirror mount.

しかし、プリズムのアライメントの段階で、あおり角の調整アジャスタのみしかついていない Polaris のマウントでは  $-10$  dB 程度の透過率しか達成できなかった。アライメントの際、フォーカサーとプリズムの距離方向の軸がもっとも敏感に働いたため、この軸で動かすことができるマウントが必要であると判断し、5 軸キネマティックマウントを導入した。

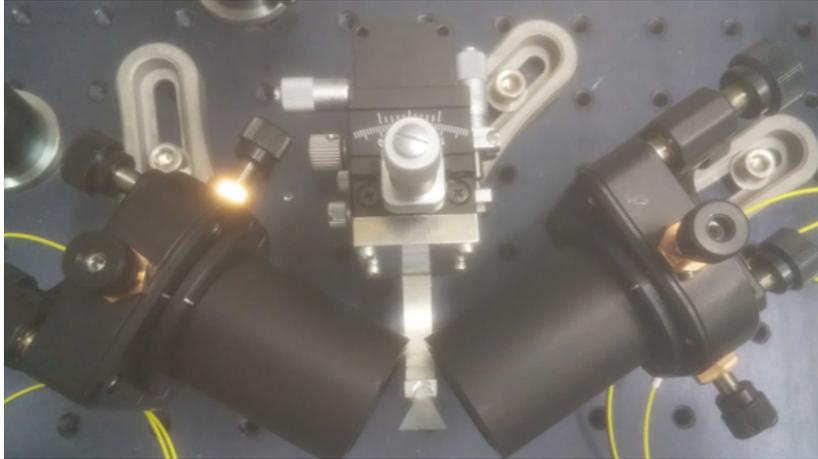


Fig. 4.2: Constructed prism coupling system with 5-axis kinematic mount.

前後方向にも動かせるマウントを導入し、同様の方法で可視光である程度アライメントをした後、クランプフォークでしっかり固定し、マウントのアジャスタでアライメントを行った。その結果、透過を  $-5$  dB 程度まで向上することができた。プリズム結合の実験を行うにあたって、十分な透過であると判断して、プリズムとフォーカサーのアライメントを終了した。

#### 4.2.2 共振器

次に共振器とプリズムのアライメントを行った。共振器は、3 軸で動かせるピエゾ付きのステージの上に、温度調整用のペルチェ素子と温度検知用のサーミスタを取り付けられるように作った治具を取り付け、設置した。

ステージをプリズムの前に固定したら、まずは目視である程度まで共振器をプリズムに近づけ、ある程度近づいたらパワーメータの値を確認しながら、共振器を少しずつ近づけた。共振器がプリズムに衝突すると、プリズムがその方向に押されて、透過率が下がる。それを目印に共振器をプリズムにつけた後、少し離れた位置にしておいた。フォーカサーに入射している  $1550$  nm のレーザを一旦止め、可視光を入射した。共振器の高さ方向と横方向を調整し、可視光が共振器にもっともよく結合する場所までアライメントを行った。

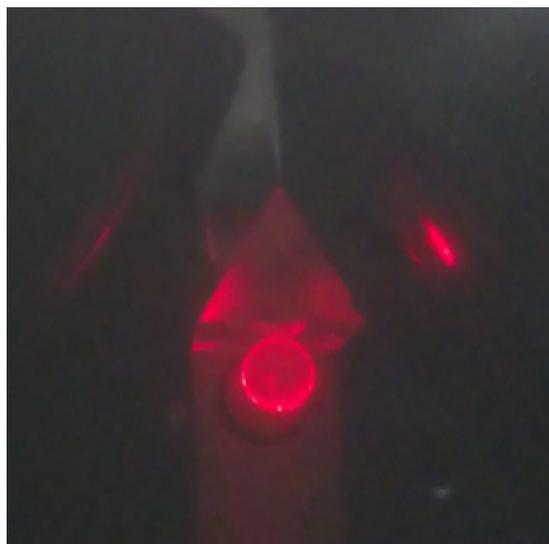


Fig. 4.3: Resonator alignment with visible light.

可視光で大まかな位置を決めたあと、もう一度 1550 nm の光を入射し、受光側はパワーメータを外し、PD に接続し、OSC に入力した。レーザに FG から 20 Hz の三角波を入力し、レーザの波長を掃引した。その状態で共振器の位置を調整して、もっともよく共振を起こす場所を探し、アライメントを行った。

## 第5章 実験

### 5.1 プリズム結合の基礎特性

プリズム結合の特性を測定するために fig5.1 のようなセットアップを組んだ。基本的にはテーパファイバを用いて共振器の Q 値を測定したときのセットアップ (fig3.3) と同様である。のちに温度特性を測定するため、共振器をステージに固定する治具にペルチェ素子とサーミスタを取り付け、温度コントローラ (TEC : Temperature Controller) に繋いだ。また 3 軸ステージにピエゾコントローラを接続した。

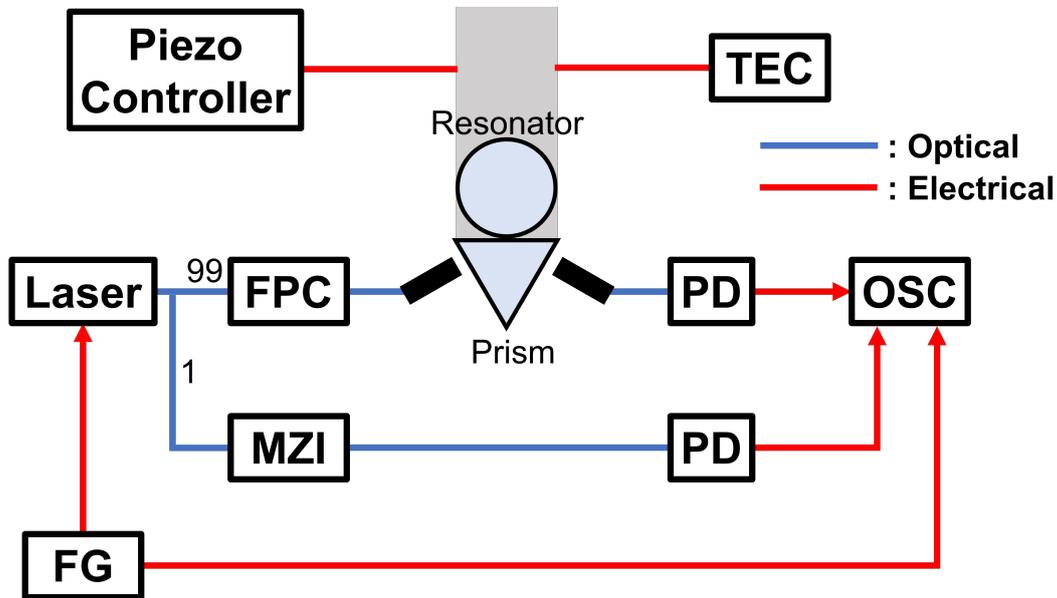


Fig. 5.1: Prism coupling experimental setup.

まず初めに共振器とプリズムの距離と式 (2.1.10) から求まるカップリング Q の関係を調べた。共振器とプリズムの距離を調整する方向の軸を  $y$  とする。第 4 章で述べた方法で共振器をプリズムに近づけた後、ピエゾコントローラを用いて  $y$  方向の移動量を変えながら OSC で波形を記録した。TEC を用いて温度を  $20^{\circ}\text{C}$  に固定した。共振器とプリズムの距離を直接測定することはできなかったため、横軸を  $y$  の相対的な移動量、縦軸をカップリング Q に取ったグラフを fig5.2 に示す。

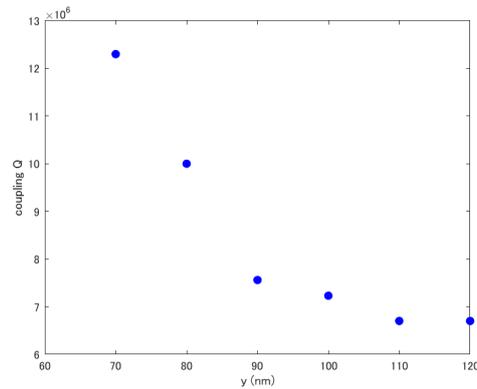


Fig. 5.2: Relationship between distance and coupling Q.

## 5.2 結合の温度特性

次に共振器とプリズムの距離を再調整して固定し，TEC を使って温度を変えながら，OSC の波形を記録した．横軸を温度，縦軸をカップリング Q に取ったグラフを fig5.3 に示す．また横軸に温度，縦軸に共振波長を取ったグラフを fig5.4 に示す．温度とカップリング Q の関係については 3 つのモードでこれを行った．

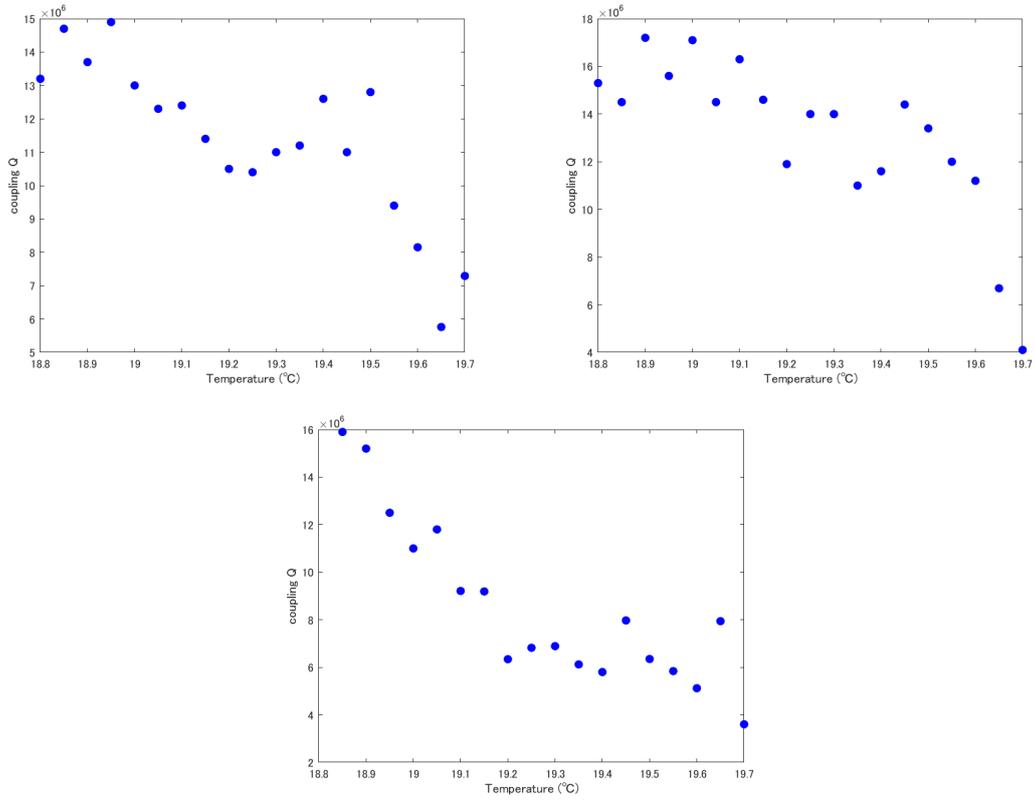


Fig. 5.3: Relationship between temperature and coupling Q.

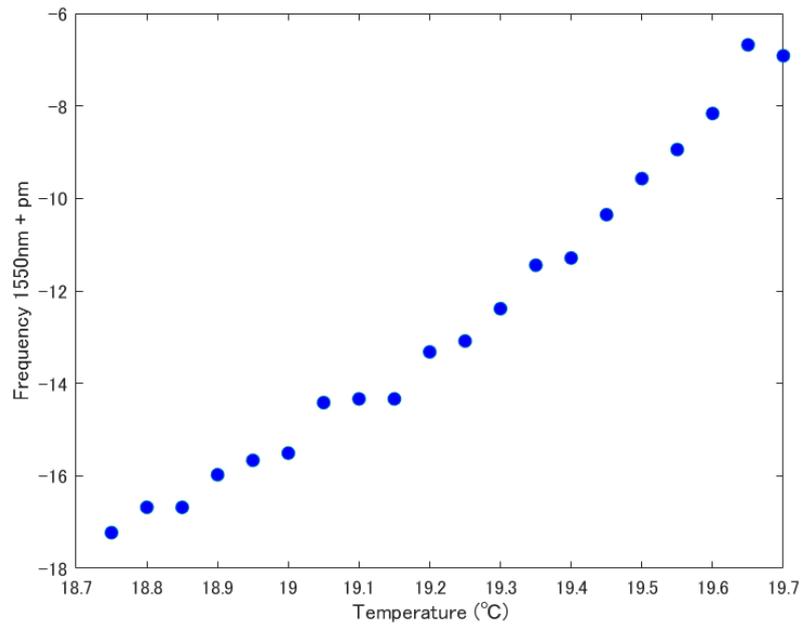


Fig. 5.4: Relationship between temperature and coupling frequency.

## 第6章

# 解析との議論

### 6.0.1 MgF<sub>2</sub> の熱膨張

得られた結果について考える．今回共振器の材料に用いた MgF<sub>2</sub> 結晶の熱膨張係数は  $8.48 \times 10^{-6}$  であり，共振器の半径はおよそ 3 mm であるから，MgF<sub>2</sub> の膨張は

$$\Delta l_{\text{MgF}_2} = 8.48 \times 10^{-6} \times 3 \times 10^{-3} \times \Delta T = 2.54 \times 10^{-8} \times \Delta T \quad (6.0.1)$$

と書くことができる．また，共振器を固定する治具に用いたアルミニウムの熱膨張係数は  $2.3 \times 10^{-5}$  であり，治具のペルチェ素子から共振器の中心までの長さは 21.5 mm であるから，その膨張は

$$\Delta l_{\text{Al}} = 23 \times 10^{-6} \times 21.5 \times 10^{-3} \times \Delta T = 4.95 \times 10^{-7} \Delta T \quad (6.0.2)$$

と書くことができる．次に fig5.3 の一枚と fig5.2 を重ね合せたグラフを fig.6.1 に示す．

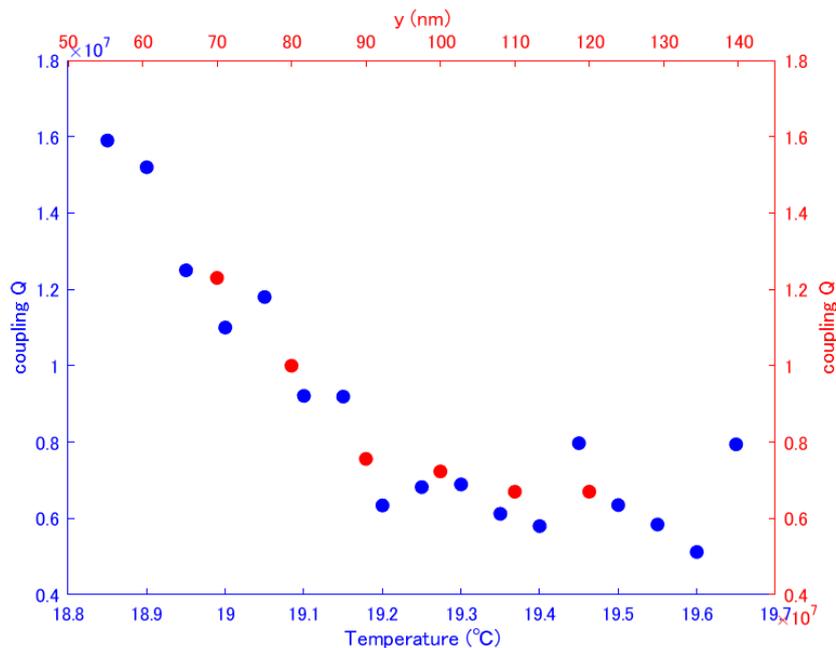


Fig. 6.1: Graph superposition.

フィッティングに際し，温度の範囲を (18.8 ~ 19.7 °C)， $y$  の範囲を (50 ~ 145 nm) をとした．温度が 1 °C 上昇すると，共振器とプリズムの距離がおよそ 105 nm 近づき，カッ

プリング Q はおよそ 30% となる。理論から求められる、共振器とプリズムの距離の近づきは、 $1^{\circ}\text{C}$  あたりおよそ 520 nm であるから、大きく異なる結果となった。

また、fig5.4 から、11.1 pm/K,  $-1.49\text{ GHz/K}$  の共振シフトが得られた。

---

## 第7章

# まとめ

フッ化マグネシウム微小光共振器を手作業により作製し、プリズムを用いて光を結合した。プリズム結合の、共振器とプリズムの距離とカップリングの関係、共振器の温度とカップリングの関係を調べた。本論文では、理論値とは異なる形とはなったが、温度の上昇により、共振器が膨張、結合  $Q$  が減少する結果が得られ、温度制御の必要性が示された。系の小型化やコム生成、安定化や、パワーの強化などの課題が残っている。今後の研究によって宇宙での光コム利用が実現されることを期待する。

## 参考文献

- [1] Herman A. Haus, "Waves and Fields in Optoelectronics", (2011)
- [2] S. Fuji, *et al.*, "Versatile tuning of Kerr soliton microcombs in crystalline microresonators", *Communication Physics* **6**,1,(2023)
- [3] Helmut K. V. Lotsch, "Reflection and Refraction of a Beam of Light at a Plane Interface", *Journal of the Optical Society of America* **58**,551-561,(1968)
- [4] Lu Cai, *et al.*, "Overview of the coupling methods used in whispering gallery mode resonator systems for sensing", *Optics and Lasers in Engineering* **127**, (2020)
- [5] S.X. Zhang, L. Wang, Z.Y. Li, *et al.*, "Free-space coupling efficiency in a high-Q deformed optical microcavity", *Opt Lett*, **41**,4437,(2016)
- [6] M. Cai, K. Vahala, "Highly efficient optical power transfer to whispering-gallery modes by use of a symmetrical dual-coupling configuration", *Opt Lett*, **25**,260-262,(2000)
- [7] M.L. Gorodetsky, V.S. Ilchenko, "Optical microsphere resonators: optimal coupling to high-Q whispering-gallery modes", *JOSA*, **61**,1467-1477,(1971)
- [8] R. Ulrich, "Optimum excitation of optical surface wave", *JOSA B*, **16**,147-154,(1999)
- [9] V.S. Ilchenko, X.S. Yao, L Maleki, "Pigtailing the high-Q microsphere cavity: a simple fiber coupler for optical whispering-gallery modes", *Opt Lett*, **24**,723-725,(1999)
- [10] Herr, T, *et al.*, "Temporal solitons in optical microresonators", *Nat. Photonics*, **8**,145-152,(2014)
- [11] J. S. Levy, *et al.*, "CMOS-compatible multiple-wavelength oscillator for on-chip optical interconnects", *Nat. Photonics*, **4**,37-40,(2010)
- [12] J. Verbert, *et al.*, "Room temperature emission from Er-doped silicon-rich oxide toroidal microcavities", *Eur. Phys. J. Appl. Phys.*, **34**,81-84,(2006)
- [13] M.L. Gorodetsky, V.S. Ilchenko, "High-Q optical whispering-gallery microresonators: precession approach for spherical mode analysis and emission patterns with prism couplers", *Opt Commun*, **113**,113-143,(1994)
- [14] G. Berden, R. Peeters, G. Maijer, "Cavity ring-down spectroscopy: Experimental schemes and applications", *International reviews in physical chemistry*, **19**,565-607,(2000)